

Минобрнауки России
Бузулукский гуманитарно-технологический институт (филиал)
Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»
Кафедра педагогического образования

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
ДИСЦИПЛИНЫ

«Б1.Д.Б.25 Дискретная математика и математическая логика»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

44.03.01 Педагогическое образование
(код и наименование направления подготовки)

Математическое образование

(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Заочная

Год набора 2022

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

педагогического образования

наименование кафедры

протокол № 6 от "28" января 2022 г.

Декан факультета

О.Н. Григорьева

Исполнители:

доцент

О.А. Степунина

должность

подпись

расшифровка подписи

должность

подпись

расшифровка подписи

СОГЛАСОВАНО:

Заместитель директора по НМР

М.А. Зорина

Председатель методической комиссии по направлению подготовки

44.03.01 Педагогическое образование

Л.А. Омеляненко

код наименование

личная подпись

расшифровка подписи

Уполномоченный по качеству кафедры

И.В. Балан

личная подпись

расшифровка подписи

© Степунина О.А., 2022

© БГТИ (филиал) ОГУ, 2022

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цели освоения дисциплины:

Целью преподавания дисциплины является изучение теоретических и алгоритмических основ базовых разделов современной дискретной математики и математической логики, формирование у студентов навыков описания дискретных объектов в прикладных задачах.

Задачи изучения дисциплины

- обучение студентов описанию важнейших алгоритмов объектами дискретной математики и математической логики;
- обучение студентов умениям построения и анализа моделей средствами дискретной математики и математической логики;
- обучение студентов практическим умениям формализованного представления реальных ситуаций, процессов, систем теоретико-множественными и графическими методами, методами дискретизации.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока Д «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.13 Информатика, Б1.Д.Б.16 Математика*

Постреквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.18 Современные средства оценивания результатов обучения, Б1.Д.Б.19 Современные образовательные технологии, Б1.Д.Б.23 Основы математической обработки информации, Б1.Д.Б.24 История математики, Б1.Д.Б.27 Численные методы, Б1.Д.Б.28 Дополнительные главы математики, Б1.Д.В.4 Функциональный анализ, Б1.Д.В.5 Практикум по решению профессиональных задач, Б1.Д.В.6 Теория и методика обучения математике, Б1.Д.В.Э.2.2 Теория алгоритмов, Б2.П.В.П.1 Преддипломная практика*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1-В-1 Применяет философские основы познания и логического мышления, методы научного познания, в том числе методы системного анализа, для решения поставленных задач УК-1-В-4 Применяет методы сбора, хранения, обработки, передачи, анализа и синтеза информации с использованием компьютерных технологий для решения поставленных	Знать: <ul style="list-style-type: none">– основные методы и алгоритмы теории графов, теории отношений, комбинаторики, теории нечетких множеств, связанные с моделированием и оптимизацией систем различной природы;– компоненты (аксиомы и правила вывода) и характеристики (свойства) исчислений высказываний и важнейших теорий первого порядка;– методы математической логики для изучения математических доказательств и теорий;– основные методы описания алгоритмов объектами дискретной математики;– методы формализации реальных ситуаций, явлений и процессов средствами дискретной математики;

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
	задач	<p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> – употреблять специальную математическую символику для выражения количественных и качественных отношений между объектами; – применять средства языка логики предикатов для записи и анализа математических предложений; – строить математические модели средствами дискретной математики и математической логики – анализировать алгоритмически разрешимые задачи и проблемы; – оценивать эффективность и сложность алгоритмов символьных преобразований. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> – классическими арифметическими, теоретико-числовыми и комбинаторными алгоритмами; – основными приемами комбинаторного анализа; – техникой равносильных преобразований; – дедуктивным аппаратом изучаемых логических исчислений; – основными алгоритмами дискретной оптимизации.

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц (252 академических часа).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	2 семестр	3 семестр	всего
Общая трудоёмкость	144	108	252
Контактная работа:	13,5	12,5	26
Лекции (Л)	6	6	12
Практические занятия (ПЗ)	6	6	12
Консультации	1		1
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,5	0,5	1
Самостоятельная работа: - выполнение контрольной работы (КонтрР); - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); - подготовка к практическим занятиям	130,5 +	95,5 +	226
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	экзамен	диф. зач.	

Разделы дисциплины, изучаемые в 2 семестре

№	Наименование разделов	Количество часов
---	-----------------------	------------------

раздела		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Множества.	34	1	1	-	32
2	Отношения и функции	34	1	1	-	32
3	Элементы комбинаторики	38	2	2	-	34
4	Графы и сети	38	2	2	-	34
	Итого:	144	6	6		132

Разделы дисциплины, изучаемые в 3 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
5	Логика высказываний	18	1	1	-	16
6	Логика предикатов	22	1	1	-	20
7	Булевы функции	23	2	1	-	20
8	Формальные аксиоматические теории (исчисления)	23	1	2	-	20
9	Нечеткая логика	22	1	1	-	20
	Итого:	108	6	6		96
	Всего:	252	12	12		228

4.2 Содержание разделов дисциплины

№ 1 Множества

Основные понятия: элементы множества, пустое множество, подмножество, универсальное множество, дополнение.

