# Минобрнауки России

Бузулукский гуманитарно-технологический институт (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования

# Оренбургского государственного университета

Кафедра педагогического образования

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б.1.Б.10.2 Линейная алгебра»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки 

<u>Финансы и кредит</u> (наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Тип образовательной программы Программа академического бакалавриата

> Квалификация <u>Бакалавр</u>

Форма обучения Заочная

# Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

едагогического образования	наименование кыфедры
ротокол № 6 от "07" _	02 2019r.
Іервый заместитель директора	по УР Узберб расшифровка подписи
Ісполиители: доцеит	Мисее Шабалипа Л.А.
далжиость	подпись расшифровка подписи
DOLLAR MACHINE	
out the contract of the contra	
сопласовано:	
СОГЛАСОВАНО: Председатель методической ком	миссии по направлении подготовки
СОГЛАСОВАНО: Председатель методической ком 38.03.01 Экономика	миссии по направлению подготовки рергоная АА
СОГЛАСОВАНО: Председатель методической ком	10 6 proude

<sup>©</sup> Шабалина Л.Г., 2019 © БГТИ(филиал)ОГУ, 2019

**Целью освоения дисциплины** «Линейная алгебра» являются овладение основами линейной алгебры, приобретение навыков использования ее универсального понятийного аппарата и широкого арсенала вычислительных приемов при дальнейшем изучении профильных дисциплин.

### Задачи:

- повысить уровень фундаментальной математической подготовки, формируя у студента базовые понятия дисциплины «Линейная алгебра», необходимые для решения теоретических и практических задач математики и экономики;
- изучить общие методы и приемы дисциплины освоение математического инструментария и подготовка к изучению дальнейших математических и экономических дисциплин;
- развивать навыки логического и алгоритмического математического мышления, и доказательных рассуждений, оперирования с абстрактными объектами.

# 2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока 1 «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: Отсутствуют

Постреквизиты дисциплины: *Б.1.Б.10.3 Теория вероятностей и математическая статистика, Б.1.Б.10.4 Методы оптимальных решений* 

# 3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы	Формируемые
формирования компетенций	компетенции
<u>Знать:</u>	ОПК-3 способность
- основные положения теоретического курса, четко представлять его орга-	выбирать
ническую связь с приложениями в экономике; основы линейной алгебры и	инструментальные
аналитической геометрии;	средства для обработки
– основные понятия, категории и инструменты линейной алгебры и анали-	экономических данных
тической геометрии для решения прикладных экономических задач;	в соответствии с
- о задачах, решаемых математическими методами; о возможных альтерна-	поставленной задачей,
тивных подходах к нахождению решения задач оптимизации;	проанализировать
- системное представление об основных, в т. ч. последних разработках по	результаты расчетов и
анализу экономических ситуаций в современном мире, связанных с матема-	обосновывать
тикой, их связь с другими процессами, происходящими в обществе;	полученные выводы
Уметь:	
- анализировать исходные данные, производить правильную постановку	
задачи, строить математические модели практических и прикладных задач,	
решать типовые задачи линейной алгебры и аналитической геометрии, в	
том числе, свободно использовать координатный, векторный, матричный	
или операторный способ записи математических соотношений;	
– анализировать результаты математических расчетов и обосновывать	
полученные выводы;	
Владеть:	
- методами линейной алгебры и аналитической геометрии; навыками ис-	
пользования математического инструментария для решения практических	
задач в области экономики.	

# 4 Структура и содержание дисциплины

# 4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4зачетные единицы (144 академических часа).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов			
	1 семестр	всего		
Общая трудоёмкость	144	144		
Контактная работа:	13,25	13,25		
Лекции (Л)	6	6		
Практические занятия (ПЗ)	6	6		
Консультации	1	1		
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25		
Самостоятельная работа:	130,75	130,75		
- выполнение контрольной работы;	+			
- выполнение индивидуального задания;				
- самоподготовка (проработка и повторение лекционного				
материала и материала учебников и учебных пособий;				
- подготовка к практическим занятиям.				
Вид итогового контроля (зачет, экзамен,	мен, экзамен			
дифференцированный зачет)				

# Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре

		Количество часов				
№ раздела	Наименование разделов	всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	П3	ЛР	1
I.	Матрицы и определители	24	2	2		20
II.	Системы линейных алгебраических уравнений	24				20
III.	Линейные пространства. Евклидовы пространства.	32	2	2		28
IV.	Комплексные числа.	32				28
V.	Векторная алгебра и элементы аналитической	54	2	2		22
	геометрии					
VI.	Линейные преобразования и квадратичные	54				22
	формы					
	Итого:	144	6	6		132

## 4.2 Содержание разделов дисциплины

# Раздел I Матрицы и определители

Матрицы. Виды матриц (квадратная, единичная, нулевая, диагональная, каноническая). Транспонирование матриц, линейные операции над ними: алгебраическое сложение, умножение на число, умножение матриц. Свойства операций. Элементарные преобразования матриц. Определитель и элементарные преобразования. Методы вычисления определителя первого, второго, третьего порядков. Минор, алгебраическое дополнение. Свойства определителя матрицы. Определитель *п*-го порядка. Теорема Лапласа. Обратная матрица. Построение обратной матрицы. Необходимое и достаточное условие существования обратной матрицы. Ранг матрицы. Свойства ранга. Неизменность ранга при элементарных преобразованиях. Теорема о ранге матрицы. Критерий

линейной независимости системы строк (столбцов). Понятие базисного минора. Методы нахождения ранга матрицы. Неотрицательные матрицы и модели Леонтьева

Использование матричного аппарата при математическое моделирование экономических процессов и решении задач экономического содержания.

# Раздел II Системы линейных алгебраических уравнений

Системы линейных уравнений. Матричная запись системы уравнений. Равносильные СЛАУ, определенные и неопределенные, совместные и несовместные. Решение системы линейных уравнений методом обратной матрицы. Формула Крамера для решения систем *п* линейных уравнений с *п* неизвестными. Элементарные преобразования систем линейных уравнений. Обратимость элементарных преобразований. Метод Гаусса для решения *п* линейных уравнений с *т* неизвестными. Базисные и свободные неизвестные. Исследование систем линейных уравнений на совместность. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы линейных уравнений. Общее и частное решение систем линейных уравнений. Основные свойства однородной системы. Ненулевые решения однородной системы уравнений. Фундаментальная система решений системы. Геометрическая интерпретация систем линейных уравнений. Математическое моделирование экономических процессов с использованием систем линейных уравнений.

# Раздел III Линейные пространства. Евклидовы пространства

Линейное пространство: определение, свойства, примеры. Понятие линейной зависимости независимости системы векторов, критерий линейной зависимости и независимости системы векторов в произвольном пространстве. Конечномерное линейное пространство: определение, базис, способ выбора базиса, координаты вектора. Формулы перехода от одного базиса к другому. Формулы связи координат одного вектора в двух базисах одного и того же линейного пространства. Линейное подпространство. Евклидово пространство: определение, неравенство Коши-Буняковского, ортогональные векторы, ортонормированные векторы. Независимость ортонормированной системы векторов. Существование ортонормированного базиса в евклидовом пространстве.

# Раздел IV Комплексные числа

Расширение понятия числа. Комплексные числа: основные понятия и операции над комплексными числами. Алгебраическая, геометрическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа.

# Раздел V Векторная алгебра и элементы аналитической геометрии

Векторы на плоскости и в пространстве. Проекция вектора на ось, свойства проекций. Декартовы координаты вектора и точки на плоскости. Длина (модуль) вектора. Коллинеарность, компланарность, равенство векторов. Разложение вектора по базису. Декартов базис. Линейные и нелинейные операции над векторами (скалярное, векторное, смешанное) и их свойства. Некоторые приложения векторов при решении задач. Направляющие косинусы.

Деление отрезка в данном отношении. Полярная система координат и связь полярных координат точки с декартовыми координатами.

Прямая и плоскость в *n*-мерном пространстве. Линии на плоскости и их уравнения. Понятия нормального и направляющего векторов. Прямая на плоскости и в пространстве. Различные виды уравнений прямой. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.

Уравнения плоскости. Взаимное расположение плоскостей в пространстве. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до прямой и плоскости. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве, угол между прямой и плоскостью, определение координат точки пересечения.

Классификация кривых второго порядка. Эллипс, гипербола и парабола, их свойства и канонические уравнения. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.

Классификация поверхностей второго порядка. Эллипсоиды, параболоиды и гиперболоиды, их канонические уравнения.

Выпуклые множества в пространстве  $R^n$ . Полупространства, выпуклые многогранные области. Системы линейных неравенств и их геометрический смысл. Угловые точки выпуклых многогранных областей.

