МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**Бузулукский гуманитарно-технологический институт (филиал)**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего профессионального образования

**«Оренбургский государственный университет»**

|  |
| --- |
|  |

**Фонд оценочных средств**

по дисциплине

*«Б.1.В.ОД.6 Элементы абстрактной и компьютерной алгебры»*

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

*44.03.01 Педагогическое образование*

(код и наименование направления подготовки)

*Информатика*

 (наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Тип образовательной программы

*Программа академического бакалавриата*

Квалификация

*Бакалавр*

Форма обучения

*Заочная*

Год набора 2015

Фонд оценочных средств предназначен для контроля знаний обучающихся по направлению подготовки *44.03.01 Педагогическое образование* по дисциплине *«Б.1.В.ОД.6 Элементы абстрактной и компьютерной алгебры»*

Фонд оценочных средств рассмотрен и утвержден на заседании кафедры физики, информатики и математики

протокол № \_\_\_\_\_\_\_\_от «\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_г.

Первый заместитель директора по УР\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Н.В. Хомякова\_\_\_\_\_\_

 *подпись расшифровка подписи*

*Исполнители:*

Доцент О.А.Степунина

 *должность подпись расшифровка подписи*

 *должность подпись расшифровка подписи*

**Раздел 1. Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины**

| *Формируемые компетенции* | *Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций* | *Виды оценочных средств по уровню сложности/шифр раздела в данном документе* |
| --- | --- | --- |
| ОК-3 способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве | **Знать:*** особенности алгебраических систем как объекта изучения любой науки;
* математическую специфику алгебраических систем;
* прикладные и метапредметные аспекты алгебраической системы.
 | **Блок A –** задания репродуктивного уровняТестовые вопросы Вопросы для опроса |
| **Уметь:*** соединять алгебраические факты и компьютерные вычисления;
* использовать алгебраические структуры в изучении смежных математических и специальных дисциплин .
 | **Блок B –** задания реконструктивного уровнявыполнения практических и лабораторных работ, типовые задачи по разделам дисциплины |
| **Владеть:*** навыками практического применения классических алгоритмов в различных ситуациях;
* навыками работы с системами компьютерной алгебры;
* исследовательскими навыками общенаучного, специализированного математического и методологического характера;
* навыками трансформирования научных результатов в профессиональную деятельность.
 | **Блок С –** задания практико-ориентированного и/или исследовательского уровняЗадания творческого характера, предполагающие использование методов статистики при обработке результатов исследования |
| ПК\*-2 способность применять математический аппарат для решения поставленных задач, разрабатывать соответствующую процессу математическую модель и оценить ее адекватность | **Знать:*** законы логики математических рассуждений во всех разделах алгебры;
* основные методы доказательства и алгоритмы алгебры;
 | **Блок A –** задания репродуктивного уровняТестовые вопросы Вопросы для опроса |
| **Уметь:*** применять основные методы доказательных математических рассуждений в разделах алгебры;
* применять основные методы теории множеств, теории групп, алгебры многочленов в решении задач смежных областей математики;
 | **Блок B –** задания реконструктивного уровнявыполнения практических и лабораторных работ, типовые задачи по разделам дисциплины  |
| **Владеть:*** навыками применения основных алгоритмов алгебры во всех разделах математического знания;
* алгебраическим и теоретико-числовым аппаратом для решения практических задач получения и защиты информации.
 | **Блок С –** задания практико-ориентированного и/или исследовательского уровняЗадания творческого характера, предполагающие использование методов статистики при обработке результатов исследования |

**Раздел 2. Типовые контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки планируемых результатов обучения по дисциплине (оценочные средства). Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания**

**Блок А**

*А.0 Фонд тестовых заданий*

Пример теста, предъявляемого студенту, изучившему все темы дисциплины(время выполнения теста – не более 40 минут)**:**

*Выберите правильные ответы:*

1 Бинарные операции, определенные на конечных множествах, удобнее задавать при помощи таблиц. Таблица, задающая некоторую бинарную операцию А на некотором множестве А, называется

а) плитой;

б) табелем;

в) доской-таблицей;

г) таблицей умножения;

д) матрицей-таблицей;

е) латинским квадратом;

ж) магическим квадратом;

з) алгебраической структурой.

2 Алгебраической структурой (кратко - структурой) называется множество вместе с заданными операциями, определенными и замкнутыми на этом множестве. Это множество называется

а) носителем;

б) базой;

в) балансиром;

г)ростверком;

д) каркасом;

е) пьедесталом;

ж) основой;

з) сигнатурой;

и) твердыней;

к) оплотом.

3 Пара, состоящая из элементов ink, называется правильной по отношению к подстановке А, если разности i - к и а ,-а| имеют один и тот же знак; это начит: если i < к, то должно быть а! < ак: если же i > к, то должно быть а > ак. В противном случае говорят, что наша пара неправильна в подстановке А или образует в ней

а) дисторсию;

б) инверсию;

в) реверсию;

г) дисперсию;

д) конверсию;

е) интарсию;

ж) инвестицию.

4 Моноид – это полугруппа с

а) нулем

б) единицей;

в) единицей и нулем.

5 Коммутативная группа называется \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_группой

а) абелевой;

б) булевой;

в) унарной;

6 Группа – это \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_, в котором все элементы обратимы.

а) группоид;

б) биноид;

в) моноид;

г) терноид.

7 Нейтральный элемент аддитивного моноида часто называют

а) единичным;

б) нулевым.

8 Симметричный элемент аддитивного моноида часто называют

а) противоположным;

б) обратным;

в) прямым.

9 Полугруппой называется алгебраическая структура с множеством-носителем А и бинарной операцией ©: А2 —> А, которая удовлетворяет только свойству

а) дистрибутивности

б) ассоциативности

в) коммутативности

10 Конечная моногенная группа называется \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**Циклической.**

11 Задан алгоритм деления a = bq + r. Найдите q и r для указанных ниже значений a=81, b=9

а) q = 9, r = 0

б) q =6, r=3

в) q =0, r=20

г) q =12, r=9.

