

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Бузулукский гуманитарно-технологический институт (филиал)  
Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
высшего образования  
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра педагогического образования

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

ДИСЦИПЛИНЫ

*«Б.1.Б.10.3 Теория вероятностей и математическая статистика»*

Уровень высшего образования

**БАКАЛАВРИАТ**

Направление подготовки

*38.03.01 Экономика*

(код и наименование направления подготовки)

*Финансы и кредит*

(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Тип образовательной программы

*Программа академического бакалавриата*

Квалификация

*Бакалавр*

Форма обучения

*Заочная*

Год набора 2020

Рабочая программа дисциплины «Б.1.Б.10.3 Теория вероятностей и математическая статистика» рассмотрена и утверждена на заседании кафедры педагогического образования

протокол № \_\_\_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Первый заместитель директора по УР \_\_\_\_\_  
*подпись* *расшифровка подписи*

*Исполнители:*

\_\_\_\_\_ *О.А. Степунина*  
*должность* *подпись* *расшифровка подписи*

---

---

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методической комиссии по направлению подготовки

\_\_\_\_\_ *личная подпись* *расшифровка подписи*  
*код наименование*

Заведующий библиотекой

\_\_\_\_\_ *Т.А. Лопатина*  
*личная подпись* *расшифровка подписи*

---

---

© Степунина О.А., 2020  
© ОГУ, 2020

## 1 Цели и задачи освоения дисциплины

**Цель** освоения дисциплины: формирование теоретических знаний о массовых случайных явлениях и присущих им закономерностях, а также практических навыков применения методов, приемов и способов научного анализа данных для определения обобщающих эти данные характеристик.

### Задачи:

- освоение методов исследования закономерностей массовых случайных явлений и процессов;
- освоение математических методов систематизации и обработки статистических данных;
- освоение современных статистических пакетов, реализующих алгоритмы математической статистики;
- приобретение навыков содержательной интерпретации результатов

## 2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока 1 «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Б.1.Б.10.1 Математический анализ, Б.1.Б.10.2 Линейная алгебра*

Постреквизиты дисциплины: *Б.1.Б.10.4 Методы оптимальных решений, Б.1.Б.14 Эконометрика*

## 3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Формируемые компетенции
<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>– методы решения базовых математических задач, рассматриваемые в рамках дисциплины;</li><li>– сферы применения простейших базовых математических моделей профессиональной области;</li><li>– методы вероятностно-статистического моделирования педагогического процесса;</li><li>– содержание исследовательской работы с применением методов математической статистики;</li></ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>– использовать современные информационно-коммуникационные технологии для сбора, обработки и анализа информации с помощью теории вероятностей и математической статистики;</li><li>– читать и представлять статистические данные в различных видах;</li><li>– планировать процесс вероятностной обработки экспериментальных данных;</li><li>– практически рассчитывать типовые для педагогики задачи;</li><li>– обрабатывать числовую информацию при помощи электронных таблиц;</li><li>– анализировать и интерпретировать полученные результаты в аспекте изучаемой проблемы</li></ul>	<p>ОПК-3 способностью выбирать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы</p>

Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Формируемые компетенции
<b>Владеть:</b> – основными методами математической обработки информации средствами теории вероятностей и математической статистики. средствами математического моделирования и анализа информации на компьютере с помощью электронных таблиц.	

## 4 Структура и содержание дисциплины

### 4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц (216 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	3 семестр	4 семестр	всего
<b>Общая трудоёмкость</b>	<b>108</b>	<b>108</b>	<b>216</b>
<b>Контактная работа:</b>	<b>11,5</b>	<b>10,5</b>	<b>22</b>
Лекции (Л)	6	6	12
Практические занятия (ПЗ)	4		4
Лабораторные работы (ЛР)		4	4
Консультации	1		1
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,5	0,5	1
<b>Самостоятельная работа:</b> - выполнение контрольной работы (КонтрР); - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); - подготовка к лабораторным занятиям; - подготовка к практическим занятиям	<b>96,5</b> +	<b>97,5</b> +	<b>194</b>
<b>Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)</b>	<b>экзамен</b>	<b>диф. зач.</b>	