# Раздел VI Линейные преобразования и квадратичные формы

Линейные преобразования пространства  $R^n$ . Линейные операторы. Ядро и образ линейного оператора Матрица линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов. Собственные значения квадратных матриц.

Квадратичные формы, их матрицы в данном базисе. Приведение квадратичной формы к нормальному виду методом Лагранжа. Приведение квадратичной формы к каноническому виду при помощи ортогонального преобразования. Закон инерции квадратичных форм. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы.

# 4.3 Практические занятия (семинары)

№ занятия	$N_{\underline{0}}$	Тема	Кол-во		
маткнае чт	раздела	1 CMa			
1	I.	Матрицы. Действия над матрицами. Определитель, методы вычисления, элементарные преобразования. Обратная матрица.	2		
		Ранг матрицы.			
	II.	Системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли о			
		совместности системы линейных уравнений. Решение задач			
		экономического содержания с помощью СЛУ.			
2	III. IV.	Линейное пространство: определение, свойства,	2		
		Базис пространства. Формулы связи координат одного вектора в			
		двух базисах одного и того же линейного пространства.			
		Комплексные числа действия над ними.			
3	V	Вектор. Действия над векторами.	2		
		Уравнение линии. Уравнение плоскости.			
	IV.	Линейные операторы. Собственные значения и собственные векто-			
		ры линейных операторов. Собственные значения квадратных мат-			
		риц. Квадратичные формы			
		Итого:	6		

### Задания для контрольных работ

# Задание 1. Дана матрица A и многочлен $F(x) = x^{-1} + 3x^2 - 5x + 7$ . Вычислите F(A):

**1B.** 
$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$
**4B.**  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ 
**7B.**  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ 
**2B.**  $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ 
**5B.**  $A = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 1 \\ -2 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ 
**8B.**  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 6 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ 
**3B.**  $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & -1 & -5 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ 
**6B.**  $A = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 6 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ 
**9B.**  $A = \begin{pmatrix} -7 & 4 & 1 \\ -2 & 1 & 6 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ 

**10b.** A= 
$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & -4 & 1 \\ 6 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Задание 2. Вычислить алгебраическое дополнение  $A_{ij}$ ; определитель d, разложив его по элементам i - строки; разложив его по элементам j - столбца, предварительно получить нули.

1.B 
$$d = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$
,  $i = 1$   $j = 3$ 

4.B  $d = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 2 \end{vmatrix}$ ,  $i = 3$ 

2.B  $d = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ ,  $i = 3$ 

5B  $d = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & 1 \\ -5 & -3 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 2 & 2 \\ 6 & 5 & -1 & 4 \end{vmatrix}$ ,  $i = 4$ 

8.B

1.1  $d = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \end{vmatrix}$ ,  $i = 2$ 

4.B  $d = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & 1 \\ -5 & -3 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 2 & 2 \\ 6 & 5 & -1 & 4 \end{vmatrix}$ ,  $i = 4$ 

8.B

1.1  $d = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 3 \\ 1 & -1 & 0 & 4 \\ 3 & 0 & 7 & 9 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$ ,  $i = 2$ 

1.2  $d = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 7 & 9 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$ ,  $i = 2$ 

1.3  $d = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ ,  $i = 3$ 

1.5  $d = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ ,  $i = 3$ 

1.6  $d = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 4 & 3 \\ 3 & -2 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ ,  $i = 1$ 

1.6  $d = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 4 & 3 \\ 3 & -2 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ ,  $i = 1$ 

1.7  $d = 0$ 

# Задание 3 Решить матричное уравнение, где Х - неизвестная матрица

$$\mathbf{1B.} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{2B} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}. \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 8 & -1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}. \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}. \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 5 & -8 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}. \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; \\
\mathbf{3B} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 &$$

**Задание 4.** Предприятие выпускает три вида продукции, используя сырье трех видов. Необходимые характеристики производства указаны в таблицах (соответственно варианту). Требуется определить объем выпуска продукции каждого вида при заданных запасах сырья.