* 1. 12 Решите системы сравнений

$$x≡9(mod12)$$

$$x≡6(mod25)$$

**а)** $x≡81\left(mod300\right)$

б) $x≡56\left(mod200\right)$

в) $x≡54\left(mod350\right)$

г) $x≡80(mod300)$

13 Найдите наименьшее общее кратное НОК(27,18)

а) 12; б) 48; в) 8; г) **54.**

14 Подстановка содержащая четное число \_\_\_\_\_\_\_\_, называется четной подстановкой.

**(инверсий)**.

15 Универсальная алгебра с одной бинарной операцией называется

а) группой; б) полугруппой; в) **группоидом;** г)моноидом; д) решеткой.

16 Симметричный элемент аддитивного моноида часто называют:

а) противоположенным элементом;

б) обратным элементом;

в) положительным элементом;

г) отрицательным элементом.

17 Заданы символы с их частотами и коды.

Найдите вес кода …

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| символ | частота | Код |
| c | 7 | 111 |
| d | 8 | 101 |
| e | 10 | 001 |
| i | 2 | 10001 |
| s | 9 | 011 |
| u | 4 | 100011 |

**а) 136** ; б) 56; в) 123; г) 135.

19 Заданы символы и их коды

|  |  |
| --- | --- |
| символ | код |
| c | 111 |
| d | 101 |
| e | 01 |
| I | 11001 |
| s | 0010 |
| u | 1101 |

Закодируйте слово disluss

а) 101110010010111110100100010;

б) 011001000111001001001110010;

в) 10111001001001100100010;

г) 101110101010111110100100010.

20 Тело, у которого мультипликативная группа абелевая, называется \_\_\_\_\_\_.

*А.1 Вопросы для опроса:*

**Тема 1 Основные алгебраические структуры**

1. Что представляют собой делители нуля в Z7?

2 Опишите наименьший идеал целых чисел, содержащих числа 6, 9 и 12.

3. Что такое гомоморфизм колец? Если R – область целостности, то является ли областью целостности f(R)?

4. Что называется подкольцом?

5 Что называется полем?

6 Что называется делителем порядка группы?

7. Какая группа называется циклической?

8. Что называется идеалом кольца R ?

9. Что такое префиксная запись выражения? Как она читается?

10. Что называется операцией на множестве S?

11. Какая алгебраическая структура удовлетворяет свойствам дистрибутивности, ассоциативности, коммутативности?

12. Как устроена таблица Кэли?

13. Что называется моноидом?

14.Что такое группа?

15 Какую группу называют Абелевой?

16. Какая группа называется циклической?

**Тема 2 Общее представление о системах компьютерной алгебры**

1. Какая операция называется *п*-арной?

2. Какие операции называют бинарными?.

3. Какие элементы наборов называют операндами?

4. Опишите алгоритм поиска наибольшего общего делителя.

5. Опишите алгоритм деления.

6. Опишите алгоритм поиска наименьшего общего кратного.

7. Как называют нейтральный элемент мультипликативного группоида?

8. Как называют нейтральный элемент аддитивного группоида ?

9. Как называют симметричный элемент аддитивного моноида?

10. Если (a⊗b) ⊗c = a⊗(b⊗c) для всех a,b.c ∈ А. Каким свойством бинарная операция ⊗ на множестве А?

11.Пусть n – произвольное натуральное число. Что является результатом сложения по модулю n целых чисел a и b?

12. Пусть n – произвольное натуральное число. Что является результатом умножения по модулю n чисел a и b называется?

13.Как называетсягомоморфизм, который является инъекцией?

14.Как называетсягомоморфизм, который является сюръекцией?

15. Опишите алгоритм построения матрицы Адамара H2.

16. Опишите алгоритм построения матрицы Адамара H4.

17. Является ли существенным порядок вычисления, если операция не ассоциативна?

18. Является ли существенным порядок вычисления, если операция ассоциативна.

19. Обладает ли свойством дистрибутивности на множестве действительных чисел R операция умножения?

20. Обладает ли свойством коммутативности на множестве действительных чисел R операция умножения?

21. Обладает ли свойством ассоциативности на множестве действительных чисел R операция умножения?

22. Обладает ли свойством дистрибутивности на множестве действительных чисел R операция сложения?

23. Обладает ли свойством коммутативности на множестве действительных чисел R операция сложения?

24. Обладает ли свойством ассоциативности на множестве действительных чисел R операция сложения?

26. Что называется оператором?

27. Какая структура называется алгеброй

**Тема 3 Кольцо целых чисел. Кольцо многочленов одной переменной. Теория делимости**

1. Какое выражение называется префиксным?

2. Какое выражение называется инфиксным?

3. Какое множество всех биективных отображений некоторого множества на себя является некоммутативной группой?

4. Какая подстановка называется четной?

5 Какая подстановка называется нечетной?

6 Опишите алгоритм замены инфиксного выражения префиксным *.*

7 Опишите алгоритм умножения.

8 Какая алгебра называется группоидом?

9 Какие числа образуют коммутативное кольцо?

10. Какое кольцо называется телом?

11. Какое отображение конечного множества называется подстановкой?

12.Что называется полем?

13 Когда, при каком условии элемент *а* группы (S,\*) называется идемпотентом?

14 Когда кольцо коммутативно?

15 какое множество называется группой?

16. Когда кольцо называется кольцом с единицей?

**Тема 4 Интегрированные символьные системы Mathematica, MathCad**

1. Перечислите встроенные математические функции интегрированной символьной системы Mathematica.

2. Перечислите основные математические константы интегрированной символьной системы Mathematica.

3. Какую встроенную константу используют в системе Mathematica для перевода аргумента тригонометрической функции?