Операции над множествами. Декартово произведение. Геометрическое моделирование множеств. Диаграммы Эйлера-Венна. Алгебра множеств. Основные тождества алгебры множеств. Эквивалентность множеств. Счетные множества. Множества мощности континуума.

№ 2 Отношения и функции

Отношения. Основные понятия и определения. Бинарные отношения. Операции над отношениями. Свойства отношений. Функции. Основные понятия и определения

№ 3 Графы и сети

Основные характеристики графов. Матричные способы задания графов. Изоморфизм графов. Маршруты, циклы в неориентированном графе. Пути, контуры в ориентированном графе. Связность графа. Экстремальные пути в нагруженных ориентированных графах. Алгоритм Форда – Беллмана нахождения минимального пути. Алгоритм нахождения максимального пути. Деревья. Основные определения. Минимальные остовные деревья нагруженных графов

№ 4 Основы комбинаторного анализа

Основные определения. Основные теоремы комбинаторики. Правило суммы и правило произведения. Перестановки, размещения, сочетания без повторений и с повторениями. Главная теорема комбинаторики. (Теорема о включениях и исключениях). Задачи о смещениях (беспорядках). Метод рекуррентных соотношений. Метод производящих функций. Метод включений и исключений

№ 5 Логика высказываний

Определение высказывания. Операции над высказываниями. Алгебра высказываний. Формулы логики высказываний. Равносильность формул. Запись сложного высказывания в виде формулы логики высказываний. Тавтологии алгебры высказываний. Проблема разрешимости. Формализация рассуждений. Правильные рассуждения. Нормальные формы для формул алгебры высказываний. Логическое следование формул.

№ 6 Логика предикатов

Определение предиката. Кванторы. Формулы логики предикатов. Равносильность формул. Приведенные и нормальные формулы. Выражение суждения в виде формулы логики предикатов. Интерпретация формулы логики предикатов в виде суждения. Выполнимость. Общезначимость.

№ 7 Булевы функции

Определение булевой функции. Формулы логики булевых функций. Равносильные преобразования формул. Применение алгебры булевых функций к релейно-контактным схемам. Булева алгебра (алгебра логики). Принцип двойственности для булевых алгебр. Полные системы булевых функций. Нормальные формы. Разложение булевой функции по переменным. Минимизация формул булевых функций в классе дизъюнктивных нормальных форм. Двойственность. Принцип двойственности.

№ 8 Формальные аксиоматические теории (исчисления)

Система аксиом и теория формального вывода. Принципы построения формальных теорий. Формальные теории первого порядка.

Исчисление высказываний. Исчисление предикатов. Автоматическое доказательство теорем. Метод резолюций. Полнота и другие свойства формализованного исчисления высказываний. Независимость системы аксиом формализованного исчисления высказываний.

№ 9 Нечеткая логика

Нечеткие множества. Основные характеристики нечетких множеств. Операции над нечеткими множествами. Нечеткая и лингвистическая переменная. Нечеткие множества в системах управления. Нечеткие высказывания и нечеткие модели систем. Нечеткие предикаты.

4.3 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Алгебра множеств и их геометрическая интерпретация	1
4	2	Операции над отношениями. Свойства отношений	1
7	3	Общие правила комбинаторики. Урновые модели и раскладки	2
13	4	Способы задания графов и операции над ними	2
18,19	5	Алгебра высказываний и формализация рассуждений	1
21	6	Кванторы. Выражение суждения в виде формулы логики предикатов	1
24	7	Минимизация формул булевых функций в классе дизъюнктивных нормальных форм	2
29	8	Автоматическое доказательство теорем Метод резолюций	1
32,33	9	Операции над нечеткими множествами Степень равносильности формул	1
		Итого:	12

4.4 Контрольная работа (2, 3 семестры)

Раздел 1. Множества

1. Группа научных работников состоит из 100 человек. Из них 70 человек владеют английским языком, 50 – немецким, 40 – французским, 30 – английским и немецким, 25 – английским и французским, 15 – французским и немецким. Хотя бы один язык знает каждый научный работник. Сколько человек владеют всеми тремя языками?

2. Упростить: $(A \setminus (A \cap B)) \cup B$.

3. Привести примеры множеств A , B и C так, чтобы $A \in B$, $B \subset C$.

