

Минобрнауки России

Бузулукский гуманитарно-технологический институт (филиал)  
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
высшего образования  
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра педагогического образования

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

### **ДИСЦИПЛИНЫ**

*«Б1.Д.В.4 Теория функций действительного переменного»*

Уровень высшего образования

**БАКАЛАВРИАТ**

Направление подготовки

*44.03.01 Педагогическое образование*

(код и наименование направления подготовки)

*Математическое образование*

(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация

*Бакалавр*

Форма обучения

*Заочная*

Год набора 2021

Рабочая программа дисциплины «Б1.Д.В.4 Теория функций действительного переменного» рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

педагогического образования

наименование кафедры

протокол № 6 от "29" января 2021г.

Декан факультета

О.Н. Григорьева

Исполнители:

\_\_\_\_\_

должность

\_\_\_\_\_

подпись

Л.Г. Шабалина

расшифровка подписи

\_\_\_\_\_

должность

\_\_\_\_\_

подпись

\_\_\_\_\_

расшифровка подписи

СОГЛАСОВАНО:

Заместитель директора по НМР

\_\_\_\_\_

М.А. Зорина

Председатель методической комиссии по направлению подготовки

44.03.01 Педагогическое образование

код наименование

\_\_\_\_\_

личная подпись

Л.А. Омеляненко

расшифровка подписи

Заведующий библиотекой

\_\_\_\_\_

личная подпись

\_\_\_\_\_

расшифровка подписи

Т.А. Лопатина

Уполномоченный по качеству кафедры

\_\_\_\_\_

личная подпись

И.В. Балан

расшифровка подписи

© Шабалина Л.Г., 2021

© БГТИ(филиал)ОГУ, 2021

## 1 Цели и задачи освоения дисциплины

**Целью освоения дисциплины** являются овладение теоретическими основами дисциплины, приобретение навыков использования универсального понятийного аппарата и широкого арсенала математических приемов при дальнейшем изучении профильных дисциплин.

### Задачи:

– повысить уровень фундаментальной математической подготовки, формируя у студента базовые понятия дисциплины, необходимые для решения теоретических и практических задач математики;

– изучить общие методы и приемы дисциплины - освоение математического инструментария и подготовка к изучению дальнейших математических и профильных дисциплин; приобретение обучающимися навыков реализации теоретических знаний на практике; умения решать типовые задачи, соответствующие изучаемым разделам; использование математических методов при решении задач будущей профессиональной деятельности;

– развивать навыки логического и алгоритмического математического мышления, и доказательных рассуждений, оперирования с абстрактными объектами.

## 2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к обязательным дисциплинам (модулям) вариативной части блока Д «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.16 Математика, Б1.Д.Б.22 Физика, Б1.Д.Б.25 Дискретная математика и математическая логика, Б1.Д.Б.26 Теория вероятностей и математическая статистика, Б1.Д.В.1 Алгебра и теория чисел, Б1.Д.В.3 Математический анализ, Б2.П.Б.У.1 Ознакомительная практика*

Постреквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.27 Численные методы, Б1.Д.Б.28 Дополнительные главы математики, Б2.П.В.П.1 Преддипломная практика*

