Минобрнауки России

Бузулукский гуманитарно-технологический институт (филиал)
федерального государственно бюджетного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра физики, информатики и математики

Фонд оценочных средств
по дисциплине

« Математика»
Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование
(код и наименование направления подготовки)

Информатика
(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Тип образовательной программы
Программа академического бакалавриата

Уровень высшего образования
БАКАЛАВРИАТ

Квалификация
Бакалавр

Форма обучения
Очная, заочная

Бузулук 2015

Фонд оценочных средств предназначен для контроля знаний обучающихся по направлению подготовки 44*.03.01 Педагогическое образование* по дисциплине «Математика»

Фонд оценочных средств рассмотрен и утвержден на заседании кафедры
физики, информатики и математики
наименование кафедры

протокол № ________от "___" __________ 2015г.

Первый заместитель директора по УР________________________________
наименование кафедры *подпись* *расшифровка подписи*

Исполнители: Л.Г. Шабалина
____
должность *подпись* *расшифровка подписи*

Раздел 1. Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Виды оценочных средств/ шифр раздела в данном документе
ОК-3 способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	**Знать:** – основные положения теоретического курса и инструменты математического анализа и линейной алгебры, четко представлять его органическую связь с приложениями профильных дисциплин;	**Блок А –** Тестирование по лекционному материалу. –Тесты Устное индивидуальное собеседование — Вопросы для собеседования
	Уметь: – уметь решать типовые задачи математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии; – анализировать исходные данные, производить правильную постановку задачи, строить математические модели практических и прикладных задач; – анализировать результаты математических расчетов и обосновывать полученные выводы;	**Блок В –** Типовые задания – Задания для выполнения практических работ Проверочные контрольные работы – Задания Итоговые контрольные работы
	Владеть: – методами математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии необходимыми в профессиональной деятельности, навыками использования математического инструментария для решения практических задач в профессиональной области.	**Блок С –** Решение прикладных задач. Провести исследование по теме (Групповые и/или индивидуальные творческие задания/проекты)
ПК–1 готовность реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов	**Знать:** – основные теоретические положения курса; – основные технологии реализации образовательных программ.	**Блок А –** Тестирование по лекционному материалу. –Тесты Устное индивидуальное собеседование — Вопросы для собеседования
	Уметь: – реализовывать учебные программы базовых курсов в различных образовательных учреждениях; – нести ответственность за результаты своей профессиональной деятельности;	**Блок В –** Типовые задания – Задания для выполнения практических работ Проверочные контрольные работы – Задания Итоговые контрольные работы
	Владеть: – математическими навыками и умениями, необходимыми в профессиональной деятельности; – владеть методами развития образного и логического мышления, методами анализа,	**Блок С –** Решение прикладных задач. Провести исследование по теме (Групповые и/или индивидуальные творческие задания/проекты)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Виды оценочных средств/ шифр раздела в данном документе
	навыками решения возникающих проблем; способностью регулярно повышать свою квалификацию, как с помощью дальнейшего обучения, так и самостоятельного овладения новыми знаниями.	

Раздел 2. Типовые контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки планируемых результатов обучения по дисциплине (оценочные средства). Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

Блок А - Оценочные средства для диагностирования сформированности уровня компетенций – «знать»

А.0 Фонд тестовых заданий по дисциплине, разработанный и утвержденный в соответствии с Положением о Фонде тестовых заданий.

1. Выберите правильный ответ:

a) Таблица чисел вида a_{ij} и обозначаемая $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix}$ - называется матрицей состоящей из n строк и m столбцов размерности $n \times m$.

b) Таблица вида $a_{i\,j}$ называется матрицей

A_{11}	A_{12}	A_{13}
A_{14}	A_{15}	A_{16}
A_{17}	A_{18}	A_{19}

c) Таблица вида $A = \left\langle \begin{matrix} стол & парта \\ стул & кресло \end{matrix} \right\rangle$ и обозначаемая A называется матрицей состоящей из m строк и n столбцов размерности $n \times m$.

2. Выберите правильный ответ:

a) Если $n = m$, то A - квадратная матрица n – ого порядка.

b) Если $n = 1$ и $m > 1$, то A - квадратная матрица порядка n

c) Если $n > 1$ и $m = 1$, то A - квадратная матрица порядка m

3. Выберите правильный ответ:

a) Матрица A^T называется транспонированной к матрице $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix}$, если определитель матрицы равен нулю.

b) **Матрица $A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$ называется транспонированной к матрице $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, т.е. если все элементы строк сделать элементами столбцов с тем же номером.**

c) Матрица A^T называется транспонированной к матрице $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix}$, если все элементы главной диагонали матрицы А заменить нулями.

