

Минобрнауки России

Бузулукский гуманитарно-технологический институт (филиал)  
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
высшего образования  
**«Оренбургский государственный университет»**

Кафедра педагогического образования

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

### **ДИСЦИПЛИНЫ**

*«Б1.Д.Б.23 Дискретная математика и математическая логика»*

Уровень высшего образования

**БАКАЛАВРИАТ**

Направление подготовки

*44.03.01 Педагогическое образование*  
(код и наименование направления подготовки)

*Информатика*

(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация

*Бакалавр*

Форма обучения


*Заочная*

Год набора 2020

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

педагогического образования

наименование кафедры  
протокол № 6 от "10" 01 2020 г.


Декан факультета экономики и права  подпись О.Н. Григорьева расшифровка подписи


Исполнители:

доцент должность  подпись О.А. Степунина расшифровка подписи

должность подпись расшифровка подписи

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методической комиссии по направлению подготовки  
44.03.01 Педагогическое образование код наименование  личная подпись Л.А. Омельяненко расшифровка подписи

Заведующий библиотекой  личная подпись Т.А. Лопатина расшифровка подписи

© Степунина О.А., 2020  
© БГТИ (филиал) ОГУ, 2020

## 1 Цели и задачи освоения дисциплины

### Цели освоения дисциплины:

Целью преподавания дисциплины является изучение теоретических и алгоритмических основ базовых разделов современной дискретной математики и математической логики, формирование у студентов навыков описания дискретных объектов в прикладных задачах.

### Задачи изучения дисциплины

- обучение студентов описанию важнейших алгоритмов объектами дискретной математики и математической логики;
- обучение студентов умениям построения и анализа моделей средствами дискретной математики и математической логики;
- обучение студентов практическим умениям формализованного представления реальных ситуаций, процессов, систем теоретико-множественными и графическими методами, методами дискретизации.

## 2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока Д «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.20 Математика*

Постреквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.18 Теоретические основы информатики, Б1.Д.Б.26 Программирование, Б1.Д.Б.27 Исследование операций*

## 3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

| Код и наименование формируемых компетенций  | Код и наименование индикатора достижения компетенции   | Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций  |
|---|--|--|
| УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | УК-1-В-1 Применяет философские основы познания и логического мышления, методы научного познания, в том числе методы системного анализа, для решения поставленных задач<br>УК-1-В-4 Применяет методы сбора, хранения, обработки, передачи, анализа и синтеза информации с использованием компьютерных технологий для решения поставленных задач | <b>Знать:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>– основные методы и алгоритмы теории графов, теории отношений, комбинаторики, теории нечетких множеств, связанные с моделированием и оптимизацией систем различной природы;</li><li>– компоненты (аксиомы и правила вывода) и характеристики (свойства) исчислений высказываний и важнейших теорий первого порядка;</li><li>– методы математической логики для изучения математических доказательств и теорий;</li><li>– основные методы описания алгоритмов объектами дискретной математики;</li><li>– методы формализации реальных ситуаций, явлений и процессов средствами дискретной математики;</li></ul> <b>Уметь:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>– употреблять специальную математиче-</li></ul> |

| Код и наименование формируемых компетенций | Код и наименование индикатора достижения компетенции | Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций   |
|--|--|---|
|  |  | <p>скую символику для выражения количественных и качественных отношений между объектами;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– применять средства языка логики предикатов для записи и анализа математических предложений;</li> <li>– строить математические модели средствами дискретной математики и математической логики</li> <li>– анализировать алгоритмически разрешимые задачи и проблемы;</li> <li>– оценивать эффективность и сложность алгоритмов символьных преобразований.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– классическими арифметическими, теоретико-числовыми и комбинаторными алгоритмами;</li> <li>– основными приемами комбинаторного анализа;</li> <li>– техникой равносильных преобразований;</li> <li>– дедуктивным аппаратом изучаемых логических исчислений;</li> <li>– основными алгоритмами дискретной оптимизации.</li> </ul> |

