

Минобрнауки России

Бузулукский гуманитарно-технологический институт (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра педагогического образования

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б1.Д.В.4 Теория функций действительного переменного»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

44.03.01 Педагогическое образование
(код и наименование направления подготовки)

Математическое образование

(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Заочная

Год набора 2022

Рабочая программа дисциплины «Б1.Д.В.4 Теория функций действительного переменного» рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

педагогического образования

наименование кафедры

Декан факультета _____

О.Н. Григорьева

Исполнители:

должность

подпись

расшифровка подписи

Л.Г. Шабалина

должность

подпись

расшифровка подписи

СОГЛАСОВАНО:

Заместитель директора по НМР _____

М.А. Зорина

Председатель методической комиссии по направлению подготовки

44.03.01 Педагогическое образование

код наименование

личная подпись

расшифровка подписи

Л.А. Омеляненко

Уполномоченный по качеству кафедры _____

И.В. Балан

личная подпись

расшифровка подписи

© Шабалина Л.Г., 2022

© БГТИ(филиал)ОГУ, 2022

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины являются овладение теоретическими основами дисциплины, приобретение навыков использования универсального понятийного аппарата и широкого арсенала математических приемов при дальнейшем изучении профильных дисциплин.

Задачи:

– повысить уровень фундаментальной математической подготовки, формируя у студента базовые понятия дисциплины, необходимые для решения теоретических и практических задач математики;

– изучить общие методы и приемы дисциплины - освоение математического инструментария и подготовка к изучению дальнейших математических и профильных дисциплин; приобретение обучающимися навыков реализации теоретических знаний на практике; умения решать типовые задачи, соответствующие изучаемым разделам; использование математических методов при решении задач будущей профессиональной деятельности;

– развивать навыки логического и алгоритмического математического мышления, и доказательных рассуждений, оперирования с абстрактными объектами.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к обязательным дисциплинам (модулям) вариативной части блока Д «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.16 Математика, Б1.Д.Б.22 Физика, Б1.Д.Б.25 Дискретная математика и математическая логика, Б1.Д.Б.26 Теория вероятностей и математическая статистика, Б1.Д.В.1 Алгебра и теория чисел, Б1.Д.В.3 Математический анализ, Б2.П.Б.У.1 Ознакомительная практика*

Постреквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.27 Численные методы, Б1.Д.Б.28 Дополнительные главы математики, Б2.П.В.П.1 Преддипломная практика*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1-В-2 Осуществляет критический анализ и синтез информации, полученной из разных источников УК-1-В-4 Применяет методы сбора, хранения, обработки, передачи, анализа и синтеза информации с использованием компьютерных технологий для решения поставленных задач	Знать: – основы критического анализа и синтеза; – Основные характеристики информации и требования, предъявляемые к ней; – источники информации, требуемые для решения поставленных задач; Уметь: – уметь выделять базовые составляющие поставленных задач; – критически работать с информацией; – обосновывать варианты решения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
		задач; <u>Владеть:</u> – методами анализа и синтеза решения поставленных задач; – способностью определять, интерпретировать и ранжировать информацию; – способностью аргументированно делать выводы при решении поставленных задач.
ПК*-1 Способен осуществлять обучение учебному предмету на основе использования предметных методик и современных образовательных технологий	ПК*-1-В-2 Анализирует потребности, возможности и достижения обучающихся при изучении математики и обосновывает выбор методов обучения математике и образовательных технологий, исходя из особенностей содержания учебного материала, возраста и образовательных потребностей обучаемых ПК*-1-В-3 Применяет методы обучения математике и современные образовательные технологии	<u>Знать:</u> – основные теоретические положения курса; – основные технологии реализации образовательных программ. <u>Уметь:</u> – реализовывать учебные программы базовых курсов в различных образовательных учреждениях; – нести ответственность за результаты своей профессиональной деятельности; <u>Владеть:</u> – математическими навыками и умениями, необходимыми в профессиональной деятельности; – владеть методами развития образного и логического мышления, методами анализа, навыками решения возникающих проблем; способностью регулярно повышать свою квалификацию, как с помощью дальнейшего обучения, так и самостоятельного овладения новыми знаниями.
ПК*-2 Способен осуществлять педагогическую поддержку и сопровождение обучающихся в процессе достижения метапредметных, предметных и личностных результатов	ПК*-2-В-2 Проектирует образовательный процесс с использованием современных технологий, соответствующих общим и специфическим особенностям возрастного развития личности ПК*-2-В-3 Реализует учебный процесс и внеучебную деятельность обучающихся в различных типах образовательных учреждений и различных возрастных группах, применяя современные методики	<u>Знать:</u> – приемы педагогического воздействия и взаимодействия, технику их применения; - элементы педагогической техники и пути овладения педагогической техникой; <u>Уметь:</u> – осуществлять профессиональную деятельность в условиях обновления ее целей, содержания, смены технологий <u>Владеть:</u> – обеспечивать взаимодействие