4. Выберите правильный ответ:

a) Суммой матриц *A* и *B*, одинакового размера, называется число, равное сумме всех элементов матриц *A* и *B*.

b) Суммой матриц *A* и *B* называется матрица *C* (*A*+*B* = *C*), составленной присоединением к матрице *A* справа, элементы матрицы *B*

c) Суммой матриц *A* и *B*, одинакового размера, называется матрица *C* (*A*+*B*=*C*), элементы которой равны сумме соответственных элементов матриц *A* и *B*

5. Выберите правильный ответ:

a) Сложение матриц коммутативно, ассоциативно, при сложении матрицы *A* с нулевой матрицей получится матрица *A*

b) Сложение матриц не коммутативно, ассоциативно, при сложении матрицы *A* с нулевой матрицей получится матрица *A*

c) Сложение матриц коммутативно, не ассоциативно, при сложении матрицы *A* с нулевой матрицей получится нулевая матрица

6. Выберите правильный ответ:

a) Произведением матрицы *A* на число λ, называется число равное произведению числа λ на сумму всех элементов матрицы *A*

b) Произведением матрицы *A* на число λ, называется матрица *B* того же размера, что и матрица *A* и элементы которой равны произведению числа λ на соответствующие элементы матрицы *A*

c) Произведением матрицы *A* на число λ, называется матрица *B* и элемент которой равен произведению числа λ на сумму всех элементов матрицы *A*

7. Выберите правильный ответ:

a) При умножении матрицы *A* на матрицу *B* необходимо:

1) чтобы количество строк матрицы *A* было равно количеству столбцов матрицы *B*;

2) составить матрицу, элементы которой равны произведению сумм каждого элемента каждой строки матрицы *A* и каждый элемента каждого столбца матрицы *B*

3) полученные суммы поставить в соответствующую строку и столбец

b) При умножении матрицы *A* на матрицу *B* необходимо:

1) чтобы количество строк матрицы *A* было равно количеству столбцов матрицы *B*;

2) составить матрицу, элементы которой равны сумме произведений каждого элемента каждой строки матрицы *A* на каждый элемент каждого столбца матрицы *B*

c) При умножении матрицы *A* на матрицу *B* необходимо:

1) чтобы количество столбцов матрицы *A* было равно количеству строк матрицы *B*;

2) составить матрицу, элементы которой равны сумме произведений каждого элемента каждой строки матрицы *A* на каждый элемент каждого столбца матрицы *B*

3) полученные суммы поставить в соответствующую строку и столбец

8 Выберите правильный ответ:

a) Умножение матриц не коммутативно, ассоциативно, дистрибутивно, умножение матрицы *A* на единичную матрицу коммутативно и получится матрица *A*

b) Умножение матриц не коммутативно, не ассоциативно, умножение матрицы *A* на единичную матрицу не коммутативно и получится матрица *A*

c) Умножение матриц не коммутативно, ассоциативно, умножение матрицы A на единичную матрицу не коммутативно и получится единичная матрица

9 Выберите правильный ответ:

a) При возведении произвольной матрицы A в *n-ую* степень, необходимо матрицу A умножить саму на себя n раз, для любого натурального n

b) При возведении матрицы A в *n-ую* степень, необходимо матрицу A умножить саму на себя n раз, при условии что матрица A квадратная

c) Действие возведение матриц в степень неопределенно

10. Выберите правильный ответ:

a) Определителем матрицы называется число поставленное в соответствие каждой квадратной матрице по определенному правилу или закону

b) Определителем матрицы называется матрица поставленная в соответствие каждой квадратной матрице по определенному правилу или закону

c) Определителем матрицы называется число поставленное в соответствие любой матрице по определенному правилу или закону

11. Выберите правильный ответ:

a) Определитель матрицы A меняет знак на противоположный, если к элементам какой либо строки или столбца прибавить соответствующие элементы другой строки или столбца, умноженные на одно и то же число

b) Определитель матрицы A изменяется, если к элементам какой либо строки или столбца прибавить соответствующие элементы другой строки или столбца, умноженные на одно и то же число

c) Определитель матрицы A не меняется, если к элементам какой либо строки или столбца прибавить соответствующие элементы другой строки или столбца, умноженные на одно и то же число

12 . Выберите правильный ответ:

a) Определитель матрицы A увеличится в k-раз, если все элементы какой-либо строки или какого-либо столбца увеличить в k-раз, т.е. общий множитель строки или столбца можно вынести за знак определителя

b) Определитель матрицы A увеличится в k-раз, если все элементы матрицы увеличить в k-раз

c) Определитель матрицы A увеличится в k-раз, если все элементы какой-либо строки или какого-либо столбца увеличить в k-раз, т.е. общий множитель матрицы можно вынести за знак определителя