## 4 Структура и содержание дисциплины

### 4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц (252 академических часа).

| Вид работы  | Трудоемкость, академических часов |                  |            |
|---|-----------------------------------|------------------|------------|
|   | 2 семестр                         | 3 семестр        | всего      |
| <b>Общая трудоёмкость</b>   | <b>144</b>                        | <b>108</b>       | <b>252</b> |
| <b>Контактная работа:</b>   | <b>12,5</b>                       | <b>12,5</b>      | <b>25</b>  |
| Лекции (Л)  | 6                                 | 6                | 12         |
| Практические занятия (ПЗ)   | 6                                 | 6                | 12         |
| Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)   | 0,5                               | 0,5              | 1          |
| <b>Самостоятельная работа:</b><br>- выполнение контрольной работы (КонтрР);<br>- самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий);<br>- подготовка к практическим занятиям. | <b>131,5</b><br>+                 | <b>95,5</b><br>+ | <b>227</b> |
| <b>Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)</b>  | <b>зачет</b>                      | <b>диф. зач.</b> |            |

## Разделы дисциплины, изучаемые в 2 семестре

| № раздела | Наименование разделов         | Количество часов |                   |    |    |                |
|-----------|-------------------------------|------------------|-------------------|----|----|----------------|
|           |                               | всего            | аудиторная работа |    |    | внеауд. работа |
|           |                               |                  | Л                 | ПЗ | ЛР |                |
| 1         | Множества.                    | 23               | 2                 | 1  | -  | 20             |
| 2         | Отношения и функции           | 32               | 1                 | 1  | -  | 30             |
| 3         | Булевы функции                | 34               | 1                 | 1  | -  | 32             |
| 4         | Основы комбинаторного анализа | 32               | 1                 | 1  | -  | 30             |
| 5         | Графы и сети                  | 23               | 1                 | 2  | -  | 20             |
|           | Итого:                        | 144              | 6                 | 6  | -  | 132            |

## Разделы дисциплины, изучаемые в 3 семестре

| № раздела | Наименование разделов                          | Количество часов |                   |    |    |                |
|-----------|--|------------------|-------------------|----|----|----------------|
|           |  | всего            | аудиторная работа |    |    | внеауд. работа |
|           |  |                  | Л                 | ПЗ | ЛР |                |
| 6         | Логика высказываний                            | 23               | 2                 | 1  | -  | 20             |
| 7         | Логика предикатов                              | 23               | 1                 | 2  | -  | 20             |
| 8         | Формальные аксиоматические теории (исчисления) | 24               | 2                 | 2  | -  | 20             |
| 9         | Нечеткая логика                                | 38               | 1                 | 1  | -  | 36             |
|           | Итого:   | 108              | 6                 | 6  | -  | 96             |
|           | Всего:   | 252              | 12                | 12 | -  | 228            |

### 4.2 Содержание разделов дисциплины

#### № 1 Множества

Основные понятия: элементы множества, пустое множество, подмножество, универсальное множество, дополнение.

Операции над множествами. Декартово произведение. Геометрическое моделирование множеств. Диаграммы Эйлера-Венна. Алгебра множеств. Основные тождества алгебры множеств. Эквивалентность множеств. Счетные множества. Множества мощности континуума.

#### № 2 Отношения и функции

Отношения. Основные понятия и определения. Бинарные отношения. Операции над отношениями. Свойства отношений. Функции. Основные понятия и определения

#### № 3 Булевы функции

Определение булевой функции. Формулы логики булевых функций. Равносильные преобразования формул. Применение алгебры булевых функций к релейно-контактным схемам. Булева алгебра (алгебра логики). Принцип двойственности для булевых алгебр. Полные системы булевых функций. Нормальные формы. Разложение булевой функции по переменным. Минимизация формул булевых функций в классе дизъюнктивных нормальных форм. Двойственность. Принцип двойственности.

#### № 4 Основы комбинаторного анализа

Основные определения. Основные теоремы комбинаторики. Правило суммы и правило произведения. Перестановки, размещения, сочетания без повторений и с повторениями. Главная теорема комбинаторики. (Теорема о включениях и исключениях). Задачи о смещениях (беспорядках). Метод рекуррентных соотношений. Метод производящих функций. Метод включений и исключений

#### № 5 Графы и сети

Основные характеристики графов. Матричные способы задания графов. Изоморфизм графов. Маршруты, циклы в неориентированном графе. Пути, контуры в ориентированном графе. Связность графа. Экстремальные пути в нагруженных ориентированных графах. Алгоритм Форда – Беллмана

нахождения минимального пути. Алгоритм нахождения максимального пути. Деревья. Основные определения. Минимальные остовные деревья нагруженных графов

### № 6 Логика высказываний

Определение высказывания. Операции над высказываниями. Алгебра высказываний. Формулы логики высказываний. Равносильность формул. Запись сложного высказывания в виде формулы логики высказываний. Тавтологии алгебры высказываний. Проблема разрешимости. Формализация рассуждений. Правильные рассуждения. Нормальные формы для формул алгебры высказываний. Логическое следование формул.