Разделы дисциплины, изучаемые в 3 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Случайные события	37	2	1	-	34
2	Случайные величины	34	2	2	-	30
3	Предельные теоремы теории вероятностей	37	2	1	-	34
	Итого:	108	6	4	-	98

Разделы дисциплины, изучаемые в 4 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
3	Основные понятия математической статистики. Предварительная обработка выборочных данных.	37	2	-	1	34
4	Статистические оценки параметров	34	2	-	2	30

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
	распределения					
5	Статистическая проверка статистических гипотез	37	2	-	1	34
	Итого:	108	6	-	4	98
	Всего:	216	12	4	4	196

## 4.2 Содержание разделов дисциплины

**Раздел 1. Случайные события.** Предмет и содержание курса «Теория вероятностей и математическая статистика». Задачи теории вероятностей. Задачи математической статистики, в том числе в области социально-экономических исследований.

Случайные события, частота и вероятность. Классический способ подсчета вероятностей. Геометрические вероятности. Пространство элементарных событий. Случайное событие как подмножество в пространстве элементарных событий. Алгебра событий. Аксиомы вероятности и вероятностное пространство. Следствия из аксиом. Статистическое определение вероятности. Основные формулы для вычисления вероятностей. Условные вероятности. Теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности и формулы Байеса вероятностей гипотез. Независимые события. Схема повторных независимых испытаний (схема Бернулли). Формула Бернулли. Наиболее вероятное число успехов в схеме Бернулли. Приближенные формулы Лапласа. Функции Гаусса и Лапласа. Приближенная формула Пуассона

### Раздел 2. Случайные величины

Дискретная случайная величина (ДСВ) и ее закон распределения. Основные числовые характеристики ДСВ: математическое ожидание, дисперсия, стандартное отклонение, ковариация и коэффициент корреляции

Свойства математического ожидания, дисперсии, ковариации и коэффициента корреляции.

Примеры классических дискретных распределений (биномиальное, пуассоновское, геометрическое, гипергеометрическое) и вычисление их числовых характеристик.

Функция распределения случайной величины. Свойства функции распределения.

Функция плотности вероятности непрерывной случайной величины.

Свойства функции плотности. Математическое ожидание и дисперсия.

Равномерное распределение на отрезке, показательное (экспоненциальное) распределение, нормальное и логнормальное распределения, их числовые характеристики. Начальные и центральные моменты случайной величины. Асимметрия и эксцесс. Мода, медиана и квантили непрерывного распределения.

Функция распределения многомерной случайной величины. Плотность вероятности двумерной случайной величины. Условные законы распределения. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Регрессия. Зависимые и независимые случайные величины.

### Раздел 3. Предельные теоремы теории вероятностей

Закон больших чисел: неравенства Чебышева, теорема Чебышева, теорема Бернулли, теорема Пуассона. Центральная предельная теорема и её следствия.

### Раздел 4. Основные понятия математической статистики. Предварительная обработка выборочных данных.

Статистические методы обработки экспериментальных данных. Генеральная совокупность. Эмпирическая функция распределения и вариационный ряд. Гистограмма. Мода и медиана.

Генеральные среднее, дисперсия, моменты высших порядков (асимметрия, эксцесс). Эмпирическая ковариация.

Повторные и бесповторные выборки. Математическое ожидание и дисперсия выборочного среднего для повторной и бесповторной выборки.

## Раздел 5. Статистическое оценивание параметров распределения

Постановка задачи точечного оценивания. Определение точечной оценки параметра  $\theta$ . Требования к точечным оценкам: состоятельность, несмещенность, эффективность. Исследование свойств оценок основных числовых характеристик. Методы нахождения точечных оценок: метод аналогий, метод наименьших квадратов, метод максимального правдоподобия, метод моментов. Понятие интервальной оценки и доверительного интервала параметра  $\theta$ . Алгоритм построения интервальных оценок. Примеры построения доверительных интервалов для основных числовых характеристик в случае нормального закона распределения генеральной совокупности и выборки большого объема.

## Раздел 6. Проверка Статистических гипотез

Основные теоретические сведения по проверке параметрических статистических гипотез: виды статистических гипотезы, выборочное пространство, статистический критерий, критическое множество, ошибки 1-го и 2-го рода, уровень значимости, мощность критерия, левосторонние, правосторонние и двусторонние критические области. Принципы построения оптимального критерия. Критерий Неймана-Пирсона для проверки простых гипотез. Проверка гипотез о параметрах нормально распределенных генеральных совокупностей.