4. Какие специальные операции в системе Mathematica предусмотрены для работы с комплексными числами?

5. Приведите примеры функций системы Mathematica для работы с многочленами.

6. Какую палитру удобно использовать в системе Mathematica при работе с многочленами?

7. Какую последовательность действий выполняют при использовании кнопочной палитры Algebraic Manipulation?

8. На какие виды подразделяются подстановки в системе Mathematica?

9. Какими способами осуществляются глобальные подстановки?

10. Какие формы записи допускает функция Replace All?

11. Какими способами осуществляются локальные подстановки?

12. С помощью какого оператора производится освобождение переменной от любого ее значения?

13. Каким образом производится отмена непосредственного присваивания?

14. Перечислите основные функции, предназначенные для решения уравнений, неравенств, их систем и совокупностей.

15. Возможно ли получить комплексные корни уравнения с помощью системы Mathematica? Если да, то каким образом?

16. При помощи какого стандартного дополнения (пакета) возможно решение неравенств?

17. каким образом в системе Mathematica можно вычислять пределы последовательностей?

18. Для чего необходимы опции Direction и Analytic?

19. Как осуществляются операции дифференцирования в системе Mathematica?

20. Как осуществляется интегрирование в системе Mathematica?

21. Какие операции позволяют осуществлять интегрирование Sum?

22.Аналитическое решение дифференциальных уравнений и систем в системе Mathematica.

23. Решение задачи Коши в системе Mathematica.

24. Численное решение дифференциальных уравнений.

25. Графические функции в системе Mathematica и их основные опции.

26. Подготовка анимационных изображений в системе Mathematica.

27. Конструирование списков в системе Mathematica.

28. Программирование в среде Mathematica:

* процедурное программирование;
* функциональное программирование;
* программирование, основанное на правилах преобразований.

**Тема 5 Первоначальное представление о теории кодирования.**

1 Как определяется расстояние между строками?

2 Какие строки называются ортогональными к строке?

3. Опишите алгоритм поиска веса кода.

4. Опишите алгоритм кодирования слов с заданными символами и их кодами.

5. Опишите алгоритм декодирования слов с заданными символами и их кодами.

6. Код Шеннона-Фано.

7. Код Хаффмана.

8. Код Хэмминга.

9. Код с проверкой четности.

10. Код с тройными повторениями.

11. Помехоустойчивое кодирование.

12. Информационные характеристики канала связи.

## Блок Б - Оценочные средства для диагностирования сформированности уровня компетенций – «уметь»

**Блок B**

*В.0 Варианты заданий на выполнение контрольной работы*

**Тема 1 Основные алгебраические структуры**

Даны подстановки



1. Найти область определения подстановок.
2. Выписать обратные подстановки P-1 и Q-1.
3. Доказать, что P·I = I·P = P.
4. Найти произведения постановок PP, PQ, QP, QQ, P-1Q.
5. Выписать наибольший цикл и возвести в третью степень.

**Тема 2 Общее представление о системах компьютерной алгебры**

Здание 1. В кольце *R* [*x*] многочленов с действительными коэффициентами найдите наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное многочленов

*f* = *x 3+4x–3* и *g= x4 +x3– x2 +x – 2*.

Задание 2. Выполнить деление с остатком:

*х*4  – 2*х*3 +4*х*2 – 6*х*+8 на *х* – 1

**Тема 3 Кольцо целых чисел. Кольцо многочленов одной переменной. Теория делимости.**

Задание 1. Составить на языках логического программирования программу, генерирующую список из 7 элементов, начиная с 10 (каждый следующий элемент списка на 1 меньше другого).

Задание 2. Составить на языках логического программирования программу, определяющую, содержится ли заданный элемент Х в списке (3, 4, 5, 6,7).

Задание 3. Составить на языках логического программирования программу для вычисления значений суммы: 5+10+15+…+145.

Задание 4. Составить на языках логического программирования программу, позволяющую генерировать список (11, 12, 13, 14, 15, 16,17).

Задание 5. Составить на языках логического программирования программу для нахождения максимального из А,В,С. (создать правило выбора максимального из двух чисел).

**Тема 4 Интегрированные символьные системы Mathematica, MathCad**

Следующие задания выполнить в в интегрированной символьной системе **Mathematica**

Задание 1. Проверить справедливость неравенства *е*•π > π*e* .

Задание 2. Упростить выражение $\frac{a^{2}x^{2}(1+x)}{-a^{6}+x^{6}-a^{2}x^{2}(-a^{2}+x^{2})}+\frac{(1+x)(a^{6}+x^{6})}{a^{2}x^{2}\left(-a^{4}+x^{4}\right)+(-a^{2}+x^{2})(a^{6}+x^{6})}$

Задание 3. Проверить справедливость

*a*2+*b*2+*c*2=2 (*a*4+*b*4+*c*4), если *a*+*b*+*c*=0

Задание 4. Решить уравнение$\frac{3x}{x-1}-\frac{2x}{x+2}=\frac{3x-6}{(x-1)(x+2)}$.

Задание 5. Найти численные значения наибольшего и наименьшего корней уравнения, предварительно построив графики функций *sinx* и 0,1*х.*

**Тема 5 Первоначальное представление о теории кодирования.**

Задание 1. Закодировать число 13 кодом Хэмминга (4,7).

Задание 2. Закодировать сообщение 100110 кодом с проверкой четности.

Задание 3. Алфавит передаваемых сообщений состоит из независимых букв *Si* . Вероятности появления каждой буквы в сообщении заданы. Определить и сравнить эффективность кодирования сообщений методом Хаффмана при побуквенном кодировании и при кодировании блоками по две буквы.

Р (*Si* ): (0,6; 0,2; 0,08; 0,12).