13. Выберите правильный ответ:

a) Определитель матрицы равен нулю, если матрица единичная

b) Определитель матрицы A равен нулю, если элементы двух строк или двух столбцов соответственно пропорциональны

c) Определитель нуль -матрицы равен единице

14. Выберите правильный ответ:

a) Минором элемента a_{ij} (M_{ij}) называется определитель полученный из данного вычеркиванием i – строки и j - столбца

b) Минором элемента $a_{i\,j}$ (M_{ij}) называется число полученное вычитанием из определителя матрицы A элемента $a_{i\,j}$

c) Минором элемента $a_{i\,j}$ (M_{ij}) называется элемент $a_{i\,j}$ взятый с противоположным знаком

15. Выберите правильный ответ:

a) Алгебраическим дополнением элемента $a_{i\,j}$ (A_{ij}) называется его минор, взятый со знаком $(-1)^{i+j}$

b) Алгебраическим дополнением элемента $a_{i\,j}$ (A_{ij}) называется его минор, взятый со знаком $(-1)^{i*j}$

c) Алгебраическим дополнением элемента $a_{i\,j}$ (A_{ij}) называется его минор, взятый со знаком $(-1)^{i-j}$

16. Выберите правильный ответ:

a) Определитель произведения квадратных матриц A и B одного порядка, равен произведению определителей перемножаемых матриц, т.е. если $C=A*B$, то $|C| = |A| * |B|$

b) Определитель произведения матриц, равен произведению определителей перемножаемых матриц, т.е. если $C=A*B$, то $|C| = |A| * |B|$

c) Определитель произведения квадратных матриц одного порядка, равен $|C| = 1/(|A| * |B|)$

17. Выберите правильный ответ:

a) Обратной матрицей называется матрица A^{-1}, удовлетворяющая условию $A*E=A^{-1}$ и вычисляемая по формуле $A^{-1}=(1/|A|)*\tilde{A}$, где $\tilde{A} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots. & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots. & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots. & A_{nn} \end{pmatrix}$

b) Если матрица A квадратная, то обратной для нее матрицей называется матрица A^{-1}, удовлетворяющая условиям $A*A^{-1}=E$ и $A^{-1}*A=E$ и вычисляемая по формуле $A^{-1}=|A|*\tilde{A}$, где $\tilde{A} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots. & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots. & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots. & A_{nn} \end{pmatrix}$

c) Если матрица A квадратная, то обратной для нее матрицей называется матрица A^{-1}, удовлетворяющая условиям $A*A^{-1}=E$ *и* $A^{-1}*A=E$ и вычисляемая по формуле

$$\boldsymbol{A^{-1}=(1/|A|)*\tilde{A}}, \text{ где } \tilde{A} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots. & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots. & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots. & A_{nn} \end{pmatrix}$$

18. Выберите правильный ответ:

a) Если матрица A вырожденная, то для нее существует обратная матрица

b) Если матрица *A* невырожденная, то для нее существует обратная матрица

c) Если матрица A невырожденная, то для нее не существует обратная матрица

19. Выберите правильный ответ:

a) Рангом матрицы A называется наивысший порядок минора, составленного из элементов A, отличный от единицы

b) Рангом матрицы A называется наивысший порядок алгебраического дополнения, составленного из элементов A, отличный от нуля

c) Рангом матрицы *A* называется наивысший порядок минора, составленного из элементов *A*, отличный от нуля

20. Выберите правильный ответ:

a) Ранг ступенчатой матрицы равен количеству ее нулевых строк

b) Ранг ступенчатой матрицы равен количеству ее ненулевых строк

c) Ранг ступенчатой матрицы равен количеству ее всех строк матрицы

21. Выберите правильный ответ:

a) Если $|A| = 0$, то $|A^{-1}| = 0$

b) Если $|A| = 0$, то $|A^{-1}|$ - не существует, т.к. не существует A^{-1}

c) Если $|A| = 0$, то для вычисления $|A^{-1}|$ необходимо знать саму матрицу А

22. Выберите правильный ответ:

a) $X = \frac{B}{A}$ является решением матричного уравнения вида $A*X = B$

b) $X = A^{-1} *B$ является решением матричного уравнения вида $A*X = B$

c) $X = B *A^{-1}$ является решением матричного уравнения вида $A*X = B$

23. Выберите правильный ответ:

a) Система вида $\begin{cases} a_{11}*x_1 + & a_{12}*x_2 + & ... + a_{1n}*x_n = & b_1 \\ a_{21}*x_1 + & a_{22}*x_2 + & ... + a_{2n}*x_n = & b_2 \\ ... + & + ... + & + ... = & ... \\ a_{m1}*x_1 + & a_{m2}*x_2 + & ... + a_{mn}*x_n = & b_m \end{cases}$**, называется системой линейных уравнений из *m* уравнений с *n* неизвестными, где a_{ij} (i=1,2,…*m*; j = 1,2,…*n*) – коэффициенты системы, $b_{1,}$ …b_m – свободные члены системы**