Вид сырья	Расход сырь (ус	Запас сырья (усл.ед.) по вариантам						
_	1	2	3	16	26	36	46	56
1	2	3	4	2000	1600	1800	900	2700
2	2	1	1	700	900	800	400	1200
3	3	2	2	1300	1500	1400	700	2100
	1	2	3	6в	7 <b>6</b>	86	96	10в
1	2	3	5	2300	1700	1000	3000	4600
2	4	3	1	1300	1900	800	2400	2600
3	4	2	3	1700	1700	900	2700	3400

Указание: Записать балансовые соотношения при условии полного расхода запасов каждого вида сырья. Полученную систему линейных уравнений решить:

- а) по формулам Крамера;
- б) с помощью обратной матрицы.

Задание 5. Найти общее решение для каждой из данных систем и проанализироватьее структуру (указать базис пространства решений однородной системы, установить размерность пространства, выделить частное решение неоднородной системы).

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 10x_4 - x_5 &= 0, \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 10x_4 + x_5 &= 0. \\ x_1 + 6x_2 - 9x_3 + 30x_4 - 3x_5 &= 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 5, \\ 2x_1 - 7x_2 + 4x_3 + x_4 &= 9. \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 &= 4. \end{cases}$$

 $2x_1 + x_2 - x_3 + 7x_4 + 5x_5 = 0$  $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 5x_4 - 7x_5 = 0, \end{cases}$ 4B.  $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 - 7x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 0; \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 - 4x_4 = 9, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 5. \end{cases}$   $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 - 7x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0, \end{cases}$ 

7B.
$$\begin{cases}
2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\
x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0, \\
x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0.
\end{cases}$$

$$\begin{cases}
x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 4, \\
2x_1 - 9x_2 + 2x_3 + x_4 = 7, \\
x_1 - 4x_2 - x_3 - 3x_4 = 3.
\end{cases}$$

2<sub>B</sub>.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 9x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + 7x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + x_4 = 1. \end{cases}$$

5<sub>B</sub>.  $6x_1 + 3x_2 - 2x_2 + 4x_4 + 7x_5 = 0$  $\begin{cases} 7x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 0, \end{cases}$  $|x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 - 3x_5| = 0.$  $(x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0,$  $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_5 = 1, \end{cases}$  $3x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 1.$ 

 $\int 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0,$  $\begin{cases} x_1 + 10x_2 - 3x_3 - 2x_4 - x_5 = 0, \end{cases}$  $x_1 + 10x_2 - 3x_3 - 2x_4 - x_5 = 0$  $(x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 = 1,$  $\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 3, \end{cases}$  $|x_1 + 4x_2 - 3x_3 - x_4| = 2.$ 

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 10x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 5x_1 - x_2 + 8x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0. \\ 3x_1 - 3x_2 - 12x_3 - 4x_4 + 4x_5 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1, \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - x_4 = 4. \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 3. \end{cases}$$

 $6x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0,$  $\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 8x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$   $\begin{cases} -4x_1 + 6x_2 - 14x_3 + 2x_4 + 8x_5 = 0, \end{cases}$   $\begin{cases} x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 0, \end{cases}$  $2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - 4x_5 = 0.$  $(x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 4,$  $\begin{cases} 2x_1 - 9x_2 + 2x_3 + x_5 = 7, \end{cases}$  $|x_1 - 4x_2 - x_2 - 4x_4 + x_5| = 3.$ 

 $5x_1 - 2x_2 + 9x_3 - 4x_4 - x_5 = 0$  $6x_1 + 2x_2 + 11x_3 - 2x_4 - 6x_5 = 0$  $\int x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_5 = 0.$  $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 1, \end{cases}$  $2x_1 + 3x_2 - 3x_2 + 3x_4 - 2x_5 = 1.$ 

10<sub>B</sub>.

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0, \\ 6x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_5 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 3, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 2. \end{cases}$$

Задание 6. Даны координаты вершин треугольника ABC. Найти а) уравнение медианы и ее длину, уравнение высоты и ее длину, уравнение биссектрисы, проведенных из вершины С; б) уравнение прямой параллельной стороне AB; в) угол А. Выполнить чертеж.

```
1 B. A (10; 1); B (-16; 13); C (1; -11
                                                   6 в. A (-3; 2); В (10; -5);
                                                                                C(2; 9).
2 B. A (-3; -7); B (2; 5);
                          C (-2; 8).
                                                   7 B. A (-1; 2); B (3; 4);
                                                                                 C(0; -3).
3 B. A (20; 5); B (-4; 12); C (-8; 9).
                                                   8 B. A (2; 1);
                                                                   B (2; 3);
                                                                                C (-2;3).
                                                   9 в. A (-1; 0); В (3; 2);
                                                                                C (-1; 4).
4 B. A (-9; 6); B (3; 1);
                             C (6; 5).
5 B. A (6; 3); B (-10; -9); C (-3; 1.
                                                   10 B. A (6; 3);
                                                                   B (-2; 9); C (-1; 4).
```