Задание 4. Определить количество информации (по Хартли), содержащееся в системе, информационная емкость которой характеризуется десятичным числом Q.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Q | 500 | 1000 | 750 | 1250 | 250 | 1500 | 650 | 900 | 1100 | 1600 |

Задание 5.Определить пропускную способность канала связи, по которому передаются сигналы *Si* . Помехи в канале определяются матрицей условных вероятностей P(*Sj* / *Si*). За секунду может быть передано N = 10 сигналов.

$$\left(\begin{matrix}0,2&0,8&0\\0&0,2&0,8\\0,8&0&0,2\end{matrix}\right)$$

Задание 6. Указать наименьшее количество вопросов, позволяющих всегда угадать день рождения любого человека при ответах: «Да» и «Нет».

Задание 7. Составить равномерный двоичный код для передачи слов некоторого условного языка, алфавит которого состоит из 20 букв. Чему равен объем информации при передаче семибуквенного слова в этом алфавите?

**Критерии оценки заданий**

Задание считается выполненным и оценивается в 5 баллов, если выполнены 95%-100% условия и требования, сформулированные в нем.

Задание считается выполненным и оценивается в 4 балла, если выполнены 70%-94% условий и требований, сформулированных в нем.

Задание считается выполненным и оценивается в 3 балла, если выполнены 40%-70% условий и требований, сформулированных в нем.

Задание считается выполненным и оценивается в 1-2 балла, если выполнены менее 40% условий и требований, сформулированных в нем.

*В.1 Типовые задачи*

**ТЕМА: «Алгебраические структуры и системы**

1. Пусть для слов в алфавите А={*a, b, c, d*} заданы следующие Марковские подстановки



Примените каждую из них к слову

а) *abcddacba*; б) . *ddacbabc*, в) *cbabcdac.*

2. Пусть для слов в алфавите А={*a, b, c*} заданыс ледующие Марковские подстановки



Примените каждую из них максимально возможное число раз к словам:

а) *abcаbcabcab*; б)  *bcаbcabcabca*, в) *cаbcabcabcab.*

3. Каждую из Марковских подстановок



примените к словам а) *abcddacba*; б) . *ddacbabc*, в) *cbabcdac* максимально возможное число раз.

4. Нормальный алгоритм в алфавите А={*a, b, 1*} задается схемой *a→1*, *b→*1. Примените его к слову: а) *ababaa*; б) *bababbaa*; в) *ааа*; г) *bbbb*; д) *aabbb*11; е) 11*aab*; ж) *baaab1a*; з) *111aab1*; и) *aabb*; к)*abbba*; л) *abaabbb*.

5. Нормальный алгоритм в алфавите А={*a, b, 1*} задается схемой *a→1*, *b→*1, 11→Λ. Примените его к словам: а) *ababaa*; б) *bababbaa*; в) *ааа*; г) *bbbb*; д) *aabbb*11; е) 11*aab*; ж) *baaab1a*; з) *111aab1*; и) *aabb*; к)*abbba*; л) *abaabbb*.

6. Нормальный алгоритм в алфавите А={*a, b*} задается схемой *ba→аb, аb →*Λ. Примените его к словам: а) *babaаa*; б) *аabbaab*; в) *аbааbb*; г) *bbbb*; д) *aabbbaa*; е) *aabаа*; ж) *bbbaaa*; з) *baabbааb*; и) *abbаbbа*; к) *bbаabаb*. Выявите закономерность в работе алгоритма.

7. Нормальный алгоритм в алфавите А={*a, b*} задается схемой *ab→а, b →*Λ*,а→b*. Примените его к словам: а) *bbaаb*; б) *аabbbbaa*; в) *bаbаbab*; г) *aaa*; д) *bbbbb*; е) *aabaabb*; ж) *abbbbba*; з) *baab*; и) *bbbаaа*; к) *abbаbbа;* л) *abbbaaab*. Выявите закономерность в работе алгоритма.

8. Нормальный алгоритм в алфавите А={*a, b*} задается схемой *ab→*Λ*, ba →аb*. Примените его к словам: а) *babaаa*; б) *аabbaab*; в) *аbааbb*; г) *bbbb*; д) *aabbbaa*; е) *aabаа*; ж) *bbbaaa*; з) *baabbааb*; и) *abbаbbа*; к) *bbаabаb*. Выявите закономерность в работе алгоритма.

9. Нормальный алгоритм в алфавите А={*a, b*} задается схемой *ab→а, b →.*Λ*,а→b*. Примените его к словам: а) *bbaаb*; б) *аabbbbaa*; в) *bаbаbab*; г) *aaa*; д) *bbbbb*; е) *aabaabb*; ж) *abbbbba*; з) *baab*; и) *bbbаaа*; к) *abbаbbа;* л) *abbbaaab*. Выявите закономерность в работе алгоритма.

10. Нормальный алгоритм в алфавите А={*a, b*} задается схемой *ba→аb, a →*Λ*,b→. b*. Примените его к словам: а) *bbaаb*; б) *аabbbbaa*; в) *bаbаbab*; г) *aaa*; д) *bbbbb*; е) *aabaabb*; ж) *abbbbba*; з) *baab*; и) *bbbаaа*; к) *abbаbbа;* л) *abbbaaab*. Выявите закономерность в работе алгоритма.

11. Нормальный алгоритм в алфавите А={*a, b*} задается схемой *ab→b, ba →bb, b→.* Λ. Примените его к словам: а) *bbaаb*; б) *аabbbbaa*; в) *bаbаbab*; г) *aaa*; д) *bbbbb*; е) *aabaabb*; ж) *abbbbba*; з) *baab*; и) *bbbаaа*; к) *abbаbbа;* л) *abbbaaab*. Выявите закономерность в работе алгоритма.