4. Нарисовать диаграмму Эйлера-Венна для множества $\overline{C \setminus (A \cup B)}$.

5. Можно ли утверждать, что множество всех положительных пятизначных чисел счетно? Ответ обосновать.

Раздел 2. Отношения

1. Задано бинарное отношение $\rho = \{<1, 1>, <2, 2>, <4, 4>, <2, 1>, <2, 4>, <4, 2>\}$.

2. Найти $D(\rho)$, $R(\rho)$, $\rho \circ \rho$, ρ^{-1} . Проверить, будет ли отношение ρ рефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным?
3. Привести пример отношения частичного порядка.
4. Дана функция $f(x) = x^2 \sqrt{x}$, отображающая множество действительных чисел R во множество действительных чисел, $R \rightarrow R$. Является ли эта функция сюръективной, инъективной, биективной? Почему?

Раздел 3 Булевы функции

1. Упростить выражение $(A \wedge (B \vee C)) \vee [(\overline{A \vee B}) \wedge (\overline{A \vee C})]$
2. Для данной формулы булевой функции $x \supset (y \supset (z \supset y \& z))$

А) составить соответствующую ей переключательную схему (при необходимости выполнить соответствующие преобразования формулы)

Б) найти ДНФ и КНФ, СДНФ, СКНФ методом равносильных преобразований;

В) найти СДНФ, СКНФ табличным способом (сравнить с СДНФ, СКНФ, полученными в пункте а);

Г) указать минимальную ДНФ и соответствующую ей переключательную схему.

Раздел 4 «Элементы комбинаторики»

1. Сколько целых чисел делится на 6 или 9 или 19 между 1 и 3967? Сколько целых чисел делится на 8 и 21 между 1 и 3967?
2. Сколько существует способов вытащить из колоды 13 карт, содержащих 10 карт одной масти? (стандартная колода 52 карты)
3. Если в урне имеются 20 красных, 20 зеленых, 20 синих шаров, то сколькими различными способами можно выбрать 10 шаров?
4. Возведите в степень $(8+2m)^{19}$

Раздел 5 «Графы»

1. Описать граф, заданный матрицей смежности, используя как можно больше характеристик. Составить матрицу инцидентности и связности (сильной связности).

2. Пользуясь алгоритмом Форда-Беллмана, найти минимальный путь из x_1 в x_7 в ориентированном графе, заданном матрицей весов.

3. Пользуясь алгоритмом Краскала, найти минимальное остовное дерево для графа, заданного матрицей длин ребер.

$$1. \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} \infty & \infty & 5 & 4 & 2 & 3 & 9 \\ \infty & \infty & 1 & 1 & \infty & 1 & 6 \\ 4 & \infty & \infty & 1 & 1 & \infty & 3 \\ \infty & 2 & 1 & \infty & 1 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 2 & 2 & \infty & 1 & 6 \\ 1 & 5 & \infty & 1 & 1 & \infty & \infty \\ 2 & \infty & 1 & \infty & 1 & 2 & \infty \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} \infty & 7 & 2 & 11 & 7 \\ 7 & \infty & 3 & \infty & 4 \\ 2 & 3 & \infty & 1 & 5 \\ 11 & \infty & 1 & \infty & 3 \\ 7 & 4 & 5 & 3 & \infty \end{pmatrix}$$

Раздел 6. «Логика высказываний»

1. Установить, является ли данная формула тождественно-истинной:

$$(P \supset Q) \supset ((Q \supset R) \supset (P \supset R)).$$

2. Данное высказывание записать в виде формулы логики высказываний.

Построить отрицание данного высказывания в виде формулы, не содержащей внешних знаков отрицания. Перевести на естественный язык.

Он и жнец, и швец, и на дуде игрец.

3. Установить, является ли данное рассуждение правильным, (проверить, следует ли заключение из конъюнкции посылок).

Если человек принял какое-то решение, и он правильно воспитан, то он преодолеет все конкурирующие желания. Человек принял решение, но не преодолел конкурирующих желаний. Следовательно, он неправильно воспитан.

Раздел 7 «Логика предикатов»

1. Установить, является ли данное выражение формулой, а если да, то определить, какие переменные в ней свободные, а какие связанные: $\forall x (\exists y (\neg A(x)) \& B(y, z))$.
2. Даны предикаты: $A(x) = "x - \text{торговец поддержанными автомобилями}"; B(x) = "x - \text{нечестный человек}."$ Записать словами предложенные формулы: $C = \forall x(A(x) \supset B(x)); D = \exists x(B(x) \& A(x))$.
3. Данное суждение записать в виде формулы логики предикатов. Построить отрицание данного суждения в виде формулы, не содержащей внешних знаков отрицания. Перевести на естественный язык.
Не всякое действительное число является рациональным.