### № 7 Логика предикатов

Определение предиката. Кванторы. Формулы логики предикатов. Равносильность формул. Приведенные и нормальные формулы. Выражение суждения в виде формулы логики предикатов. Интерпретация формулы логики предикатов в виде суждения. Выполнимость. Общезначимость.

### № 8 Формальные аксиоматические теории (исчисления)

Система аксиом и теория формального вывода. Принципы построения формальных теорий. Формальные теории первого порядка.

Исчисление высказываний. Исчисление предикатов. Автоматическое доказательство теорем. Метод резолюций. Полнота и другие свойства формализованного исчисления высказываний. Независимость системы аксиом формализованного исчисления высказываний.

### № 9 Нечеткая логика

Нечеткие множества. Основные характеристики нечетких множеств. Операции над нечеткими множествами. Нечеткая и лингвистическая переменная. Нечеткие множества в системах управления. Нечеткие высказывания и нечеткие модели систем. Нечеткие предикаты.

## 4.3 Практические занятия (семинары)

| № занятия | № раздела | Тема   | Кол-во часов |
|-----------|-----------|--|--------------|
| 1         | 1,2       | Алгебра множеств. Операции над отношениями.                          | 2            |
| 2         | 3,4       | Приложения алгебры булевых функций. Основные комбинаторные операции. | 2            |
| 3         | 5         | Графы и их основные характеристики                                   | 2            |
| 4         | 6,7       | Нормальные формы для формул алгебры высказываний и предикатов        | 2            |
| 5         | 7,8       | Исчисление высказываний и предикатов.                                | 2            |
| 6         | 8,9       | Метод резолюций и операции над нечеткими множествами                 | 2            |
|           |           | Итого:   | 12           |

## 4.4 Контрольная работа (2, 3 семестры)

### Раздел 1. Множества

1. Группа научных работников состоит из 100 человек. Из них 70 человек владеют английским языком, 50 – немецким, 40 – французским, 30 – английским и немецким, 25 – английским и французским, 15 – французским и немецким. Хотя бы один язык знает каждый научный работник. Сколько человек владеют всеми тремя языками?

2. Упростить:  $(A \setminus (A \cap B)) \cup B$ .

3. Привести примеры множеств  $A$ ,  $B$  и  $C$  так, чтобы  $A \in B$ ,  $B \subset C$ .

4. Нарисовать диаграмму Эйлера-Венна для множества  $\overline{C \setminus (A \cup B)}$ .

5. Можно ли утверждать, что множество всех положительных пятизначных чисел счетно? Ответ обосновать.

### Раздел 2. Отношения

1. Задано бинарное отношение  $\rho = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 4, 2 \rangle \}$ .

2. Найти  $D(\rho)$ ,  $R(\rho)$ ,  $\rho \circ \rho$ ,  $\rho^{-1}$ . Проверить, будет ли отношение  $\rho$  рефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным?
3. Привести пример отношения частичного порядка.
4. Дана функция  $f(x) = x^2 \sqrt{x}$ , отображающая множество действительных чисел  $R$  во множество действительных чисел,  $R \rightarrow R$ . Является ли эта функция сюръективной, инъективной, биективной? Почему?

### Раздел 3 Булевы функции

1. Упростить выражение  $(A \wedge (B \vee C)) \vee \overline{[(\overline{A \vee B}) \wedge (\overline{A \vee C})]}$
2. Для данной формулы булевой функции  $x \supset (y \supset (z \supset y \& z))$

А) составить соответствующую ей переключательную схему (при необходимости выполнить соответствующие преобразования формулы)

Б) найти ДНФ и КНФ, СДНФ, СКНФ методом равносильных преобразований;

В) найти СДНФ, СКНФ табличным способом (сравнить с СДНФ, СКНФ, полученными в пункте а);

Г) указать минимальную ДНФ и соответствующую ей переключательную схему.