12. Нормальный алгоритм в алфавите А={*a, b*} задается схемой *ba→a, bb →b, ab→* Λ, Λ→. *b*. Примените его к словам: а) *bbaаb*; б) *аabbbbaa*; в) *bаbаbab*; г) *aaa*; д) *bbbbb*; е) *aabaabb*; ж) *abbbbba*; з) *baab*; и) *bbbаaа*; к) *abbаbbа;* л) *abbbaaab*. Выявите закономерность в работе алгоритма.

13. Нормальный алгоритм в алфавите А={*a, b*} задается схемой *bb→ba, ba →a, a→* Λ, b→. Λ. Примените его к словам: а) *bbaаb*; б) *аabbbbaa*; в) *bаbаbab*; г) *aaa*; д) *bbbbb*; е) *aabaabb*; ж) *abbbbba*; з) *baab*; и) *bbbаaа*; к) *abbаbbа;* л) *abbbaaab*. Выявите закономерность в работе алгоритма.

14. Нормальный алгоритм в алфавите А={*a, b*} задается схемой *bb→ba, ba →a, a→* Λ, Λ→. *b*. Примените его к словам: а) *bbaаb*; б) *аabbbbaa*; в) *bаbаbab*; г) *aaa*; д) *bbbbb*; е) *aabaabb*; ж) *abbbbba*; з) *baab*; и) *bbbаaа*; к) *abbаbbа;* л) *abbbaaab*. Выявите закономерность в работе алгоритма.

15. Нормальный алгоритм в алфавите А={*a, b, c, d*} задается схемой *ad→. dc*, *ba→*Λ, *a→bc, bc →bba,* Λ→*a*. Примените его к слову: а) *dcb*; б) *dbc*; в) *bcd*; г) *cdb*; д) *dacb*; е) *dac*; ж) *dca*; з) *bacd*; и) *dabc*; к)*cdba*; л) *bdc*.

16. сконструируйте нормальный алгоритм в алфавите А={*1*}, вычисляющий следуюшую функцию: а) *f*(*x*) = *x*+1: б) $φ\_{3}\left(x\right)=\left\{\begin{matrix}1, если x делится на 3,\\0, если x не делится на 3.\end{matrix}\right.$

17. какую функцию вычисляет нормальный алгоритм: а) Λ→. Λ: б) Λ→Λ?

18. сконструируйте нормальный алгоритм, вычисляющий словарную функцию *f*(*w*)=*wu*, заданную на словах в алфавите А, которая к каждому слову *w* в алфавите А приставляет справа фиксированное слово *u* (возможно также в алфавите А).

19. В алфавите В=А$∪${*a, b*}, являющемся расширением алфавита А, рассмотрим нормальный алгоритм, задаваемый схемой (читается по столбцам)



Применив его к следующим словам, выясните, какую функцию он вычисляет: а) 146; б) 50; в) 210; г) 1000; д) 90; е) 360; ж)400; з) 1998; и) 77*0*; к)1280; л) 3000.

20. В алфавите В=А$∪${*a, b,с*}, являющемся расширением алфавита А, рассмотрим нормальный алгоритм, задаваемый схемой (читается по столбцам)



Применив его к следующим словам, выясните, какую функцию он вычисляет: а) 173; б) 28; в) 999; г) 568; д) 898; е) 998; ж)98; з) 9; и) 1000; к)1998; л) 546.

21. В алфавите В=А$∪${*a, b,с*}, являющемся расширением алфавита А, рассмотрим нормальный алгоритм, задаваемый схемой (читается по столбцам)



Применив его к следующим словам, выясните, какую функцию он вычисляет: а) 64; б) 71; в) 192; г) 501; д) 1001; е) 240; ж)99; з) 101; и) 700; к)16; л) 2.

22. Сконструируйте нормальные алгритмы, вычисляющие функции : а) *f*1(*x*) = *x*+5; б) *f*2(*x*)=*x* – 5; в) *f*3(*x*)=*x*+7; *f*4(*x*)=*x*–7. Пользуйтесь при этом трехэлементным расширением В=А$∪${*a, b,с*} основного (цифрового) алфавита А={*0,1,2,…,9*}.

23. Сконструируйте нормальный алгритм, вычисляющий функцию *f*(*x*) = 10*х.*

24. Составьте нормальный алгоритм в трехэлементном расширении В=А$∪${*a, b,с*} основного (цифрового) алфавита А={*0,1,2,…,9*}, вычисляющий функцию  *f*(*x*) = 2*х.*

25*.* Сконструируйте нормальный алгоритм в тчетырехэлементном расширении В=А$∪${*a, b,с, d*} основного (цифрового) алфавита А={*0,1,2,…,9*}, вычисляющий функцию  *f*(*x*) = 3*х.*

**ТЕМА: «Компьютерная алгебра»**

1. Машина Тьюринга определяется следующей функциональной схемой.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| AQ | q1 | q2 | q3 |
| a0 |  | q31П | q1a0Л |
| 1 | q2a0Л | q21Л | q31П |
| \* | q0a0 | q2\*Л | q2\*П |

Определите, в какое слово перерабатывает машина следующие слова:

а) 111\*111; б) 111\*111; в) 111\*1; г) 1\*11; д) 11\*111; е) 11111\*; ж) \*1111.

Постарайтесь выявить общую закономерность в работе машины

2. Машина Тьюринга определяется следующей функциональной схемой.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| AQ | q1 | q2 | q3 | q4 |
| a0 | q4 a0П | q3a0Л | q1a0П | q0a0Л |
| 1 | q2α | q1β | q11П | q11Л |
| α | q1αЛ | q2αП | q31Л | q4 a0П |
| β | q1βЛ | q2βП | q3a0Л | q4 1П |

Определите, в какое слово перерабатывает машина следующие слова:

а) 11111 (обозревается ячейка 2, считая слева); б) 111(обозревается ячейка 1, считая слева); в) 1111111111(обозревается ячейка 4, считая слева);

 г) 111111(обозревается ячейка 2, считая слева).