Основные теоретические сведения по проверке непараметрических статистических гипотез. Критерии согласия: критерий Колмогорова-Смирнова, критерий  $\chi^2$ -Пирсона, проверка гипотезы о характере распределения генеральной совокупности на основе асимметрии и эксцесса.

### 4.3 Лабораторные работы

№ ЛР	№ раздела	Наименование лабораторных работ	Кол-во часов
1	3	Статистические методы обработки выборочных данных	1
2	4	Статистические оценки параметров распределения	2
3	5	Проверка статистических гипотез	1
		Итого:	4

### 4.4 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Способы подсчета вероятностей	1
2	2	Способы описания случайных величин.	2
3	2	Метод моментов и метод максимального правдоподобия.	1
		Итого:	4

### 4.5 Контрольная работа (3, 4 семестры)

Пример контрольной работы (семестр 3):

1. В партии готовой продукции, состоящей из 25 деталей, 5 бракованных. Определить вероятность того, что при случайном выборе четырех деталей: а) все окажутся не-

бракованными: б) бракованных и небракованных изделий будет поровну.

2. На основе длительных наблюдений установлено, что 30% посетителей чайной «У Ерофеича» заказывают зеленый чай, 50% - черный, а остальные – цветочный. Три посетителя заказывают по чашке чая. Какова вероятность того, что: а) все они закажут зеленый чай; б) два из них закажут черный чай, а один зеленый чай; в) они закажут чай разных видов?
3. Среди студентов академии 30% - первокурсники, 35% студентов учатся на втором курсе; на третьем и четвертом курсах их 20% и 15%, соответственно. По данным деканатов известно, что на первом курсе 20% студентов сдали сессию только на "отлично"; на втором - 30%, на третьем – 35%, на четвертом - 40% отличников. Наудачу вызванный студент оказался отличником. Чему равна вероятность того, что он первокурсник.
4. Оптовая база снабжает десять магазинов, от каждого из которых может поступить заявка на очередной день с вероятностью 0,4, независимо от заявок других магазинов. Найти наиболее вероятное число заявок в день и вероятность получения этого числа заявок.
5. По данным технического контроля, в среднем 8% изготовленных на заводе часов нуждается в дополнительной регулировке. Какова вероятность того, что из 300 изготовленных часов 290 не будут нуждаться в дополнительной регулировке?
6. Радиоаппаратура состоит из 1000 элементов. Вероятность отказа одного элемента в течение года равна 0,001 и не зависит от состояния других. Какова вероятность отказа не менее двух элементов в год?

7. Дано распределение дискретной случайной величины  $X$ .

$x_i$	<b>-5</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
$p_i$	<b>0,4</b>	<b>0,3</b>	<b>0,1</b>	<b>0,2</b>

Найти числовые характеристики СВ. Построить многоугольник распределения вероятностей. Составить интегральную функцию и построить ее график.

8. Диаметр деталей, изготовленных автоматом, представляет собой случайную величину, распределенную по нормальному закону. Дисперсия ее равна  $4 \text{ мм}^2$ , а математическое ожидание – 20,5 мм. Найти вероятность брака. Если допустимые размеры диаметра должны быть  $(20 \pm 3) \text{ мм}$ .
9. Дана функция распределения непрерывной случайной величины  $X$ .

Найти: 1) функцию плотности распределения  $f(x)$ ; 2) определить значение постоянной  $A$ ; 3) вычислить вероятность  $P(\alpha < X < \beta)$ ; 4) найти числовые характеристики  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(X)$ . Построить графики функции распределения и плотности распределения.