Задание 7. Даны координаты вершин пирамиды. Средствами векторной алгебры найти:

- 1) объем пирамиды  $A_1 A_2 A_3 A_4$ ;
- **2)** длину ребра A<sub>2</sub> A<sub>3</sub>;
- 3) площадь грани A<sub>1</sub> A<sub>2</sub> A<sub>3</sub>;
- 4) угол между ребрами  $A_1 A_2$  и  $A_1 A_4$ ;
- 5) угол между гранями  $A_1A_2A_3$  и  $A_1A_2A_4$ ;
- 6) уравнение высоты, проведенной из вершины  $A_4$  на грань  $A_1A_2A_3$  и ее длину.
- 7) выполнить чертеж.

```
1 B. A_1(1; 1; 1); A_2(-1; 2; 4);
                                             A_3(2; 0; 6);
                                                                    A_4(-2; 5; -1);
2 B. A<sub>1</sub> (4; 2; 5); A<sub>2</sub> (0; 7; 2);
                                             A_3(0; 2; 7);
                                                                    A_4(1; 5; 0);
3 B. A<sub>1</sub> (4; 4; 10); A<sub>2</sub> (4; 10; 2);
                                             A_3(2; 8; 4);
                                                                    A_4(9; 6; 4);
4 B. A<sub>1</sub> (4; 6; 5); A<sub>2</sub> (6; 9; 4);
                                             A<sub>3</sub> (2; 10; 10);
                                                                    A_4(7; 5; 9);
5 B. A_1(3; 5; 4); A_2(8; 7; 4);
                                                                   A_4(4; 7; 8);
                                             A_3 (5; 10; 4);
6 B. A<sub>1</sub> (10; 6; 6); A<sub>2</sub> (-2; 8; 2);
                                              A_3 (6; 8; 9);
                                                                   A_4(7; 10; 3);
7 B. A_1(1; 8; 2); A_2(5; 2; 6);
                                              A_3(5; 7; 4);
                                                                   A_4(4; 10; 9);
8 B. A<sub>1</sub> (6; 6; 5); A<sub>2</sub> (4; 9; 5);
                                              A<sub>3</sub> (4; 6; 11);
                                                                   A_4(6; 9; 3);
9 в. A<sub>1</sub> (7;2; 2);
                         A_2(5; 7; 7);
                                              A_3(5; 3; 1);
                                                                   A_4(2; 3; 7);
10 B. A<sub>1</sub> (8; 6; 4);
                          A_2 (10; 5; 5); A_3 (5; 6; 8);
                                                                    A_4(8; 10; 7);
```

### Задание 8.

**1в.** Составить уравнение геометрического места точек, отношение расстояний которых до точки F(7;0) и до прямой x=1,4 равно  $\sqrt{5}$ . Сделать чертеж.

**2в.** На эллипсе  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$  найти точку, расстояние которой от правого фокуса в четыре раза больше расстояния от левого.

**3в**. На эллипсе  $9x^2 + 25y^2 = 225$  найти точку, расстояние которого от правого фокуса в 4 раза больше, чем расстояние ее от левого фокуса. Сделать чертеж.

**4в**. Составить уравнение окружности, центр которой находится в точке A (1; 2), зная, что окружность проходит через точку B (3; 2). Сделать чертеж.

**5в.** Найти геометрическое место точек, равноудаленных от оси Оу и от точки (2; 0). Сделать чертеж.

**6в.** Даны точки A (-3; 0) и B (3; 6). Составить уравнение окружности, диаметром которой служит отрезок AB. Сделать чертеж.

**7в.** Написать уравнение окружности, имеющей центр в фокусе параболы  $y^2 = 8x$  и касающейся ее директрисы. Сделать чертеж.

**8в.** Эксцентриситет эллипса  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ . Большая полуось a=3. Написать уравнение эллипса., построить кривую.

9в. Составить каноническое уравнение гиперболы, если известно, что расстояние между вершинами равно 8, расстояние между фокусами равно 10. Сделать чертеж.

10в. Составить уравнение геометрического места точек, отношение расстояний которых до точки  $F\left(\frac{3}{2};0\right)$  и до прямой x=6 равно  $\frac{1}{2}$ . Сделать чертеж.