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
	и технологии	членов педагогического процесса, при решении задач обучения и воспитания и достижение личностных результатов.
ПК*-3 Способен применять предметные знания при реализации образовательного процесса	ПК*-3-В-2 Осуществляет отбор учебного содержания для реализации в различных формах обучения математике в соответствии с дидактическими целями и возрастными особенностями учащихся ПК*-3-В-3 Демонстрирует умения отбора вариативного содержания с учетом взаимосвязи урочной и внеурочной формы обучения математике	Знать: – основные положения теоретического курса, четко представлять его органическую связь с приложениями; – основные понятия, категории и инструменты функционального анализа для решения прикладных задач; – системное представление о последних разработках в современном мире, связанных с математикой, их связь с другими процессами, происходящими в обществе; Уметь: – уметь решать типовые задачи функционального анализа, использовать основные понятия при решении задач; – анализировать исходные данные, производить правильную постановку задачи, строить математические модели практических и прикладных задач; – анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы. Владеть: – методами функционального анализа необходимыми в профессиональной деятельности, навыками использования математического инструментария для решения практических задач.

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц (216 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	7 семестр	8 семестр	всего
Общая трудоёмкость	108	108	216
Контактная работа:	18,25	19,5	37,75
Лекции (Л)	8	8	16

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	7 семестр	8 семестр	всего
Практические занятия (ПЗ)	10	10	20
Консультации		1	1
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,5	0,75
Самостоятельная работа: - выполнение контрольной работы (КонтрР); - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); - подготовка к практическим занятиям; - подготовка к итоговому контролю.	89,75	88,5 +	178,25
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	диф. зач.	экзамен	

Разделы дисциплины, изучаемые в 7 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Множество. Метрическое пространство. Топологическое пространство.	27	2	2		23
2	Мера и интеграл Лебега. Интеграл Стильбеса. Пространства L_p	26	2	2		22
3	Банаховы пространства и линейные непрерывные функционалы. Теорема Хана-Банаха.	27	2	2		23
4	Линейные операторы: сопряженный оператор, обратный оператор, спектр, теорема Фредгольма.	28	2	4		22
	Итого:	108	8	10		90

Разделы дисциплины, изучаемые в 8 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
5	Гильбертовы пространства: ортогональные системы, теорема об изоморфизме, самосопряженные операторы.		2	2		30
6	Линейные топологические пространства и обобщенные функции		2	4		30
7	Элементы нелинейного анализа		4	4		30
	Итого:	108	8	10		90
	Всего:	216	16	20		180

4.2 Содержание разделов дисциплины

Раздел 1.

1. Линейное нормированное пространство. Примеры норм. Банахово пространство.
2. Сопряженное пространство. Полнота сопряженного пространства. Теорема Хана -- Банаха о продолжении линейного функционала.