3. Машина Тьюринга определяется следующей функциональной схемой.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| AQ | q1 | q2 | q3 | q4 |
| a0 | q1 a0П | q3a0П | q3a0Л | q1a0Л |
| 1 | q3a0Л | q21Л | q4a0П | q41П |
| \* | q0a0 | q3\*Л |  | q4\*П |

Определите, в какое слово перерабатывает машина следующие слова:

а) 111\*1 1 ; б) 11\*11; в) 1111\*1; г)11111\*111; д) 11111\*1111. Постарайтесь выявить общую закономерность в работе машины

4. Остановится ли когда-нибудь машина Тьюринга, заданная следующей программой:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| AQ | q1 | q2 | q3 |
| a0 | q1 П | q3a0Л | q0a0 |
| 1 | q21П | q1 a0П | q21Л |

если она начнет перерабатывать следующее слово, начав в состоянии q1 обозревать ячейку, в которой записана самая левая буква перерабатываемого слова: а) 1111 a01; б) 11111; в)1 a01 a01?

Если машина остановится, то какова ее заключительная конфигурация?

5. Остановится ли когда-нибудь машина Тьюринга, заданная следующей программой:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| AQ | q1 | q2 | q3 |
| a0 | q2 a0П | q2a0П | q0a0 |
| 1 | q11П | q31Л | q31П |

если она начнет перерабатывать следующее слово, начав в состоянии q1 обозревая ячейку, в которой записана самая левая буква перерабатываемого слова: а) 111a0 a01; б) 11a0 a011a01; в)111111; г)1a0 a0 a0a01; д) 11a0 a011; е) 1; ж) 1a0 1a01a01; з) 111; и) 1a0 1a01; к) 11a0 11?

Если остановка происходит, то какое слово получается в результате, какая ячейка и в каком состоянии обзревается?

**ТЕМА: Математические объекты и их представление**

1. Вычислить функцию *f(n)=n!* с помощью оператора примитивной рекурсии:

$$\left\{\begin{matrix}f\left(0\right)=1=g\\f\left(n+1\right)=(n+1)∙f(n)\end{matrix}\right.$$

*f*(4) *=*?

 2. Вычислить функцию ϕ (*x, y*)  с помощью оператора примитивной рекурсии:

$$\left\{\begin{matrix}φ\left(x, 0\right)=x^{2}\\φ\left(x, y+1\right)=y∙(x+φ(x, y))\end{matrix}\right.$$

ϕ (2*, 5*) - ?

3. Вычислить функцию с помощью оператора минимизации:

$$f\left(x, y\right)=x^{2}∸μ\_{z}\left(\left[\frac{x+y}{x+z}\right]∸z=0\right)$$

*f*(6,34) *=*?

**ТЕМА: Алгоритмы вычислений в компьютерной алгебре**

Задача 1.

1.Разработать алгоритм вычисления  *f(n)*  в виде рекурсивной функции.

2. Проверить модель алгоритма на множестве тестовых примеров.

3. Определить к какому классу рекурсивных функций принадлежит *f(n)*  : примитивно-рекурсивна, частично-рекурсивна или общерекурсивна.

*Варианты заданий*

1. Сумма всех четных делителей числа *п*  .

2. Количество всех нечетных делителей числа *п* .

3. Количество нулей в двоичной записи *п* .

4. Сумма цифр в двоичной записи *п* .

5. Количество взаимно-простых с  *п* чисел, ≤ *п.*

6. Максимальная цифра в 8-ричной записи числа *п*  .

7. Минимальная цифра в 8-ричной записи числа *п* .

8. Количество четных цифр в 8-ричной записи числа *п*.

9. Количество нечетных цифр в 8-ричной записи числа *п*.

10. Сумма простых делителей числа *п*.

11. Количество простых делителей числа *п*.

12. Количество простых чисел, ≤ *п.*

 13. Количество чисел, являющихся полными квадратами, ≤ *п.*

 14. Сумма чисел, являющихся степенью двойки, ≤ *п.*

 15. Максимальная цифра в 16-ричной записи числа *п.*

16. Минимальная цифра в 16-ричной записи числа *п*.

17. Ближайшее к *п* простое число.

18. Произведение делителей числа *п*.

19. Произведение простых делителей числа *п*.

20. Произведение взаимно-простых с *п* чисел, ≤ *п.*

 21. Наименьшее общее кратное двух чисел,  *K (x, y)*,

*K (x, 0) = K (0, y) = 0*

22. Наибольший общий делитель двух чисел, D (x, y), D(0,0) = 0

23. Функция, отличная от нуля в конечном числе точек.

24. Номер наибольшего простого делителя числа *п*.

25. Функция, вычисляющая целую часть квадратного корня от аргумента,  $y=\left[\sqrt{x}\right]$

## Блок С

*С.1 Индивидуальные творческие задания*

Задание 1. Проверить, можно ли подобрать такие три числа p, q, r, чтобы имело место равенство *х*2+4*х*3 – 2*х*2  – 12*х*+9 =12 (*рх*2+*qх*+*r*)2.

Задание 2. Можно ли представить многочлен *х*2+*у*2+*z*2 в виде произведения (*aх*+*bу*+cz)( *Aх*+*Bу*+Cz) при каких-либо вещественных или комплексных числах *a, b,* c, *A, B,* C?

Задание 3 Создать список из чисел $\sqrt{n}sinn cosn, n=\overbar{1, 1000}$. Изобразить список графически.

Создать список из чисел $sinα , α=\overbar{0,01, 10}$. Изобразить список графически.

Объединить списки. Изобразить полученный общий список.

Изобразить список из тех же элементов, расположенных по возрастанию.

Задание 4. Разработайте методические рекомендации для учителя математики, реализующие выполнение следующего задания:

Дана система уравнений $\left\{\begin{matrix}x+2by=a\\bx+\left(1-b\right)y=c^{2}+c\end{matrix}\right.$,

где a, b, c – действительные числа. Найти, при каких значениях параметра b система имеет хотя бы одно решение и выразить его через параметры a и c.