Задание 9 Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и построить эту кривую.

**1B** 
$$2x^2 + 3y^2 + 4x - 12y + 2 = 0$$

**1B** 
$$2x^2 + 3y^2 + 4x - 12y + 2 = 0$$
 **6B**  $9x^2 + 4y^2 + 108x + 16y + 304 = 0$ 

**2B** 
$$4x^2 + 25y^2 - 16x - 150y + 141 = 0$$

**2B** 
$$4x^2 + 25y^2 - 16x - 150y + 141 = 0$$
 **7B**  $4x^2 - 9y^2 - 40x - 18y + 55 = 0$ 

**3B** 
$$x^2 + 8x - 27y + 70 = 0$$

**3B** 
$$x^2 + 8x - 27y + 70 = 0$$
 **8B**  $3y^2 + 14x + 6y - 67 = 0$ 

**4B** 
$$3x^2 + 3y^2 + 30x + 59 = 0$$

**4B** 
$$3x^2 + 3y^2 + 30x + 59 = 0$$
 **9B**  $4x^2 + 4y^2 - 16x + 32y + 71 = 0$ 

**5**<sub>B</sub> 
$$2x^2 + 2y^2 + 4x - 36y + 139 = 0$$
 **10**<sub>B</sub>  $x^2 - y^2 - 14x - 14y - 4 = 0$ 

**10B** 
$$x^2 - y^2 - 14x - 14y - 4 = 0$$

Задание 10 Изобразить комплексные числа  $\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2$  на комплексной плоскости. Произвести указанные действия над комплексными числами и записать результаты в алгебраической, показательной и тригонометрической формах:

1) 
$$z_1 \pm z_2$$
:

1) 
$$z_1 \pm z_2$$
; 2)  $z_1 \cdot z_2$ ; 3)  $z_1/z_2$   $z_1^2$ ;  $z_1 \cdot \overline{z_1}$ ; Re  $z_1$ ; Im  $z_1$ ; 4)  $\sqrt[3]{z_2}$ .

$$z_1^2$$
;

$$z_1 \cdot \overline{z_1};$$

$$Re z_1$$
;  $Im z_1$ 

**4)** 
$$\sqrt[3]{z_2}$$

1в	$z_1 = -1 + 2i;$ $z_2 = 4 - 3i$	3в	$z_1 = 7 - i;$ $z_2 = 1 + 7i$	5в	$z_1 = 2 - 2i;$ $z_2 = 2 + 2i$	7в	$z_1 = 1 - \frac{i}{3};$ $z_2 = 1 - \frac{i}{2}$	9в	$z_1 = 3 + 2i;$ $z_2 = -8 + i$
2в	$z_1 = \frac{3}{2} - i;$ $z_2 = 2 + 4i$	4в	$z_{1} = \frac{1}{2} - i;$ $z_{2} = -1 + \frac{i}{2}$	6в	$z_1 = -\frac{1}{2} + i;$ $z_2 = 3 - i$	8в	$z_1 = 3 - 2i;$ $z_2 = 6 - 2i$	10в	$z_1 = -1 - 2i;$ $z_2 = 1 - i$

# 5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

# 5.1 Основная литература

- Ильин, В.А. Линейная алгебра: учебник [Электронный ресурс]. / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 6-е изд., стереотип. - Москва: Физматлит, 2010. - 278 с. - ISBN 978-5-9221-0481-4; - Режим достуπa: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68974.
- Балдин, К.В. Высшая математика: учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рокосуев; под общ. ред. К.В. Балдина. - 2-е изд., стер. - Москва: Издательство «Флинта», 2016. - 361 с.: табл.,

граф., схем. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-9765-0299-4; - Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=79497

– Краткий курс высшей математики : учебник [Электронный ресурс]. / К.В. Балдин, Ф.К. Балдин, В.И. Джеффаль и др. ; под общ. ред. К.В. Балдина. - 2-е изд. - Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2017. - 512 с. : табл., граф., схем., ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-394-02103-9 ; - Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450751

