

Минобрнауки России
Бузулукский гуманитарно-технологический институт (филиал)
Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»
Кафедра педагогического образования

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
ДИСЦИПЛИНЫ

«Б1.Д.В.1 Алгебра и теория чисел»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

44.03.01 Педагогическое образование

(код и наименование направления подготовки)

Математическое образование

(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Заочная

Год набора 2022

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

педагогического образования

наименование кафедры

протокол № 6 от "28" января 2022 г.

Декан факультета

О.Н. Григорьева

Исполнители:

доцент

О.А. Степунина

должность

подпись

расшифровка подписи

должность

подпись

расшифровка подписи

СОГЛАСОВАНО:

Заместитель директора по НМР

М.А. Зорина

Председатель методической комиссии по направлению подготовки

44.03.01 Педагогическое образование

Л.А. Омеляненко

код наименование

личная подпись

расшифровка подписи

Уполномоченный по качеству кафедры

И.В. Балан

личная подпись

расшифровка подписи

© Степунина О.А., 2022

© БГТИ (филиал) ОГУ, 2022

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цель (цели) освоения дисциплины является обеспечение фундаментальной математической подготовки как основы будущей профессиональной деятельности, формирование способности использовать базовые знания алгебры и теории чисел, основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с профессиональной деятельностью в сфере математики

Задачи:

- дать представление о месте и роли алгебры и теории чисел в системе математических наук;
- формирование основных понятий курса алгебры и теории чисел, необходимых в профессиональной деятельности;
- формирование и развитие доказательного мышления;
- формирование навыков применения аппарата алгебры и теории чисел к решению задач в разных областях математики и других естественных наук;
- формирование у студентов навыков работы с учебной, научной и научно-методической литературой.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к обязательным дисциплинам (модулям) вариативной части блока Д «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.16 Математика, Б2.П.Б.У.1 Ознакомительная практика*

Постреквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.24 История математики, Б1.Д.Б.27 Численные методы, Б1.Д.Б.28 Дополнительные главы математики, Б1.Д.В.4 Функциональный анализ, Б1.Д.В.5 Практикум по решению профессиональных задач, Б1.Д.В.6 Теория и методика обучения математике, Б2.П.В.П.1 Преддипломная практика*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
ПК*-3 Способен применять предметные знания при реализации образовательного процесса	ПК*-3-В-1 Воспроизводит основные теоретические положения и решает типовые задачи по дисциплинам высшей математики, являющимся теоретическими основами школьного курса математики ПК*-3-В-2 Осуществляет отбор учебного содержания для реализации в различных формах обучения математике в соответствии с дидактическими целями и возрастными особенностями учащихся ПК*-3-В-3 Демонстрирует умения отбора вариативного содержания с учетом взаимосвязи урочной и внеурочной формы обучения математике	Знать: – основные классические факты, утверждения и методы алгебры и теории чисел; – связь теоретических основ и технологических приемов алгебры и теории чисел с содержанием преподаваемых предметов; – требования образовательных стандартов к предметным результатам освоения основной образовательной программы общего образования по математике и алгебре; Уметь: – решать типовые задачи в указанной предметной области; – применять алгебраические алгоритмы в различных математических моделях;

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
		<p>–использовать преимущества теоретико-множественного подхода и алгебраического метода при решении задач школьного курса математики;</p> <p>Владеть:</p> <p>– содержательной интерпретацией и адаптацией теоретических знаний по преподаваемым предметам для решения образовательных задач;</p> <p>–навыками применения современного инструментария алгебры и теории чисел для решения профессиональных задач;</p> <p>– навыками использования фундаментальных знаний в области алгебры и теории чисел в будущей профессиональной деятельности.</p>