b) Система вида $\begin{cases} a_{11}*x_1^2 + & a_{12}*x_2^2 + & ... + a_{1n}*x_n^2 = & b_1 \\ a_{21}*x_1^2 + & a_{22}*x_2^2 + & ... + a_{2n}*x_n^2 = & b_2 \\ ... + & + ... + & + ... = & ... \\ a_{m1}*x_1^2 + & a_{m2}*x_2^2 + & ... + a_{mn}*x_n^2 = & b_m \end{cases}$, называется системой линейных уравнений из *m* уравнений с *n* неизвестными, где a_{ij} (i=1,2,…*m*; j = 1,2,…*n*) – коэффициенты системы, $b_{1,}$ …b_m – свободные члены системы

c) Система вида $\begin{cases} a_{11}*x_1 + & a_{12}*x_2 + & ... + a_{1n}*x_n = & b_1 \\ a_{21}*x_1 + & a_{22}*x_2 + & ... + a_{2n}*x_n = & b_2 \\ ... + & + ... + & + ... = & ... \\ a_{m1}*x_1 + & a_{m2}*x_2 + & ... + a_{mn}*x_n = & b_m \end{cases}$, называется системой линейных уравнений из *n* уравнений с *m* неизвестными, где a_{ij} (*i*=1,2,…*m*; *j* = 1,2,…*n*) – свободные члены системы, $b_{1,}$ …b_m – коэффициенты системы

24. Выберите правильный ответ:

a) Решением системы $\begin{cases} a_{11}*x_1 + & a_{12}*x_2 + & ... + a_{1n}*x_n = & b_1 \\ a_{21}*x_1 + & a_{22}*x_2 + & ... + a_{2n}*x_n = & b_2 \\ ... + & + ... + & + ... = & ... \\ a_{m1}*x_1 + & a_{m2}*x_2 + & ... + a_{mn}*x_n = & b_m \end{cases}$ является такой набор чисел ($c_1 = b_1$ … $b_m = c_n$), при подстановки которых в каждое уравнение системы вместо $b_{1,}$ …b_m , получаем верные тождества

b) Решением системы $\begin{cases} a_{11} * x_1 + & a_{12} * x_2 + & \ldots + a_{1n} * x_n = & b_1 \\ a_{21} * x_1 + & a_{22} * x_2 + & \ldots + a_{2n} * x_n = & b_2 \\ \ldots + & + \ldots + & + \ldots = & \ldots \\ a_{m1} * x_1 + & a_{m2} * x_2 + & \ldots + a_{mn} * x_n = & b_m \end{cases}$ **является такой набор чисел (*c_1*, …*c_n*), при подстановки которых в каждое уравнение системы вместо соответствующего неизвестного, получаем верные тождества**

c) Решением системы $\begin{cases} a_{11} * x_1 + & a_{12} * x_2 + & \ldots + a_{1n} * x_n = & b_1 \\ a_{21} * x_1 + & a_{22} * x_2 + & \ldots + a_{2n} * x_n = & b_2 \\ \ldots + & + \ldots + & + \ldots = & \ldots \\ a_{m1} * x_1 + & a_{m2} * x_2 + & \ldots + a_{mn} * x_n = & b_m \end{cases}$ является такое число c, при подстановки которых в одно из уравнений системы получаем верное тождество

25. Выберите правильный ответ:

a) Система линейных уравнений называется несовместной, если система имеет хотя бы одно решение

b) Система линейных уравнений называется совместной, если система не имеет ни одно решения

c) Система линейных уравнений называется совместной, если система имеет хотя бы одно решение

26. Выберите правильный ответ:

a) Система линейных уравнений называется определенной, если система имеет единственное решение

b) Система линейных уравнений называется определенной, если система имеет хотя бы одно решение

c) Система линейных уравнений называется неопределенной, если система имеет единственное решение

27. Выберите правильный ответ:

a) Матрица ($A|B$)= $\left(\begin{array}{c|ccc} b_1 & a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ b_m & a_{m1} & \ldots & a_{mn} \end{array}\right)$ называется расширенной матрицей СЛУ

b) Матрица ($A|B$)= $\left(\begin{array}{ccc|c} a_{11} & \ldots & a_{1n} & x_1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & \ldots & a_{mn} & x_m \end{array}\right)$ называется расширенной матрицей СЛУ

c) Матрица ($A|B$)= $\left(\begin{array}{ccc|c} a_{11} & \ldots & a_{1n} & b_1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & \ldots & a_{mn} & b_m \end{array}\right)$ называется расширенной матрицей СЛУ

28. Выберите правильный ответ:

a) Система линейных уравнений несовместна тогда и только тогда, когда ранг матрицы системы равен рангу расширенной матрицы системы:

$r(A)= r(A|B)$

b) Система линейных уравнений совместна тогда и только тогда, когда ранг матрицы системы не равен рангу расширенной матрицы системы:

$r(A) \neq r(A|B)$

c) Система линейных уравнений совместна тогда и только тогда, когда ранг матрицы системы равен рангу расширенной матрицы системы:

$r(A) = r(A|B)$

29. Выберите правильный ответ:

a) Если $r(A) > r(A|B)$, система несовместна

b) Если $r(A) < r(A|B)$, система совместна

c) Если $r(A) < r(A|B)$, система несовместна

30. Выберите правильный ответ:

a) Формулы Крамера для решения систем линейных уравнений имеют вид: $x_n = \frac{\Delta_n}{\Delta}$, где Δ_n - главный определитель, Δ - определитель матрицы коэффициентов, у которой n столбец, заменен на столбец свободных членов

b) Формулы Крамера для решения систем линейных уравнений имеют вид: $x_n = \frac{\Delta}{\Delta_n}$, где Δ - главный определитель, Δ_n - определитель матрицы коэффициентов, у которой n столбец, заменен на столбец свободных членов

c) Формулы Крамера для решения систем линейных уравнений имеют вид: $x_n = \frac{\Delta_n}{\Delta}$, где Δ - главный определитель, Δ_n - определитель матрицы коэффициентов, у которой n столбец, заменен на столбец свободных членов

31. Выберите правильный ответ:

a) Метод Гаусса – это метод последовательного исключения переменных путем некоторых элементарных преобразований, в результате чего система приводится к ступенчатому виду с единицами ниже главной диагонали

b) Метод Гаусса - это метод при котором, путем некоторых элементарных преобразований, элементы главной диагонали приводят к единице, элементы ниже и выше главной диагонали приводят к нулю

c) Метод Гаусса – это метод последовательного исключения переменных путем некоторых элементарных преобразований, в результате чего система приводится к ступенчатому виду с нулями ниже главной диагонали

32. Выберите правильный ответ:

a) Метод обратной матрицы: из матричного уравнения $A*X=B$ следует

$X = A^{-1} * B$, т.е. необходимо найти обратную матрицу A^{-1} и умножить ее на матрицу свободных членов, получаем матрицу переменных

b) Метод обратной матрицы: из матричного уравнения $X*A=B$ следует

$X = A^{-1} * B^{-1}$, т.е. необходимо найти обратную матрицу A^{-1} и умножить ее на обратную матрицу свободных членов, получаем матрицу переменных

c) Метод обратной матрицы: из матричного уравнения $A*X=B$ следует $X = B * A^{-1}$, т.е. необходимо умножить матрицу свободных членов на обратную матрицу A^{-1}, получаем матрицу переменных

33. Выберите правильный ответ:

a) Вектором называется направленный отрезок, который обозначается $\overline{a}, \overline{в}, ..., \overline{AB}, \overline{CD}, ...$

в) Вектором называется множество точек, расположенных между двумя точками, который обозначается *AB, CP*.

с) Вектором называется множество точек расположенных по одну сторону от данной точки, который обозначается *а, в, с.*

34. Выберите правильный ответ:

а) Длина отрезка *AB* называется длиной или модулем вектора $\overline{a}, \overline{в}, ..., \overline{AB}, \overline{CD}, ...$ и обозначается $|\overline{a},|\ |\overline{в},|\ ..., |\overline{AB}|,\ |\overline{CD}|, ...$

в) Длина прямой *AB* называется длиной или модулем вектора $\overline{a}, \overline{в}, ..., \overline{AB}, \overline{CD}, ...$ и обозначается $|\overline{a},|\ |\overline{в},|\ ..., |\overline{AB}|,\ |\overline{CD}|, ...$

с) Длина отрезка *AB* называется длиной или модулем вектора $\overline{a}, \overline{в}, ..., \overline{AB}, \overline{CD}, ...$ и обозначается $\{\overline{a},\}\{\overline{в},\}..., \{\overline{AB},\}\ \{\overline{CD},\}...$

35. Выберите правильный ответ:

а) Три вектора $\overline{a},\ \overline{в},\ \overline{c}$ и более называются компланарными, если они лежат в одной плоскости или параллельных плоскостях

в) Векторы $\overline{a},\ \overline{в},$ называются компланарными, если они лежат в одной плоскости или параллельных плоскостях

с) Три вектора $\overline{a},\ \overline{в},\ \overline{c}$ называются компланарными, если они лежат на одной прямой или параллельных прямых

36. Выберите правильный ответ:

а) Два ненулевых вектора $\overline{a}$ *и* $\overline{в}$ коллинеарные тогда и только тогда, когда $\overline{в} \neq \lambda^* \overline{a}$

в) Два ненулевых вектора $\overline{a}$ *и* $\overline{в}$ коллинеарные тогда и только тогда, когда $\overline{в} = \overline{a}$