3. Общий вид линейных функционалов в некоторых банаховых пространствах.
4. Линейные операторы.
 - Норма оператора.
 - Сопряженный оператор.
 - Спектр и резольвента.
5. Теорема Банаха об обратном операторе.
6. Компактные операторы. Компактность интегральных операторов.
7. Понятие об индексе.
8. Теорема Фредгольма.
9. Примеры использования теоремы Фредгольма.
 - Задача Штурма - Лиувилля.
 - Теория потенциала.
 - Индекс дифференциального оператора.
10. Гильбертовы пространства
 - Скалярное произведение.
 - Определение гильбертова пространства.
 - Неравенство Коши - Буняковского - Шварца
 - Ортогональные системы.
 - Неравенство Бесселя.
 - Базисы и гильбертова размерность.
 - Теорема об изоморфизме.
 - Ортогональное дополнение.
11. Общий вид линейного функционала.
12. Самосопряженные (эрмитовы) и унитарные операторы.
 - Ортопроекторы.
 - Спектр эрмитова и унитарного оператора.
 - Теорема Гильберта о компактных эрмитовых операторах.
13. Функциональное исчисление.
14. Приведение оператора к виду умножения на функцию.
15. Спектральная теорема.
16. Неограниченные самосопряженные операторы. Примеры и приложения.
17. Линейные топологические пространства и обобщенные функции.
 - Полинормированные пространства.
 - Функционал Минковского.
 - Нормируемость и метризуемость.
 - Топологии в сопряженном пространстве.
 - Слабая компактность шара в сопряженном пространстве.
 - Основные пространства гладких функций.
18. Пространства обобщенных функций.
 - Основные определения теории обобщенных функций.
 - Операции над обобщенными функциями: Умножение на гладкую функцию. Дифференцирование. Замена переменных.
19. Преобразование Фурье.
20. Элементы нелинейного анализа.
 - Слабый и сильный дифференциал нелинейного функционала.
 - Экстремум функционала.
 - Классические задачи вариационного исчисления.
 - Уравнение Эйлера.
 - Вторая вариация.
 - Условия Лежандра и Якоби.
21. Современное состояние функционального анализа и его связь с другими областями математики.

4.3 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Множество. Метрическое пространство. Топологическое пространство.	2
2	2	Мера и интеграл Лебега. Интеграл Стильтьеса. Пространства L_p	2
3	3	Банаховы пространства и линейные непрерывные функционалы. Теорема Хана-Банаха.	2
4,5	4	Линейные операторы: сопряженный оператор, обратный оператор, спектр, теорема Фредгольма.	4
6	5	Гильбертовы пространства: ортогональные системы, теорема об изоморфизме, самосопряженные операторы.	2
7,8	6	Линейные топологические пространства и обобщенные функции	4
9,10	7	Элементы нелинейного анализа	4
		Итого:	20

4.4 Контрольная работа (8 семестр)

$$f(x) = \int_{-1}^1 t^{-1/2} x(t) dt, \quad x \in L_2[-1; 1]$$

1 Является ли функционал линейным непрерывным и если да, то найти его норму.

$$F(x) = \max_{0 < x < 1} x(t)$$

2 Является ли функционал линейным непрерывным и если да, то найти его норму.

3 Доказать, что оператор $A: C[0,1] \rightarrow C[0,1], Ax(t) = x(t^2)$, является линейным ограниченным оператором и оцените его норму.

4 Найти обратный оператор к оператору $A: D(A) \rightarrow C[0,1], Ax = x'' - 9x, D(A) = \{x \in C^2[0,1]: x(0) = x'(0) = 1\}$. Оцените его норму $\|A^{-1}\|$.

$$A: D(A) \rightarrow L_2[0,1], Ax(t) = \int_0^1 (s+t)x(s) ds.$$

5 Найти сопряженный оператор к оператору

6 Является ли оператор $A: C^1[-1,1] \rightarrow C[-1,1], Ax(s) = t^2 x(t)$ вполне непрерывным.

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа: учебник / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. – 7-е изд. – Москва : Физматлит, 2012. – 573 с. – (Классический университетский учебник). – Режим доступа: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563> – ISBN: 978-5-9221-0266-7. – Текст: электронный.

Треногин, В. А. Функциональный анализ: учебник / В. А. Треногин. – 3-е изд., испр. – Москва : Физматлит, 2002. – 488 с. – Режим доступа: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82613> – ISBN: 5-9221-0272-9. – Текст : электронный.