10. Нормально распределенная величина  $X$  задана своими параметрами  $a$  (математическое ожидание) и  $\sigma$  (среднее квадратическое отклонение). Требуется:

а) написать плотность вероятности и схематически изобразить ее график; б) определить вероятность того, что  $X$  примет значение из интервала  $(\alpha; \beta)$ ; в) определить вероятность того, что  $X$  отклонится (по модулю) от  $a$  не более, чем на  $\delta$ .

$$a=7; \quad \sigma=5; \quad \alpha=5; \quad \beta=10; \quad \delta=2$$

11. Дана непрерывная случайная величина, распределенная по показательному закону. Известно, что ее среднее значение равно 0,2. Найти: а) параметр  $\lambda$  данного распределения и дисперсию случайной величины; б) дифференциальную и интегральную функции распределения, построить их графики; в) вероятность того, что в результате испытания эта случайная величина попадет в интервал  $(0,5, 3)$ , показать эту вероятность на графике.

12. Непрерывная случайная величина  $X$  равномерно распределена на интервале  $(2; 7)$ .

Найти: а) дифференциальную и интегральную функции распределения, построить их графики; б) характеристики случайной величины; в) вероятность попадания случайной величины в интервал  $(4; 5)$  и показать эту вероятность на графике.

13. Фирма закупила 100 ящиков с образцами из стеклопластика. В целях контроля за качеством из каждого ящика извлекли по одному образцу и, подвергнув его испытаниям на растяжение, получили его предел прочности. Оценить вероятность того, что вычисленный по результатам испытаний средний предел прочности образцов из стеклопластика отличается от среднего предела прочности не более, чем на 30 МПа, если известно, что среднее квадратическое отклонение не превышает 50 МПа.

#### Пример контрольной работы (семестр 4):

1. С целью определения рациональной структуры размерного ассортимента детской одежды проведено выборочное обследование определенных половозрастных групп детского населения и получено следующее распределение количества детей по величине обхвата груди  $X$ :

Обхват груди $X$ (см)	62-66	66-70	70-74	74-78	78-82	82-86
Кол-во детей	30	55	75	68	58	38



Требуется: 1) построить гистограмму относительных частот для наблюдаемых значений признака X; 2) определить выборочное среднее  $\bar{x}$ , выборочное стандартное отклонение  $\sigma$  и коэффициент вариации V изучаемого признака

2. Известно, что проведено  $n$  равнозначных измерений некоторой физической величины и найдено среднее арифметическое результатов измерений  $\bar{x}$ . Все измерения проведены одним и тем же прибором с известным средним квадратическим отклонением ошибок измерений. Считая результаты измерений нормально распределенной случайной величины, найти с надежностью  $\gamma$  доверительный интервал для оценки истинного значения измеряемой физической величины.

$$\bar{x} = 40,2; \sigma = 2,3; \gamma = 0,90; n = 16;$$

3. В задачах задана выборка значений нормально распределенного признака X (даны значения признака  $x_i$  и соответствующие им частоты  $n_i$ ).

Требуется: а) найти выборочную среднюю  $\bar{x}$  и исправленное среднее квадратическое отклонение  $s$ ; б) указать доверительный интервал, покрывающий с надежностью 0,95 неизвестное математическое ожидание  $a$  признака X; в) указать доверительный интервал, покрывающий с надежностью 0,95 среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  признака X.

$x_i$	-3	1	2	4	5	7
$n_i$	1	2	2	3	2	4

4. Данные наблюдений под двумерной случайной величиной (X,Y) представлены в корреляционной таблице. Найти выборочное уравнение прямой регрессии X на Y.

$$\bar{Y}_x - \bar{Y} = \tau_r \frac{\sigma_Y}{\sigma_x} (x - \bar{x})$$

$y/x$	6	9	12	15	18	21	$n_y$
2	2	3	1	-	-	-	6
4	3	6	4	1	-	-	14
6	-	4	13	14	10	-	41
8	-	-	5	10	8	6	29
10	-	-	-	2	5	3	10
$n_x$	5	13	23	27	23	9	100

5. В результате специального обследования получено выборочное распределение стажа работников завода ( $X_i$  - стаж работы, лет;  $m_i^{\text{э}}$  - эмпирические частоты;  $m_i^{\text{т}}$  - теоретические частоты нормального распределения):

$X_i$	5	7	9	11	13	15	17	19	21
$m_i^{\text{э}}$	15	26	25	30	26	21	24	20	13
$m_i^{\text{т}}$	9	16	25	32	34	30	22	18	14

## **5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

### **5.1 Основная литература**

- Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учеб. / Н.Ш. Кремер.- 2-е изд., перераб. и доп.. - М. : ЮНИТИ, 2006. - 573 с. - Библиогр.: с. 533-534 - ISBN 5-238-00573-3.
- Колемаев, В.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учеб. / В.А. Колемаев, В.Н. Калинина.- 3-е изд., перераб. и доп.. - М. : Кнорус, 2011. - 384 с. - Библиогр.: с. 375-376 - ISBN 978-5-390-00204-9.