# 5.2 Дополнительная литература

- Элементы линейной алгебры : учебное пособие [Электронный ресурс]. / Т.А. Гулай, А.Ф. Долгополова, В.А. Жукова и др. Ставрополь : Сервисшкола, 2017. 89 с. : ил. Библиогр.: с. 86. ; Режим доступа: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=485076">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=485076</a>
- Романников, А.Н. Линейная алгебра : учебное пособие [Электронный ресурс]. / А.Н. Романников. Москов : Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2007. 148 с. ISBN 5-7764-0356-1 ; Режим доступа: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=91062">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=91062</a>
- Пихтилькова, О. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: курс лекций: учебное пособие [Электронный ресурс]. / О. Пихтилькова, С.А. Пихтильков, А. Павленко; Минобрнауки РФ, ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный университет». Оренбург: ОГУ, 2015. 281 с.: ил. Библиогр. в кн. ISBN 978-5-7410-1324-3; Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=485374
- Чеголин, А.П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие [Электронный ресурс]. / А.П. Чеголин ; Минобрнауки РФ, ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет». Ростов-на-Дону : Издательство Южного федерального университета, 2015. 149 с. Библиогр. в кн. ISBN 978-5-9275-1728-2 ; Режим доступа: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=445132">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=445132</a>

# 5.3 Периодические издания

- Высшее образование в России: журнал. Москва : Московский госуд. Университет печати им.
   И. Федорова, 2019
  - -Высшее образование сегодня: журнал. Москва: Логос, 2019
  - -Экономист: журнал. Москва: Издательство Экономист, 2019

# 5.4 Интернет-ресурсы

- http://www.biblioclub.ru ЭБС «Университетская библиотека он-лайн» » / (принадлежность Общество с ограниченной ответственностью «НексМедиа»).
- http://e.lanbook.com/ ЭБС «Лань» (принадлежность (Общество с ограниченной ответственностью «ЭБС ЛАНЬ»)
- <u>http://znanium.com/</u> ЭБС научно издательского центра «ИНФРА-М» (принадлежность Общество с ограниченной ответственностью «НексМедиа»)
- http://rucont.ru/ ЭБС Руконт (принадлежность ООО Центральный коллектор библиотек «БИБКОМ», ООО «Агентство «Книга-Сервис»).
- Научная электронная библиотека eLIBRARYhttp://elibrary.ru/defaultx.asp Режим свободного доступа

### Ресурс свободного доступа:

- http://www.vilenin.narod.ru/Books/Books.htm Математическая библиотека
- http://www.exponenta.ru «Образовательный математический сайт Exponenta.ru».

– http://www. <u>matclub.ru</u> – Лекции, примеры решения задач, интегралы и производные, дифференцирование, ТФКП, Электронные учебники. Типовой расчет из задачника Кузнецова.

http://www. <u>mathelp.spb.ru</u> – «Высшая математика» (помощь студентам) – Лекции, электронные учебники, решение контрольных работ.

# 5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий

- Операционная система Microsoft Windows 7 Academic
- Офисные приложения Microsoft Office 2010 Academic
- Яндекс-браузер. Режим доступа: https://yandex.ru/
- Общероссийский математический портал. Режим доступа: http://www.mathnet.ru/
- Большая российская энциклопедия. Режим доступа: https://bigenc.ru/
- СПС «КонсультантПлюс». Режим доступа: http://www.consultant.ru/
- Федеральная служба государственной статистики.
   http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\_main/rosstat/ru/
- Федеральный образовательный портал. Режим доступа <a href="http://www.edu.ru">http://www.edu.ru</a> «Российское образование» Федеральный портал. Каталог образовательных интернет ресурсов. Законодательство. Нормативные документы и стандарты // Учебно-методическая библиотека.

# 6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебно-методический комплекс по дисциплине «Линейная алгебра».

Учебная аудитория лекционного типа: стационарный мультимедиа-проектор и проекционный экран, переносной ноутбук, кафедра, посадочные места для обучающихся, рабочее место преподавателя, учебная доска

Компьютерный класс: стационарный мультимедиа-проектор и проекционный экран, оборудование для организации локальной вычислительной сети, перечни Интернет-ссылок на электронные источники (на которые разрешен доступ из аудитории) для получения дополнительной информации по дисциплине, оборудование для организации локальной вычислительной сети, персональные компьютеры, рабочее место преподавателя и студентов, учебная доска.

Помещения для самостоятельной работы: комплекты ученической мебели, компьютеры с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ, электронные библиотечные системы.

Учебные аудитории для проведения групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации: комплекты ученической мебели, компьютеры с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ, электронные библиотечные системы.

# К рабочей программе прилагаются:

- Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине;
  - Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.