5.2 Дополнительная литература

Крепкогорский, В. Л. Функциональный анализ: учебное пособие / В. Л. Крепкогорский; Министерство образования и науки России, Казанский национальный исследовательский

технологический университет. – Казань : Казанский научно-исследовательский технологический университет (КНИТУ), 2014. – 116 с.: табл., граф., ил. – Режим доступа: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428727> – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7882-1650-8. – Текст: электронный.

Данилин, А. Р. Функциональный анализ: учебное пособие / А. Р. Данилин. – Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2012. – 200 с. – Режим доступа: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=239528> – ISBN 978-5-7996-0720-3. – Текст: электронный.

Кутузов, А. С. Введение в функциональный анализ: учебное пособие / А. С. Кутузов. – Москва; Берлин: Директ-Медиа, 2020. – 482 с. – Режим доступа: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=571413> – ISBN: 978-5-4499-0433-1. – DOI 10.23681/571413. – Текст: электронный.

5.3 Периодические издания

– Высшее образование в России: журнал. – Москва: Московский госуд. Университет печати им. И. Федорова, 2019, 2020

– Высшее образование сегодня: журнал. – Москва: Логос, 2019, 2020

5.4 Интернет-ресурсы

– <http://www.biblioclub.ru> – ЭБС «Университетская библиотека он-лайн» / (принадлежность Обществу с ограниченной ответственностью «НексМедиа»).

– <http://e.lanbook.com/> – ЭБС «Лань» (принадлежность (Общество с ограниченной ответственностью «ЭБС ЛАНЬ»))

– <http://znanium.com/> – ЭБС научно – издательского центра «ИНФРА-М» (принадлежность Обществу с ограниченной ответственностью «НексМедиа»)

– <http://rucont.ru/> – ЭБС Руконт (принадлежность ООО Центральный коллектор библиотек «БИБКОМ»), ООО «Агентство «Книга-Сервис»).

– Научная электронная библиотека eLIBRARY <http://elibrary.ru/defaultx.asp> Режим свободного доступа;

Ресурс свободного доступа:

– <http://www.vilenin.narod.ru/Books/Books.htm> – Математическая библиотека

– <http://www.exponenta.ru> – «Образовательный математический сайт Exponenta.ru».

– <http://www.matclub.ru> – Лекции, примеры решения задач, интегралы и производные, дифференцирование, ТФКП, Электронные учебники. Типовой расчет из задачника Кузнецова.

– <http://www.mathelp.spb.ru> – «Высшая математика» (помощь студентам) – Лекции, электронные учебники, решение контрольных работ.

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

– Операционная система Microsoft Windows 7 Academic

– Офисные приложения Microsoft Office 2010 Academic

– Яндекс-браузер. – Режим доступа: <https://yandex.ru/>

– Общероссийский математический портал. – Режим доступа: <http://www.mathnet.ru/>

– Большая российская энциклопедия. - Режим доступа: <https://bigenc.ru/>

– СПС «КонсультантПлюс». – Режим доступа: <http://www.consultant.ru/>

– Федеральная служба государственной статистики. – Режим доступа: http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/

– Федеральный образовательный портал. – Режим доступа – <http://www.edu.ru>

– «Российское образование» Федеральный портал. Каталог образовательных интернет-ресурсов. Законодательство. Нормативные документы и стандарты // Учебно-методическая библиотека.

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебно-методический комплекс по дисциплине «Функциональный анализ».

Учебная аудитория лекционного типа: стационарный мультимедиапроектор и проекционный экран, переносной ноутбук, кафедра, посадочные места для обучающихся, рабочее место преподавателя, учебная доска

Компьютерный класс: стационарный мультимедиапроектор и проекционный экран, оборудование для организации локальной вычислительной сети, перечни Интернет-ссылок на электронные источники (на которые разрешен доступ из аудитории) для получения дополнительной информации по дисциплине, оборудование для организации локальной вычислительной сети, персональные компьютеры, рабочее место преподавателя и студентов, учебная доска.

Помещения для самостоятельной работы: комплекты ученической мебели, компьютеры с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ, электронные библиотечные системы.

Учебные аудитории для проведения групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации: комплекты ученической мебели, компьютеры с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ, электронные библиотечные системы.