Раздел 8. «Формальные аксиоматические теории (исчисления)»

1. Установить правильность рассуждения, построив вывод исчисления высказываний.
Если философ дуалист, то он не материалист. Если он не материалист, то он метафизик. Этот философ дуалист. Следовательно, он метафизик.
2. Установить правильность рассуждения, построив вывод исчисления предикатов.
Каждый студент честен. Джон нечестен. Значит, он не студент.
3. Проверить вывод методом резолюций: $A \supset (B \vee C), A, B \supset D, C \supset D \text{ ® } D$.

Раздел 9. «Нечеткая логика»

Определить степень равносильности формул \tilde{A} и \tilde{B} при условии, что \tilde{X} и \tilde{Y} принимают значения степеней истинности из множества $\{0,2; 0,3\}$.

\tilde{A}	\tilde{B}
а) $\tilde{X} \supset \tilde{Y}$	$\neg \tilde{X} \& \tilde{Y}$
б) $\neg \tilde{X} \vee \tilde{Y}$	$\tilde{X} \& \tilde{Y}$

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

1. Веретенников Б. М. Дискретная математика: учебное пособие, Ч. 1 [Электронный ресурс] / Веретенников Б. М., Белоусова В. И. - Издательство Уральского университета, 2014. – режим доступа - <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=276013>
2. Редькин, Н.П. Дискретная математика [Электронный ресурс]/ Н.П. Редькин. – Москва : Физматлит, 2009. – 263 с. – ISBN 978-5-9221-1093-8– Режим доступа <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=75709>
3. Триумфгородских, М.В. Дискретная математика и математическая логика для информатиков, экономистов и менеджеров : учебное пособие [Электронный ресурс]/ М.В. Триумфгородских. – Москва : Диалог-МИФИ, 2011. - 180 с. : табл., граф., ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-86404-238-0 ; Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=136106>

5.2 Дополнительная литература

1. Судоплатов, С.В. Дискретная математика : учебник [Электронный ресурс] / С.В. Судоплатов, Е.В. Овчинникова. - 4-е изд. - Новосибирск : НГТУ, 2012. – 278 с. - (Учебники НГТУ). – ISBN978-5-7782-1815-4 ; Режим доступа : <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=135675>

2. Ковалева Л. Ф. Дискретная математика в задачах. Учебное пособие [Электронный ресурс] / Ковалева Л. Ф. - Евразийский открытый институт, 2011. – режим доступа

<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=93273>

3. Гурова Л. М. Математическая логика и теория алгоритмов. Учебное пособие [Электронный ресурс] / Гурова Л. М., Зайцева Е. В. - Московский государственный горный университет, 2006 – Режим доступа <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83721/>

4. Гладких О. Б. Математическая логика: учебно-методическое пособие [Электронный ресурс] / Гладких О. Б., Белых О. Н. - ЕГУ им. И.А. Бунина, 2011.- Режим доступа - http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=272140&sr=1

5. Бояринцева Т. Е. Математическая логика и теория алгоритмов : Методические указания к выполнению типового расчета [Электронный ресурс] / Бояринцева Т. Е., Золотова Н. В., Исмагилов И. Р. - Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. – Режим доступа - <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=257607>

5.3 Периодические издания

– Информатика и образование : журнал. - Москва : "Образование и Информатика"

5.4 Интернет-ресурсы

<https://www.coursera.org/learn/teoriya-grafov> «Coursera», MOOK: «Теория графов»

<https://www.coursera.org/learn/kombinatorika-dlya-nachinayushchikh> «Coursera», MOOK: «Комбинаторика для начинающих»

<https://openedu.ru/course/spbstu/MATLOG/> «Открытое образование», Каталог курсов, MOOK: «Математическая логика»;

Онлайн инструменты по математической логике <http://tablica-istinnosti.ru/ru/>

Онлайн калькулятор. Таблица истинности <http://math.semestr.ru/inf/table.php>

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий

– Microsoft Office

– Операционная система Windows

– Веб-приложение «Универсальная система тестирования БГТИ»

– <https://rupto.ru/ru>. – Федеральная служба по интеллектуальной собственности

– <http://www.edu.ru> – Федеральный портал «Российское образование»

– <https://www.minobrnauki.gov.ru/> – Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

– Яндекс браузер

– Mathcad

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Перечень основного оборудования учебных аудиторий для проведения занятий лекционного типа: стационарный мультимедиа-проектор и проекционный экран, переносной ноутбук, кафедра, посадочные места для обучающихся, рабочее место преподавателя, учебная доска.

Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий используются компьютерные классы, оснащенные стационарным мультимедиа-проектором и проекционным экраном, оборудованием для организации локальной вычислительной сети, персональными компьютерами, рабочим местом преподавателя, учебной доской.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, подключенной к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ, электронные библиотечные системы.