## 3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1-В-2 Осуществляет критический анализ и синтез информации, полученной из разных источников УК-1-В-4 Применяет методы сбора, хранения, обработки, передачи, анализа и синтеза информации с использованием компьютерных технологий для решения поставленных задач	<b>Знать:</b> – основы критического анализа и синтеза; – Основные характеристики информации и требования, предъявляемые к ней; – источники информации, требуемые для решения поставленных задач; <b>Уметь:</b> – уметь выделять базовые составляющие поставленных задач; – критически работать с информацией; – обосновывать варианты решения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
		задач; <b><u>Владеть:</u></b> – методами анализа и синтеза решения поставленных задач; – способностью определять, интерпретировать и ранжировать информацию; – способностью аргументированно делать выводы при решении поставленных задач.
ПК*-1 Способен осуществлять обучение учебному предмету на основе использования предметных методик и современных образовательных технологий	ПК*-1-В-2 Анализирует потребности, возможности и достижения обучающихся при изучении математики и обосновывает выбор методов обучения математике и образовательных технологий, исходя из особенностей содержания учебного материала, возраста и образовательных потребностей обучаемых ПК*-1-В-3 Применяет методы обучения математике и современные образовательные технологии	<b><u>Знать:</u></b> – основные теоретические положения курса; – основные технологии реализации образовательных программ. <b><u>Уметь:</u></b> – реализовывать учебные программы базовых курсов в различных образовательных учреждениях; – нести ответственность за результаты своей профессиональной деятельности; <b><u>Владеть:</u></b> – математическими навыками и умениями, необходимыми в профессиональной деятельности; – владеть методами развития образного и логического мышления, методами анализа, навыками решения возникающих проблем; способностью регулярно повышать свою квалификацию, как с помощью дальнейшего обучения, так и самостоятельного овладения новыми знаниями.
ПК*-2 Способен осуществлять педагогическую поддержку и сопровождение обучающихся в процессе достижения метапредметных, предметных и личностных результатов	ПК*-2-В-2 Проектирует образовательный процесс с использованием современных технологий, соответствующих общим и специфическим особенностям возрастного развития личности ПК*-2-В-3 Реализует учебный процесс и внеучебную деятельность обучающихся в различных типах образовательных учреждений и различных возрастных группах, применяя современные методики	<b><u>Знать:</u></b> – приемы педагогического воздействия и взаимодействия, технику их применения; - элементы педагогической техники и пути овладения педагогической техникой; <b><u>Уметь:</u></b> – осуществлять профессиональную деятельность в условиях обновления ее целей, содержания, смены технологий <b><u>Владеть:</u></b> – обеспечивать взаимодействие

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
	и технологии	членов педагогического процесса, при решении задач обучения и воспитания и достижение личностных результатов.
ПК*-3 Способен применять предметные знания при реализации образовательного процесса	ПК*-3-В-2 Осуществляет отбор учебного содержания для реализации в различных формах обучения математике в соответствии с дидактическими целями и возрастными особенностями учащихся ПК*-3-В-3 Демонстрирует умения отбора вариативного содержания с учетом взаимосвязи урочной и внеурочной формы обучения математике	<b>Знать:</b> – основные положения теоретического курса, четко представлять его органическую связь с приложениями; – основные понятия, категории и инструменты функционального анализа для решения прикладных задач; – системное представление о последних разработках в современном мире, связанных с математикой, их связь с другими процессами, происходящими в обществе; <b>Уметь:</b> – уметь решать типовые задачи функционального анализа, использовать основные понятия при решении задач; – анализировать исходные данные, производить правильную постановку задачи, строить математические модели практических и прикладных задач; – анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы. <b>Владеть:</b> – методами функционального анализа необходимыми в профессиональной деятельности, навыками использования математического инструментария для решения практических задач.

#### 4 Структура и содержание дисциплины

##### 4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц (216 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	7 семестр	8 семестр	всего
<b>Общая трудоёмкость</b>	<b>108</b>	<b>108</b>	<b>216</b>
<b>Контактная работа:</b>	<b>18,25</b>	<b>19,5</b>	<b>37,75</b>
Лекции (Л)	8	8	16

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	7 семестр	8 семестр	всего
Практические занятия (ПЗ)	10	10	20
Консультации		1	1
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,5	0,75
<b>Самостоятельная работа:</b> - выполнение контрольной работы (КонтрР); - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); - подготовка к практическим занятиям; - подготовка к итоговому контролю.	<b>89,75</b>	<b>88,5</b> +	<b>178,25</b>
<b>Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)</b>	<b>диф. зач.</b>	<b>экзамен</b>	

#### Разделы дисциплины, изучаемые в 7 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Множество. Метрическое пространство. Топологическое пространство.	27	2	2		23
2	Мера и интеграл Лебега. Интеграл Стильбеса. Пространства $L_p$	26	2	2		22
3	Банаховы пространства и линейные непрерывные функционалы. Теорема Хана-Банаха.	27	2	2		23
4	Линейные операторы: сопряженный оператор, обратный оператор, спектр, теорема Фредгольма.	28	2	4		22
	Итого:	108	8	10		90

#### Разделы дисциплины, изучаемые в 8 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
5	Гильбертовы пространства: ортогональные системы, теорема об изоморфизме, самосопряженные операторы.		2	2		30
6	Линейные топологические пространства и обобщенные функции		2	4		30
7	Элементы нелинейного анализа		4	4		30
	Итого:	108	8	10		90
	Всего:	216	16	20		180

## 4.2 Содержание разделов дисциплины

### Раздел 1.

1. Линейное нормированное пространство. Примеры норм. Банахово пространство.
2. Сопряженное пространство. Полнота сопряженного пространства. Теорема Хана -- Банаха о продолжении линейного функционала.