Задание 5. Структурировать информацию и составить ментальную карту по следующим темам:

* Алгебраические структуры.
* Системы компьютерной алгебры.
* Кольцо целых чисел.
* Кольцо многочленов.
* Теория делимости.
* Основы теории кодирования.

Провести анализ одного из учебно-методических комплектов (по выбору) по информатике на предмет указанных выше тем, выявить имеющуюся информацию по ним и составить ментальную карту.

**Критерии оценки заданий**

Задание считается выполненным и оценивается в 5 баллов, если выполнены 95%-100% условия и требования, сформулированные в нем.

Задание считается выполненным и оценивается в 4 балла, если выполнены 70%-94% условий и требований, сформулированных в нем.

Задание считается выполненным и оценивается в 3 балла, если выполнены 40%-70% условий и требований, сформулированных в нем.

Задание считается выполненным и оценивается в 1-2 балла, если выполнены менее 40% условий и требований, сформулированных в нем.

## Блок D - Оценочные средства, используемые в рамках промежуточного контроля знаний, проводимого в форме *экзамена*.

**Вопросы к экзамену**

1. Алгебраические операции, их свойства.
2. Нейтральный элемент.
3. Теорема о единственности нейтрального элемента.
4. Симметричный элемент.
5. Теорема о единственности симметричного элемента.
6. Бинарные отношения. Виды бинарных отношений.
7. Отношение эквивалентности.
8. Алгебра. Гомоморфизм. Теорема о гомоморфизме.
9. Алгебра. Изоморфизм. Теоремы об изоморфизме.
10. Подалгебра. Замыкание, его свойства. Система образующих.
11. Полугруппа. Определяющие соотношения.
12. Теорема Маркова – Поста. Моноид.
13. Группа. Свойства группы. Доказательство одного из свойств (по указанию преподавателя).
14. Подгруппа. Критерий подгруппы. Смежные классы.
15. Группа классов вычетов. Теорема Лагранжа.
16. Гомоморфизм групп. Свойства гомоморфизма.
17. Ядро гомоморфизма. Нормальная подгруппа. Критерий нормальности подгруппы.
18. Факторгруппа. Теорема о гомоморфизме.
19. Кольцо. Свойства кольца. Доказательство одного из свойств (по указанию преподавателя).
20. Области целостности. Подкольцо. Критерий подкольца.
21. Идеал. Критерий идеала. Факторкольцо.
22. Кольцо целых чисел. Отношение делимости, его простейшие свойства. Теорема о делении с остатком.
23. НОД и НОК. Линейное представление НОД. Связь НОК и НОД.
24. Линейные диофантовы уравнения.
25. Алгоритм Евклида.
26. Расширенный алгоритм Евклида.
27. Простые числа. Основная теорема арифметики.
28. Целые числа по модулю *m*. Кольцо целых чисел по модулю *m*. Полная система остатков, её виды.
29. Линейные уравнения по модулю *m*. Китайская теорема об остатках.
30. Списочное представление чисел.
31. Короткие и длинные числа.
32. Классические алгоритмы целочисленной арифметики.
33. Точные вычисления, использующие модулярную арифметику: случай одного модуля.
34. Точные вычисления, использующие модулярную арифметику: случай нескольких модулей.
35. Кольцо многочленов от одной переменной.
36. Теорема о делении многочленов с остатком.
37. Теорема о кольце главных идеалов.
38. НОД и НОК многочленов.
39. Теоремы существования и единственности НОД и НОК.
40. Алгоритм Евклида для многочленов.
41. Приводимые и неприводимые многочлены.
42. Теорема об однозначном разложении на множители.
43. Корни многочленов. Теорема Безу и её следствие.
44. Схема Горнера.
45. Производная многочлена.
46. Вычисление значения многочлена и его производных.
47. Поле. Свойства поля. Доказательство одного из свойств (по указанию преподавателя).
48. Поле комплексных чисел.
49. Изоморфизм полей комплексных и действительных чисел.
50. Подполе. Критерий подполя. Алгебраическое расширение поля.
51. Конечные расширения полей.
52. Алфавитное кодирование.
53. Разделимые и префиксные схемы. Кодовое дерево.
54. Неравенство Макмиллана.
55. Кодирование с минимальной избыточностью.
56. Алгоритм Фано.
57. Коды с обнаружением и исправлением ошибок.
58. Кодовое расстояние.
59. Расстояние Хэмминга.
60. Код Хэмминга для исправления одного замещения.

**Оценивание результатов на экзамене производится по 4-балльной шкале**

| *4-балльная**шкала* | *Отлично* | *Хорошо* | *Удовлетворительно* | *Неудовлетворительно* |
| --- | --- | --- | --- | --- |

**Оценивание выполнения лабораторных заданий**

| 4-балльная шкала | Показатели | Критерии |
| --- | --- | --- |
| Отлично | 1. Полнота выполнения практического задания;2. Своевременность выполнения задания;3. Последовательность и рациональность выполнения задания;4. Самостоятельность решения | Задание решено самостоятельно. При этом составлен правильный алгоритм решения задания, в логических рассуждениях, в выборе формул и решении нет ошибок, получен верный ответ, задание решено рациональным способом. |
| Хорошо | Задание решено с помощью преподавателя. При этом составлен правильный алгоритм решения задания, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор формул для решения; есть объяснение решения, но задание решено нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ. |
| Удовлетворительно | Задание решено с подсказками преподавателя. При этом задание понято правильно, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе формул или в математических расчетах; задание решено не полностью или в общем виде. |
| Неудовлетворительно  | Задание не решено. |