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц (252 академических часа).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	3 семестр	4 семестр	всего
Общая трудоёмкость	108	144	252
Контактная работа:	18,25	19,5	37,75
Лекции (Л)	8	8	16
Практические занятия (ПЗ)	10	10	20
Консультации		1	1
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,5	0,75
Самостоятельная работа: - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); - подготовка к практическим занятиям;	89,75	124,5 +	214,25
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	диф. зач.	экзамен	

Разделы дисциплины, изучаемые в 3 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Алгебраические структуры	24	2	2	-	20
2	Многочлены от одной переменной. Теория делимости в кольце многочленов	24	2	2	-	20
3	Многочлены от нескольких переменных	24	2	2	-	20
4	Многочлены над полем действительных и комплексных чисел	36	2	4	-	30
	Итого:	108	8	10	-	90

Разделы дисциплины, изучаемые в 4 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
5	Многочлены над полем рациональных чисел и алгебраические числа	16	1	1	-	14
6	Важнейшие функции в теории чисел	16	1	1	-	14
7	Основы теории сравнений	16	1	1	-	14
8	Натуральные числа	16	1	1	-	14
9	Целые числа	16	1	1	-	14
10	Рациональные числа	16	1	1	-	14
11	Действительные числа	16	1	1	-	14
12	Комплексные, двойные и дуальные числа	16	-	2	-	14
13	Алгебры на поле действительных чисел	16	1	1	-	14
	Итого:	144	8	10	-	126
	Всего:	252	16	20	-	216

4.2 Содержание разделов дисциплины

№1 Алгебраические структуры

Бинарные отношения и их свойства. Алгебраические операции и их основные свойства. Алгебраические структуры с одной бинарной операцией. Простейшие свойства групп. Алгебраические структуры с двумя бинарными операциями. Алгебраические системы. Гомоморфизм и изоморфизм алгебраических систем

№2 Многочлены от одной переменной. Теория делимости в кольце многочленов

Кольцо многочленов от одной переменной над областью целостности. Делимость многочлена на двучлен и корни многочлена. Теорема о возможном наибольшем числе корней многочлена. Многочлены над полем. Основные свойства делимости многочленов. Теорема о делении многочленов с остатком. НОД многочленов. Теорема о существовании и нахождении НОД многочленов. Взаимно простые многочлены и их свойства. НОК многочленов и его вычисление. Неприводимые над полем многочлены и их основные свойства. Разложение многочлена в произведение неприводимых множителей и его единственность. Нахождение НОД и НОК многочленов при помощи разложения на неприводимые множители. Понятие производной многочлена, основные свойства производных многочленов. Вычисление значений многочлена и его производных с помощью схемы Горнера. Формула Тейлора. Неприводимые кратные множители многочленов. Основная теорема о кратности неприводимого множителя многочлена. Понятие кратности корня многочлена. Основная теорема о кратности корня многочлена. Отделение неприводимых кратных множителей многочлена

№3 Многочлены от нескольких переменных

Построение кольца многочленов от n переменных. Степень и лексикографическое упорядочение многочлена от n переменных. Условия равенства многочленов от нескольких переменных. Поле частных кольца многочленов. Неприводимые многочлены от нескольких переменных. Теорема о разложимости многочлена от нескольких переменных в произведение неприводимых множителей и его единственность. Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах. Теорема о единственности представления симметрического многочлена в виде многочлена от основных симметрических

№4 Многочлены над полем действительных и комплексных чисел

Теорема о непрерывности многочлена с комплексными коэффициентами. Лемма о модуле старшего члена многочлена с комплексными коэффициентами. Теорема о существовании корня многочлена с комплексными коэффициентами (основная теорема алгебры). Разложение многочлена с комплексными коэффициентами в произведение линейных множителей. Связь между корнями и коэффициентами многочлена (формулы Виета). Сопряженность комплексных корней многочлена с

действительными коэффициентами. Представление многочлена с действительными коэффициентами в виде произведения неприводимых множителей