3. Общий вид линейных функционалов в некоторых банаховых пространствах.
4. Линейные операторы.
  - Норма оператора.
  - Сопряженный оператор.
  - Спектр и резольвента.
5. Теорема Банаха об обратном операторе.
6. Компактные операторы. Компактность интегральных операторов.
7. Понятие об индексе.
8. Теорема Фредгольма.
9. Примеры использования теоремы Фредгольма.
  - Задача Штурма - Лиувилля.
  - Теория потенциала.
  - Индекс дифференциального оператора.
10. Гильбертовы пространства
  - Скалярное произведение.
  - Определение гильбертова пространства.
  - Неравенство Коши - Буняковского - Шварца
  - Ортогональные системы.
  - Неравенство Бесселя.
  - Базисы и гильбертова размерность.
  - Теорема об изоморфизме.
  - Ортогональное дополнение.
11. Общий вид линейного функционала.
12. Самосопряженные (эрмитовы) и унитарные операторы.
  - Ортопроекторы.
  - Спектр эрмитова и унитарного оператора.
  - Теорема Гильберта о компактных эрмитовых операторах.
13. Функциональное исчисление.
14. Приведение оператора к виду умножения на функцию.
15. Спектральная теорема.
16. Неограниченные самосопряженные операторы. Примеры и приложения.
17. Линейные топологические пространства и обобщенные функции.
  - Полинормированные пространства.
  - Функционал Минковского.
  - Нормируемость и метризуемость.
  - Топологии в сопряженном пространстве.
  - Слабая компактность шара в сопряженном пространстве.
  - Основные пространства гладких функций.
18. Пространства обобщенных функций.
  - Основные определения теории обобщенных функций.
  - Операции над обобщенными функциями: Умножение на гладкую функцию. Дифференцирование. Замена переменных.
19. Преобразование Фурье.
20. Элементы нелинейного анализа.
  - Слабый и сильный дифференциал нелинейного функционала.
  - Экстремум функционала.
  - Классические задачи вариационного исчисления.
  - Уравнение Эйлера.
  - Вторая вариация.
  - Условия Лежандра и Якоби.
21. Современное состояние функционального анализа и его связь с другими областями математики.

### 4.3 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Множество. Метрическое пространство. Топологическое пространство.	2
2	2	Мера и интеграл Лебега. Интеграл Стильтьеса. Пространства $L_p$	2
3	3	Банаховы пространства и линейные непрерывные функционалы. Теорема Хана-Банаха.	2
4,5	4	Линейные операторы: сопряженный оператор, обратный оператор, спектр, теорема Фредгольма.	4
6	5	Гильбертовы пространства: ортогональные системы, теорема об изоморфизме, самосопряженные операторы.	2
7,8	6	Линейные топологические пространства и обобщенные функции	4
9,10	7	Элементы нелинейного анализа	4
		Итого:	20

### 4.4 Контрольная работа (8 семестр)

$$f(x) = \int_{-1}^1 t^{-1/3} x(t) dt, \quad x \in L_2[-1; 1]$$

1 Является ли функционал линейным непрерывным и если да, то найти его норму.

$$F(x) = \max_{0 < x < 1} x(t)$$

2 Является ли функционал линейным непрерывным и если да, то найти его норму.

3 Доказать, что оператор  $A: C[0,1] \rightarrow C[0,1], Ax(t) = x(t^2)$ , является линейным ограниченным оператором и оцените его норму.

4 Найти обратный оператор к оператору  $A: D(A) \rightarrow C[0,1], Ax = x'' - 9x, D(A) = \{x \in C^2[0,1]: x(0) = x'(0) = 1\}$ . Оцените его норму  $\|A^{-1}\|$ .

$$A: D(A) \rightarrow L_2[0,1], Ax(t) = \int_0^1 (s+t)x(s) ds.$$

5 Найти сопряженный оператор к оператору

6 Является ли оператор  $A: C^1[-1,1] \rightarrow C[-1,1], Ax(s) = t^2 x(t)$  вполне непрерывным.

### 5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

#### 5.1 Основная литература

Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа: учебник / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. – 7-е изд. – Москва : Физматлит, 2012. – 573 с. – (Классический университетский учебник). – Режим доступа: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563> – ISBN: 978-5-9221-0266-7. – Текст: электронный.