с) Два ненулевых вектора $\overline{a}$ *и* $\overline{в}$ коллинеарные тогда и только тогда, когда $\overline{в} = \lambda^* \overline{a}$

37. Выберите правильный ответ:

а) Три ненулевых вектора $\overline{a},\ \overline{в},\ \overline{c}$ компланарны тогда и только тогда, когда один из них не является линейной комбинацией других, например

$\overline{c} \neq \lambda_1 \overline{a} + \lambda_2 \overline{в}$ ($\lambda_1 \neq 0$ и $\lambda_2 \neq 0$ одновременно)

в) Три ненулевых вектора $\overline{a},\ \overline{в},\ \overline{c}$ **компланарны тогда и только тогда, когда один из них** является линейной комбинацией других, например

$\overline{c} = \lambda_1 \overline{a} + \lambda_2 \overline{в}$ ($\lambda_1 \neq 0$ и $\lambda_2 \neq 0$ одновременно)

с) Три ненулевых вектора $\overline{a},\ \overline{в},\ \overline{c}$ компланарны тогда и только тогда, когда один из них является линейной комбинацией других, например

$\overline{c} = \lambda_1 \overline{a} + \lambda_2 \overline{в}$ ($\lambda_1 = 0$ и $\lambda_2 = 0$ одновременно)

38. Выберите правильный ответ:

а) Базисом на плоскости называется любая пара коллинеарных векторов этой плоскости или совокупность фиксированной точки и 2-х коллинеарных векторов, проведенных к ней.

в) Базисом на плоскости называется любая пара не коллинеарных векторов этой плоскости или совокупность фиксированной точки и 2-х неколлинеарных векторов, проведенных к ней.

с) Базисом на плоскости называется любая тройка не коллинеарных векторов этой плоскости или совокупность фиксированной точки и 3-х не коллинеарных векторов,

39. Выберите правильный ответ:

а) Любой вектор на плоскости может быть разложен по векторам базиса на плоскости и притом единственным образом

в) Любой вектор на плоскости может быть разложен по векторам базиса на плоскости, различными способами

с) Не каждый вектор на плоскости может быть разложен по векторам базиса на плоскости.

40. Выберите правильный ответ:

а) Углом между $\bar{a}$ и $\bar{b}$ называется угол φ на который надо повернуть один из векторов до его совпадения со вторым вектором после приведения этих векторов к общему началу.

в) Углом между $\bar{a}$ и $\bar{b}$ называется меньший угол φ ($0 \le \varphi \le \pi$) на который надо повернуть один из векторов до его совпадения со вторым вектором после приведения этих векторов к общему началу.

с) Углом между $\bar{a}$ и $\bar{b}$ называется меньший угол φ ($0 \le \varphi \le \pi$) на который надо повернуть один из векторов до его совпадения со вторым вектором .

41. Выберите правильный ответ: Для двух ортогональных векторов с координатами $\bar{a}$ = $(x_1; y_1; z_1)$ $\bar{b}$ $=(x_2;\ y_2;\ z_2)$

а) $\dfrac{x_1}{x_2} = \dfrac{y_1}{y_2} = \dfrac{z_1}{z_2} = k$

в) $\boldsymbol{x_1 * x_2 + y_1 * y_2 + z_1 * z_2 = 0}$

с) $\dfrac{x_1}{x_2} \ne \dfrac{y_1}{y_2} = \dfrac{z_1}{z_2} = k$

42. Выберите правильный ответ:

а) Скалярным произведением 2-х векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$ называется число, равное произведению длин этих векторов на sin угла между ними.

($\bar{a}$ и $\bar{b}$) - скалярное произведение: $\bar{a}\ \bar{b} = |\bar{a}| * |\bar{b}| * \sin\varphi$.

в) Скалярным произведением 2-х векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$ называется число, равное произведению этих векторов на cos угла между ними.

($\bar{a}$ и $\bar{b}$)- скалярное произведение: $\bar{a}\ \bar{b} = \bar{a} * \bar{b} * \cos\varphi$.

с) **Скалярным произведением 2-х векторов** $\bar{a}$ и $\bar{b}$ называется число, равное произведению длин этих векторов на cos угла между ними.

($\bar{a}$ и $\bar{b}$)- скалярное произведение: $\bar{a}\ \bar{b} = |\bar{a}| * |\bar{b}| * \cos\varphi$.

43. Выберите правильный ответ:

а) **Равенство “0” скалярного произведения двух векторов, необходимое и достаточное условие их перпендикулярности (ортогональности**), т.е. $\bar{a} \perp \bar{b} \iff \bar{a}\ \bar{b} = 0$.

в) Равенство “1” скалярного произведения необходимое и достаточное условие их перпендикулярности (ортогональности), т.е. $\bar{a} \perp \bar{b} \iff \bar{a}\ \bar{b} = 1$.