**Оценивание выполнения тестов**

| 4-балльная шкала | Показатели | Критерии |
| --- | --- | --- |
| Отлично | 1. Полнота выполнения тестовых заданий.2. Своевременность выполнения.3. Правильность ответов на вопросы.4. Самостоятельность тестирования. | Выполнено 95% заданий предложенного теста, в заданиях открытого типа дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос. |
| Хорошо | Выполнено от 75 до 95 % заданий предложенного теста, в заданиях открытого типа дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос; однако были допущены неточности в определении понятий, терминов и др. |
| Удовлетворительно | Выполнено 50 до 75 % заданий предложенного теста, в заданиях открытого типа дан неполный ответ на поставленный вопрос, в ответе не присутствуют доказательные примеры, текст со стилистическими и орфографическими ошибками. |
| Неудовлетворительно  | Выполнено менее 50 % заданий предложенного теста, на поставленные вопросы ответ отсутствует или неполный, допущены существенные ошибки в теоретическом материале (терминах, понятиях). |

**Оценивание ответа на экзамене**

| 4-балльная шкала | Показатели | Критерии |
| --- | --- | --- |
| Отлично | 1. Полнота изложения теоретического материала.2. Полнота и правильность решения практического задания.3. Правильность и/или аргументированность изложения.(последовательность действий).4. Самостоятельность ответа.5. Культура речи. | Дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, самостоятельно, и исчерпывающе отвечает на дополнительные вопросы, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса, решил предложенные практические задания без ошибок. |
| Хорошо | Дан развернутый ответ на поставленный вопрос, где студент демонстрирует знания, приобретенные на лекционных и лабораторных занятиях, а также полученные посредством изучения обязательных учебных материалов по курсу, дает аргументированные ответы, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе. Решил предложенные практические задания с небольшими неточностями. |
| Удовлетворительно | Дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия вопроса, знанием основных вопросов теории, слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа и решении практических заданий. |
| Неудовлетворительно  | Дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Выводы поверхностны. Решение практических заданий не выполнено, то есть студент не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя. |

**Раздел 3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

**Порядок проведения экзамена**

Экзамен проводится в устной форме по билетам.

 В билет включены один теоретический вопрос и практическое задание, соответствующие содержанию формируемых компетенций.

 На подготовку ответа и выполнение практического задания студенту отводится 45 минут. По итогам выставляется дифференцированная оценка с учетом шкалы оценивания.

Шкала оценок экзамена:

* **- «отлично»** - оценка ставится за знание фактического материла по дисциплине, владение понятиями системы знаний по дисциплине, личную освоенность знаний, умение объяснять сущность понятий, умение выделять главное в учебном материале, готовность к самостоятельному выбору, решению, умение найти эффективный способ решения проблемной ситуации, умение использовать знания в стандартных и нестандартных ситуациях, логичное и доказательное изложение учебного материала, владение точной речью, умение аргументировано отвечать па вопросы; вступать в диалоговое общение.
* **«хорошо»** - оценка ставится за владение терминологией по дисциплине, умение обобщать, делать умозаключения, за теоретическое осмысление проблемной ситуации, умение найти решение проблемной задачи, владение языковыми средствами для ответа на вопрос.
* **«удовлетворительно»** ставится за неполное знание терминологии по дисциплине, неполное владение терминологией, за неумение обобщать, делать вывод, за одностороннее решение задачи, неполное владение языковыми средствами, односторонний ответ на предложенный вопрос.

**-- «неудовлетворительно»** оценка ставится за отсутствие знаний по дисциплине, представления по вопросу, непонимание материала по дисциплине, отсутствие решения задачи, наличие коммуникативных «барьеров» в общении, отсутствие ответа на предложенный вопрос

**Процедура оценивания контрольной работы.**

**Критерии оценивания**

Уровень качества письменной контрольной работы студента определяется с использованием следующей системы оценок:

 **«Зачтено»** выставляется, в случае если студент показывает хорошие знания изученного учебного материала, подтверждая это четким и последовательным изложением решения задачи; аргументирует решение ссылками на компетентные или рекомендованные источники, хорошо владеет основными терминами и понятиями по дисциплине; логично и последовательно излагает и интерпретирует материалы результаты выполненных действий; получает правильный результат заданий; показывает умение формулировать выводы и обобщения по теме заданий. Работа оценивается удовлетворительно при условии выполнения не менее 70% заданий.

Каждое задание, в свою очередь, считается выполненным и может быть зачтено, если выполнены 70%-94% условий и требований, сформулированных в нем.

В содержании контрольной работы необходимо показать знание рекомендованной литературы по данной теме. Кроме рекомендованной специальной литературы, можно использовать любую дополнительную литературу, которая необходима для выполнения контрольной работы.

**«Не зачтено»** – выставляется

– при наличии серьезных упущений в процессе решения задач, неправильного использования формул, отсутствия аргументации, вычислительных ошибок;

– при неудовлетворительном знании базовых терминов и понятий курса, практические задания выполнены неверно;

– если работа выполнена без учета требований, предъявляемых к данному виду заданий.

Контрольная работа, выполненная небрежно, не по своему варианту, без соблюдения правил, предъявляемых к ее оформлению, возвращается с проверки с указанием причин, которые доводятся до студента. В этом случае контрольная работа выполняется повторно.

При выявлении заданий, выполненных несамостоятельно, преподаватель вправе провести защиту студентами своих работ. По результатам защиты преподаватель выносит решение либо о зачете контрольной работы, либо об ее возврате с изменением варианта. Защита контрольной работы предполагает свободное владение студентом материалом, изложенным в работе и хорошее знание учебной литературы, использованной при написании.

В случае неудовлетворительной оценки работы, она возвращается на доработку студенту. В *этой же* работе студент должен устранить замечания и сдать на повторную проверку. Студенты, не выполнившие задания и не представившие результаты самостоятельной работы, аттестуются по курсу «неудовлетворительно» и к итоговой аттестации по курсу не допускаются.