### **5.2 Дополнительная литература**

- Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие / В.Е. Гмурман . – 10-е изд., стереотипное. – М.: Высшая школа, 2008. –479с. – ISBN 5-06-004214-6.
- Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х частях. Часть 1: учеб. пособие / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – 6-е изд. – М.: ОНИКС 21 век : Мир и Образование, 2008. – 304с.: ил. – ISBN 5-329-00528-0. – ISBN 5-329-00326-1. – ISBN 5-94666-008-X.

### **5.3 Периодические издания**

- Журнал Высшее образование в России индекс 82521
- Журнал Высшее образование сегодня индекс 80790

### **5.4 Интернет-ресурсы**

<http://www.ksu.ru/infres/volodin/> (И.Н.Володин, Казанский ГУ, лекции по теории вероятностей и математической статистике)

<http://www.intuit.ru/department/economics/basicstat/> (Видеокурс «Основы математической статистики»)

<http://www.nsu.ru/mmftvims/chernova/tv/> (Н.И.Чернова, НГУ, семестровый курс лекций о теории вероятностей для студентов экономического факультета)

<http://www.nsu.ru/mmftvims/chernova/ms/index.html> (Н.И.Чернова, НГУ, семестровый курс лекций по математической статистике для студентов экономического факультета)

### **5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий**

- Пакет математических программ MathCAD Academic (Лицензия по договору № ЛПО/13-21 от 20.09.2013)
- Операционная система Microsoft Windows 7 Academic (Лицензия по договору № ПТ/137-09 от 27.10.2009 г.)
- Табличный процессор Excel, Microsoft Office 2007 (Лицензия по договору № ПО/8-12 от 28.02.2012 г.);
- Промежуточный контроль знаний студентов осуществляется с помощью Веб-приложение «Универсальная система тестирования БГТИ»
- Пакет офисных программ Microsoft Office 2007 (лицензия по договору № ПО/8-12 от 28.02.2012 г.);
- Программа Statistica Base for Windows v.6 Russian (Договор № ПТ/Б/11 от 22.03.2011 г.)

## **6 Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Учебно-методический комплекс по дисциплине «Методы оптимальных решений»; компьютер; информационный стенд для студентов, технические средства контроля в программе «Универсальный тестовый комплекс».

Учебная аудитория лекционного типа (ауд. 11\1, 16\1, 17\1, 21\1, 22\1, 23\1, 24\1, 204\2, 205\2): стационарный мультимедиа-проектор и проекционный экран, переносной ноутбук, кафедра, посадочные места для обучающихся, рабочее место преподавателя, учебная доска

Компьютерный класс, используемый для проведения лабораторных занятий, (ауд. 305\2, 302\2) оборудован: стационарный мультимедиа-проектор и проекционный экран, оборудование для организации локальной вычислительной сети, программное обеспечение «Универсальный тестовый комплекс» и программное обеспечение перечисленное в п.5.6, перечни Интернет-ссылок на электронные источники (на которые разрешен доступ из аудитории) для получения дополнительной информации по дисциплине. Средства пожаротушения, система сигнализации, кондиционер, медицинская аптечка, жалюзи и распашные решетки, персональные компьютеры, рабочее место преподавателя и студентов, учебная доска.

Помещения для самостоятельной работы (ауд. 307\2, 302\2, 305\2, читальный зал 2 корпуса): комплекты ученической мебели, компьютеры с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ, электронные библиотечные системы.

Учебные аудитории для проведения групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (ауд. 305\2, 302\2, 309\2, 11\1, 16\1, 17\1, 21\1, 22\1, 23\1, 24\1, 205\2, 208\2, 209\2, 210\2): комплекты ученической мебели, компьютеры с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ, электронные библиотечные системы.

### ***К рабочей программе прилагаются:***

- Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине;
- Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.