с) Равенство “0” скалярного произведения необходимое, но не достаточное условие их перпендикулярности (ортогональности), т.е. $\bar{a} \perp \bar{b} \Rightarrow \bar{a}\ \bar{b} = 0$.

44. Выберите правильный ответ:

а) $\cos\varphi = \dfrac{\bar{a}\bar{b}}{|\bar{a}| * |\bar{b}|} = \dfrac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} * \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$

в) $\cos\varphi = \dfrac{\overline{a}\overline{b}}{|\overline{a}|*|\overline{b}|} = \dfrac{(x_1+x_2)*(y_1+y_2)*(z_1+z_2)}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}*\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$

с) $\cos\varphi = \dfrac{\overline{a}\overline{b}}{|\overline{a}|+|\overline{b}|} = \dfrac{x_1x_2 - y_1y_2 - z_1z_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}+\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$

45. Выберите правильный ответ: если $\overline{a} = a_x\, i + a_y\, j + a_z\, k;$ $\overline{b} = b_x\, i + b_y\, j + b_z\, k,$ то

а) $\cos\alpha = \dfrac{a_x}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}}$, $\cos\beta = \dfrac{a_y}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}}$, $\cos\gamma = \dfrac{a_z}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}}$ **- называют направляющими косинусами**

в) $\sin\alpha = \dfrac{a_x}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}}$, $\sin\beta = \dfrac{a_y}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}}$, $\sin\gamma = \dfrac{a_z}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}}$ - называют направляющими синусами

с) $\cos\alpha = \dfrac{a_x}{a_y^2}$, $\cos\beta = \dfrac{a_y}{a_z^2}$, $\cos\gamma = \dfrac{a_z}{a_x^2}$ называют направляющими косинусами

46. Выберите правильный ответ: если $\overline{a} = a_x\, i + a_y\, j + a_z\, k;$ $\overline{b} = b_x\, i + b_y\, j + b_z\, k,$ то векторное произведение векторов равно:

а) $\overline{a}\times\overline{b} = \begin{pmatrix} \overline{i} & \overline{j} & \overline{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{pmatrix}$

в) $\overline{a}\times\overline{b} = x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$

с) $\overline{a}\times\overline{b} = \begin{vmatrix} \overline{i} & \overline{j} & \overline{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$

47. Выберите правильный ответ:

а) **Равенство “0” векторного произведения необходимое и достаточное условие их параллельности,** т.е. $\overline{a}\|\overline{b} \Leftrightarrow (\overline{a}\times\overline{b}) = 0$

в) Равенство “0” векторного произведения необходимое и достаточное условие их перпендикулярности (ортогональности), т.е. $\overline{a}\perp\overline{b} \Leftrightarrow (\overline{a}\times\overline{b}) = 0.$

с) Равенство “1” векторного произведения необходимое, но не достаточное условие их параллельности, т.е. $\overline{a}\|\overline{b} \Rightarrow (\overline{a}\times\overline{b}) = 1$

48. Выберите правильный ответ: если $\overline{a} = a_x\, i + a_y\, j + a_z\, k;$ $\overline{b} = b_x\, i + b_y\, j + b_z\, k,$ $\overline{c} = c_x\, i + c_y\, j + c_z\, k,$ то смешанное произведение векторов равно:

а) $\overline{a}\,\overline{b}\,\overline{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$

в) $\overline{a}\,\overline{b}\,\overline{c} = a_xb_xc_x + a_yb_yc_y + a_zb_zc_z$

с) $\overline{a}\,\overline{b}\,\overline{c} = a_xa_ya_z + b_xb_yb_z + c_xc_yc_z$

49. Выберите правильный ответ:

а) $\bar{a}\bar{b}\bar{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$ если **векторы** $\bar{a}$ **и** $\bar{b}$ **и** $\bar{c}$ **компланарны**

в) $\bar{a}\bar{b}\bar{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$ если векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ и $\bar{c}$ коллинеарные

с) $\bar{a}\bar{b}\bar{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} = 1 \Leftrightarrow$ если векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ и $\bar{c}$ компланарны

50. Выберите правильный ответ:

а) Уравнение вида *F(x,y),* которому удовлетворяют координаты всех точек данной линии и не удовлетворяют координаты любой точки плоскости, не лежащие на этой линии, называют уравнением линии

в) Уравнение вида *F(x,y)* = 0, которому удовлетворяют координаты всех точек данной линии и не удовлетворяют координаты любой точки плоскости, не лежащие на этой линии, называют уравнением линии

с) Уравнение вида *F(x,y)* = 0, которому удовлетворяют координаты точек данной линии называют уравнением линии

51. Выберите правильный ответ:

а) Линии, задаваемые уравнением первой степени, есть прямые. Уравнение второй степени, имеющее бесконечное множество решений, определяет эллипс, гиперболу, параболу или линию, распадающуюся на две прямые.