### Раздел 4 «Элементы комбинаторики»

1. Сколько целых чисел делится на 6 или 9 или 19 между 1 и 3967? Сколько целых чисел делится на 8 и 21 между 1 и 3967?
2. Сколько существует способов вытащить из колоды 13 карт, содержащих 10 карт одной масти? (стандартная колода 52 карты)
3. Если в урне имеются 20 красных, 20 зеленых, 20 синих шаров, то сколькими различными способами можно выбрать 10 шаров?
4. Возведите в степень  $(8+2m)^{19}$

### Раздел 5 «Графы»

1. Описать граф, заданный матрицей смежности, используя как можно больше характеристик. Составить матрицу инцидентности и связности (сильной связности).

2. Пользуясь алгоритмом Форда-Беллмана, найти минимальный путь из  $x_1$  в  $x_7$  в ориентированном графе, заданном матрицей весов.

3. Пользуясь алгоритмом Краскала, найти минимальное остовное дерево для графа, заданного матрицей длин ребер.

$$1. \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} \infty & \infty & 5 & 4 & 2 & 3 & 9 \\ \infty & \infty & 1 & 1 & \infty & 1 & 6 \\ 4 & \infty & \infty & 1 & 1 & \infty & 3 \\ \infty & 2 & 1 & \infty & 1 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 2 & 2 & \infty & 1 & 6 \\ 1 & 5 & \infty & 1 & 1 & \infty & \infty \\ 2 & \infty & 1 & \infty & 1 & 2 & \infty \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} \infty & 7 & 2 & 11 & 7 \\ 7 & \infty & 3 & \infty & 4 \\ 2 & 3 & \infty & 1 & 5 \\ 11 & \infty & 1 & \infty & 3 \\ 7 & 4 & 5 & 3 & \infty \end{pmatrix}$$

### Раздел 6. «Логика высказываний»

1. Установить, является ли данная формула тождественно-истинной:

$$(P \supset Q) \supset ((Q \supset R) \supset (P \supset R)).$$

2. Данное высказывание записать в виде формулы логики высказываний. Построить отрицание данного высказывания в виде формулы, не содержащей внешних знаков отрицания. Перевести на естественный язык.

*Он и жнец, и швец, и на дуде игрец.*

3. Установить, является ли данное рассуждение правильным, (проверить, следует ли заключение из конъюнкции посылок).

*Если человек принял какое-то решение, и он правильно воспитан, то он преодолеет все конкурирующие желания. Человек принял решение, но не преодолел конкурирующих желаний. Следовательно, он неправильно воспитан.*

## Раздел 7 «Логика предикатов»

1. Установить, является ли данное выражение формулой, а если да, то определить, какие переменные в ней свободные, а какие связанные:  $\forall x (\exists y (\neg A(x)) \& B(y, z))$ .

2. Даны предикаты:  $A(x)$  = "x – торговец подержанными автомобилями";  $B(x)$  = "x – нечестный человек". Записать словами предложенные формулы:  $C = \forall x (A(x) \supset B(x))$ ;  $D = \exists x (B(x) \& A(x))$ .

3. Данное суждение записать в виде формулы логики предикатов. Построить отрицание данного суждения в виде формулы, не содержащей внешних знаков отрицания. Перевести на естественный язык.

*Не всякое действительное число является рациональным.*

## Раздел 8. «Формальные аксиоматические теории (исчисления)»

1. Установить правильность рассуждения, построив вывод исчисления высказываний.

*Если философ дуалист, то он не материалист. Если он не материалист, то он метафизик. Этот философ дуалист. Следовательно, он метафизик.*

2. Установить правильность рассуждения, построив вывод исчисления предикатов.

*Каждый студент честен. Джон нечестен. Значит, он не студент.*

3. Проверить вывод методом резолюций:  $A \supset (B \vee C)$ ,  $A, B \supset D$ ,  $C \supset D \text{ ® } D$ .