№5 Многочлены над полем рациональных чисел и алгебраические числа

Целые корни многочлена с целыми коэффициентами. Дробные рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами. Критерий неприводимости многочлена с целыми коэффициентами. Понятие алгебраического числа и его минимального многочлена. Основные свойства минимального многочлена алгебраического числа. Понятие простого алгебраического расширения поля и его строение. Поле алгебраических чисел. Алгебраическая замкнутость поля алгебраических чисел. Понятие разрешимости уравнений в радикалах. Разрешимость в квадратных радикалах

№6 Важнейшие функции в теории чисел

Функции $[x]$, $\{x\}$ и их свойства. Мультипликативные функции. Число и сумма делителей натурального числа. Функция Мёбиуса. Функция Эйлера.

№7 Основы теории сравнений

Основные понятия. Простейшие свойства сравнений. Полная и приведённая системы вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма. Сравнения первой степени. Системы сравнений первой степени. Сравнения любой степени по простому и составному модулю. Сравнения второй степени. Символ Лежандра. Понятия первообразного корня и индекса

№8 Натуральные числа

Понятие натурального ряда. Аксиоматическое построение системы натуральных чисел. О непротиворечивости аксиоматической теории натуральных чисел. Система аксиом Пеано и её свойства. Упорядоченное полукольцо натуральных чисел. Конечные и счётные множества

№9 Целые числа

Аксиоматическое построение кольца целых чисел как минимального расширения полукольца натуральных чисел. Существование системы целых чисел. Кольцо целых чисел как область целостности. Упорядоченное кольцо целых чисел.

№10 Рациональные числа

Аксиоматическое построение поля рациональных чисел как минимального расширения кольца целых чисел. Существование поля рациональных чисел. Упорядоченное поле рациональных чисел. Представление рациональных чисел десятичными дробями

№11 Действительные числа

Аксиоматическое построение поля действительных чисел как минимального расширения поля рациональных чисел. Существование поля действительных чисел. Упорядоченное поле действительных чисел. Представление действительных чисел десятичными дробями. Другие определения системы действительных чисел: с помощью понятий сечения и верхней границы; с помощью понятия фундаментальной последовательности

№12 Комплексные, двойные и дуальные числа

Аксиоматическое построение поля комплексных чисел как минимального расширения поля действительных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Операции над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической формах. Двойные и дуальные числа

№13 Алгебры над полем действительных чисел

Системы кватернионов и гиперкомплексных чисел. Общий взгляд на действительные, комплексные числа и кватернионы. Предел расширения числовых систем.

4.3 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Алгебраические структуры и системы	2
2	2	Разложение многочлена в произведение неприводимых множителей	2
3	3	Степень и лексикографическое упорядочение многочлена от n переменных. Симметрические многочлены	2

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
4	4	Представление многочлена с действительными коэффициентами в виде произведения неприводимых множителей	2
5	4	Решение уравнений третьей и четвертой степени (в радикалах)	2
6	5, 6	Целые и дробные рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами. Важнейшие функции в теории чисел	2
7	7,8	Системы сравнений первой степени. Упорядоченное полукольцо натуральных чисел	2
8	9, 10	Кольцо целых чисел как область целостности и упорядоченное поле рациональных чисел	2
9	11, 13	Упорядоченное поле действительных чисел, формы комплексного числа Системы кватернионов и гиперкомплексных чисел	2
10	12	Двойные и дуальные числа	2
		Итого:	20

4.4 Контрольная работа (4 семестр)

Задание 1

Даны подстановки

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 4 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad Q = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 1 & 3 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 5 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

- 1) Найти область определения подстановок.
- 2) Выписать обратные подстановки P^{-1} и Q^{-1} .
- 3) Доказать, что $P \cdot I = I \cdot P = P$.
- 4) Найти произведения постановок PP , PQ , QP , QQ , $P^{-1}Q$.
- 5) Выписать наибольший цикл и возвести в третью степень.

Задание 2.