Треногин, В. А. Функциональный анализ: учебник / В. А. Треногин. – 3-е изд., испр. – Москва : Физматлит, 2002. – 488 с. – Режим доступа: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82613> – ISBN: 5-9221-0272-9. – Текст : электронный.

#### 5.2 Дополнительная литература

Крепкогорский, В. Л. Функциональный анализ: учебное пособие / В. Л. Крепкогорский; Министерство образования и науки России, Казанский национальный исследовательский



технологический университет. – Казань : Казанский научно-исследовательский технологический университет (КНИТУ), 2014. – 116 с.: табл., граф., ил. – Режим доступа: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428727> – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7882-1650-8. – Текст: электронный.

Данилин, А. Р. Функциональный анализ: учебное пособие / А. Р. Данилин. – Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2012. – 200 с. – Режим доступа: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=239528> – ISBN 978-5-7996-0720-3. – Текст: электронный.

Кутузов, А. С. Введение в функциональный анализ: учебное пособие / А. С. Кутузов. – Москва; Берлин: Директ-Медиа, 2020. – 482 с. – Режим доступа: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=571413> – ISBN: 978-5-4499-0433-1. – DOI 10.23681/571413. – Текст: электронный.

### 5.3 Периодические издания

– Высшее образование в России: журнал. – Москва: Московский госуд. Университет печати им. И. Федорова, 2019, 2020

– Высшее образование сегодня: журнал. – Москва: Логос, 2019, 2020

### 5.4 Интернет-ресурсы

– <http://www.biblioclub.ru> – ЭБС «Университетская библиотека он-лайн» / (принадлежность Общество с ограниченной ответственностью «НексМедиа»).

– <http://e.lanbook.com/> – ЭБС «Лань» (принадлежность (Общество с ограниченной ответственностью «ЭБС ЛАНЬ»))

– <http://znanium.com/> – ЭБС научно – издательского центра «ИНФРА-М» (принадлежность Общество с ограниченной ответственностью «НексМедиа»)

– <http://rucont.ru/> – ЭБС Руконт (принадлежность ООО Центральный коллектор библиотек «БИБКОМ»), ООО «Агентство «Книга-Сервис»).

– Научная электронная библиотека eLIBRARY <http://elibrary.ru/defaultx.asp> Режим свободного доступа;

#### Ресурс свободного доступа:

– <http://www.vilenin.narod.ru/Books/Books.htm> – Математическая библиотека

– <http://www.exponenta.ru> – «Образовательный математический сайт Exponenta.ru».

– <http://www.matclub.ru> – Лекции, примеры решения задач, интегралы и производные, дифференцирование, ТФКП, Электронные учебники. Типовой расчет из задачника Кузнецова.

– <http://www.mathelp.spb.ru> – «Высшая математика» (помощь студентам) – Лекции, электронные учебники, решение контрольных работ.

### 5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

– Операционная система Microsoft Windows 7 Academic

– Офисные приложения Microsoft Office 2010 Academic

– Яндекс-браузер. – Режим доступа: <https://yandex.ru/>

– Общероссийский математический портал. – Режим доступа: <http://www.mathnet.ru/>

– Большая российская энциклопедия. - Режим доступа: <https://bigenc.ru/>

– СПС «КонсультантПлюс». – Режим доступа: <http://www.consultant.ru/>

– Федеральная служба государственной статистики. – Режим доступа: [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/)

– Федеральный образовательный портал. – Режим доступа – <http://www.edu.ru>

– «Российское образование» Федеральный портал. Каталог образовательных интернет-ресурсов. Законодательство. Нормативные документы и стандарты // Учебно-методическая библиотека.

## **6 Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Учебно-методический комплекс по дисциплине «Функциональный анализ».

Учебная аудитория лекционного типа: стационарный мультимедиапроектор и проекционный экран, переносной ноутбук, кафедра, посадочные места для обучающихся, рабочее место преподавателя, учебная доска

Компьютерный класс: стационарный мультимедиапроектор и проекционный экран, оборудование для организации локальной вычислительной сети, перечни Интернет-ссылок на электронные источники (на которые разрешен доступ из аудитории) для получения дополнительной информации по дисциплине, оборудование для организации локальной вычислительной сети, персональные компьютеры, рабочее место преподавателя и студентов, учебная доска.

Помещения для самостоятельной работы: комплекты ученической мебели, компьютеры с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ, электронные библиотечные системы.

Учебные аудитории для проведения групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации: комплекты ученической мебели, компьютеры с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ, электронные библиотечные системы.