## Раздел 9. «Нечеткая логика»

Определить степень равносильности формул  $\tilde{A}$  и  $\tilde{B}$  при условии, что  $\tilde{X}$  и  $\tilde{Y}$  принимают значения степеней истинности из множества  $\{0,2; 0,3\}$ .

| $\tilde{A}$                        | $\tilde{B}$                   |
|------------------------------------|-------------------------------|
| а) $\tilde{X} \supset \tilde{Y}$   | $\neg \tilde{X} \& \tilde{Y}$ |
| б) $\neg \tilde{X} \vee \tilde{Y}$ | $\tilde{X} \& \tilde{Y}$      |

## 5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 5.1 Основная литература

1. Веретенников Б. М. Дискретная математика: учебное пособие, Ч. 1 [Электронный ресурс] / Веретенников Б. М., Белоусова В. И. - Издательство Уральского университета, 2014. – режим доступа - <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=276013>

2. Редькин, Н.П. Дискретная математика [Электронный ресурс]/ Н.П. Редькин. – Москва : Физматлит, 2009. – 263 с. – ISBN 978-5-9221-1093-8– Режим доступа <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=75709>

3. Триумфгородских, М.В. Дискретная математика и математическая логика для информатиков, экономистов и менеджеров : учебное пособие [Электронный ресурс]/ М.В. Триумфгородских. – Москва : Диалог-МИФИ, 2011. - 180 с. : табл., граф., ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-86404-238-0 ; Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=136106>

### 5.2 Дополнительная литература

1. Судоплатов, С.В. Дискретная математика : учебник [Электронный ресурс] / С.В. Судоплатов, Е.В. Овчинникова. - 4-е изд. - Новосибирск : НГТУ, 2012. – 278 с. - (Учебники НГТУ). – ISBN978-5-7782-1815-4 ; Режим доступа :

<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=135675>



2. Ковалева Л. Ф. Дискретная математика в задачах. Учебное пособие [Электронный ресурс] / Ковалева Л. Ф. - Евразийский открытый институт, 2011. – режим доступа <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=93273>

3. Гурова Л. М. Математическая логика и теория алгоритмов. Учебное пособие [Электронный ресурс] / Гурова Л. М., Зайцева Е. В. - Московский государственный горный университет, 2006 – Режим доступа <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83721/>

4. Гладких О. Б. Математическая логика: учебно-методическое пособие [Электронный ресурс] / Гладких О. Б., Белых О. Н. - ЕГУ им. И.А. Бунина, 2011.- Режим доступа - [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=272140&sr=1](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=272140&sr=1)

5. Бояринцева Т. Е. Математическая логика и теория алгоритмов : Методические указания к выполнению типового расчета [Электронный ресурс] / Бояринцева Т. Е., Золотова Н. В., Исмагилов И. Р. - Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. – Режим доступа - <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=257607>

### **5.3 Периодические издания**

– Информатика и образование : журнал. - Москва : "Образование и Информатика"

### **5.4 Интернет-ресурсы**

<https://www.coursera.org/learn/teoriya-grafov> «Coursera», MOOK: «Теория графов»

<https://www.coursera.org/learn/kombinatorika-dlya-nachinayushchikh> «Coursera», MOOK: «Комбинаторика для начинающих»

<https://openedu.ru/course/spbstu/MATLOG/> «Открытое образование», Каталог курсов, MOOK: «Математическая логика»;

Онлайн инструменты по математической логике <http://tablica-istinnosti.ru/ru/>

Онлайн калькулятор. Таблица истинности <http://math.semestr.ru/inf/table.php>

### **5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий**

– Microsoft Office

– Операционная система Windows

– Веб-приложение «Универсальная система тестирования БГТИ»

– <https://rupto.ru/ru>. – Федеральная служба по интеллектуальной собственности

– <http://www.edu.ru> – Федеральный портал «Российское образование»

– <https://www.minobrnauki.gov.ru/> – Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

– СПС «КонсультантПлюс»

– Яндекс браузер

– Mathcad Education-University Edition

### **6 Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Перечень основного оборудования учебных аудиторий для проведения занятий лекционного типа: стационарный мультимедиа-проектор и проекционный экран, переносной ноутбук, кафедра, посадочные места для обучающихся, рабочее место преподавателя, учебная доска.

Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий используются компьютерные классы, оснащенные стационарным мультимедиа-проектором и проекционным экраном, оборудованием для организации локальной вычислительной сети, персональными компьютерами, рабочим местом преподавателя, учебной доской.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, подключенной к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ, электронные библиотечные системы.