В кольце $R[x]$ многочленов с действительными коэффициентами найдите наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное многочленов

$$f = x^3 + 4x - 3 \quad \text{и} \quad g = x^4 + x^3 - x^2 + x - 2.$$

Задание 3.

Выполнить деление с остатком:

$$x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + 8 \text{ на } x - 1$$

Задание 4

Оцените количество операций (сложений, умножений, переносов, сдвигов), требующихся для умножения столбиком двузначного числа на трехзначное.

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

1. Веселова, Л. В. Алгебра и теория чисел: учебное пособие [Электронный ресурс]: [16+] / Л. В. Веселова, О. Е. Тихонов; Казанский национальный исследовательский технологический университет. – Казань: Казанский научно-исследовательский технологический университет (КНИТУ), 2014. – 107 с.: ил. – Режим доступа: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428287> . – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7882-1636-2

2. Михалева, М. М. Алгебра и теория чисел: учебное пособие [Электронный ресурс] / М. М. Михалева, Б. М. Веретенников; Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина. – Екатеринбург: Издательство Уральского университета, 2014. – Ч. 1. – 51 с. – Режим доступа: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=276012> . – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7996-1193-4 | 978-5-7996-1166-8. –

5.2 Дополнительная литература

1. Алферова, З. В. Алгебра и теория чисел: учебно-методический комплекс [Электронный ресурс]: [16+] / З. В. Алферова, Э. Л. Балюкевич, А. Н. Романников. – Москва: Евразийский открытый институт, 2011. – 279 с. – Режим доступа: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90645> . – ISBN 978-

2. Шеина, Г. В. Теория и практика решения задач по алгебре [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. В. Шеина; Московский педагогический государственный университет. – Москва: Московский педагогический государственный университет (МПГУ), 2015. – Ч. 2. – 120 с.: ил. – Режим доступа: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=471250> . – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-4263-0218-15-374-00535-6.

5.3 Периодические издания

- Инновации в образовании: журнал. -Москва: Издательство СГУ;
- Начальное образование: журнал. -Москва: ИНФРА-М;
- Педагогика: журнал. -Москва: ООО Педагогика;
- Педагогическая информатика: журнал. -Москва: ООО Педагогика
- Вопросы психологии: журнал. -Москва: ООО Психология;

5.4 Интернет-ресурсы

- <https://openedu.ru/course/> - «Открытое образование», Каталог курсов, MOOK: «Высшая математика. Линейная алгебра и элементы топологии»;
- <https://openedu.ru/course/> - «Открытое образование», Каталог курсов, MOOK: «Основания алгебры и геометрии»;
- Федеральный институт педагогических измерений. – Режим доступа: <http://www.fipi.ru/>
- Федеральный портал «Российское образование». – Режим доступа: <http://www.edu.ru/>
- Сайт Министерства образования и науки РФ. – Режим доступа: www.mon.gov.ru
- Международный научный педагогический журнал. – Режим доступа: <http://www.oim.ru>

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

- Microsoft Office
- Операционная система Windows
- Веб-приложение «Универсальная система тестирования БГТИ»
- <https://rupto.ru/ru>. – Федеральная служба по интеллектуальной собственности
- <http://www.edu.ru> – Федеральный портал «Российское образование»
- <https://www.minobrnauki.gov.ru/> – Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
- СПС «КонсультантПлюс»
- Яндекс браузер

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Перечень основного оборудования учебных аудиторий для проведения занятий лекционного типа: стационарный мультимедиа-проектор и проекционный экран, переносной ноутбук, кафедра, посадочные места для обучающихся, рабочее место преподавателя, учебная доска.

Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий используются компьютерные классы, оснащенные стационарным мультимедиа-проектором и проекционным экраном, оборудованием для организации локальной вычислительной сети, персональными компьютерами, рабочим местом преподавателя, учебной доской.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, подключенной к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ, электронные библиотечные системы.