в) Линии, задаваемые уравнением первой степени, есть прямые. Уравнение второй степени определяет плоскость.

с) Линии, задаваемые уравнением первой степени, есть эллипс, гипербола, парабола или линию, распадающуюся на две прямые. Уравнение второй степени определяют окружность.

52. Выберите правильный ответ:

а) $Ax + Bx + C = 0$ - общее уравнение прямой, где *А и В* - координаты нормального вектора, одновременно не равные нулю.

в) $Ax + By + C = 0$ - общее уравнение прямой, где *А и В* - координаты направляющего вектора, одновременно не равные нулю.

с) $Ax + By + C = 0$ - общее уравнение прямой, где *А и В* - координаты нормального вектора, одновременно не равные нулю.

53. Выберите правильный ответ:

а) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ **- уравнение прямой в отрезках, где** a **и** b **отрезки, отсекаемые прямой соответственно на осях** *OX* и *OY*.

в) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$- уравнение прямой в отрезках, где a и b отрезки, отсекаемые прямой соответственно на осях *OX* и *OY*.

с) $y = kx + b$ - уравнение прямой в отрезках, где k и b отрезки, отсекаемые прямой соответственно на осях *OX* и *OY*.

54. Выберите правильный ответ: *p* и *q*- прямые, N_1 и N_2 – нормальные вектора соответственно прямых *p* и *q*, тогда

а) если *p* || *q* <=> N_1 || N_2, то $A_1/A_2 = B_1/B_2$; $p \perp q$ <=> $N_1 \perp N_2$, то $A_1 A_2 + B_1 B_2 = 0$

в) если $p \parallel q$ <=> $N_1 \parallel N_2$, то $A_1 A_2 + B_1 B_2 = 0$; $p \perp q$ <=> $N_1 \perp N_2$, то $A_1/A_2 = B_1/B_2$

с) если $p \parallel q$ <=> $N_1 \parallel N_2$, то $A_1 * A_2 = B_1 * B_2$; $p \perp q$ <=> $N_1 \perp N_2$, то $A_1 A_2 + B_1 B_2 = 1$

55. Выберите правильный ответ: Если $y = k_1x+b_1$ и $y = k_2x+b_2$, то угол между этими прямыми можно вычислить:

а) $tg\varphi = \dfrac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}$**, где угол поворота от первой прямой ко второй производится против часовой стрелки**.

в) $tg\varphi = \dfrac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}$, где угол поворота от первой прямой ко второй производится по часовой стрелки.

с) $tg\varphi = \dfrac{k_1 - k_2}{1 - k_1 k_2}$, где угол поворота от первой прямой ко второй производится против часовой стрелки.

56. Выберите правильный ответ: Расстояние от точки до прямой равно:

а) $d = \dfrac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$, где прямая задана уравнением $Ax + Bx + C = 0$ и точка имеет координаты $M_0(x_0, y_0)$

в) $d = \dfrac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$, где точка имеет координаты $M_0(A, B, C)$

с) $d = \dfrac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ **, где прямая задана уравнением** $Ax + By + C = 0$ **и точка имеет координаты** $M_0(x_0, y_0)$

57. Выберите правильный ответ:

а) $\dfrac{x - x_0}{l} = \dfrac{y - y_0}{m} = \dfrac{z - z_0}{n}$ **каноническое уравнение прямой в пространстве, где** $M_0(x_0, y_0, z_0)$ **– точка, принадлежащая** прямой, (l,m,n) –координаты направляющего вектора.

в) $\dfrac{x - x_0}{l} = \dfrac{y - y_0}{m} = \dfrac{z - z_0}{n}$ каноническое уравнение прямой в пространстве, где $M_0(x_0, y_0, z_0)$ – точка, принадлежащая прямой, (l,m,n) –координаты нормального вектора.

с) $\dfrac{x}{l} = \dfrac{y}{m} = \dfrac{z}{n}$ каноническое уравнение прямой в пространстве, где $M(x, y, z)$ – точка, принадлежащая прямой, (l,m,n) –координаты направляющего вектора.

58. Выберите правильный ответ: Общее уравнение плоскости - $Ax + By + Cz + D = 0$

а) Если $D=0$, то данному уравнению удовлетворяет точка O (0;0;0). Если C=0 то плоскость параллельна оси OZ, если B=0 – то OY, если A=0 – то OX.

в) Если D**=0, то данному уравнению удовлетворяет точка** O **(0;0;0). Если** C**=0 то плоскость параллельна** оси OZ, если B=0 – то OY, если A=0 – то OX.

с) Если D=0, то данному уравнению удовлетворяет точка O (0;0;0). Если C=0 то плоскость параллельна оси OZ, если B=0 – то OY, если A=0 – то OX.

59. Выберите правильный ответ:

а) $\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = 0$ -уравнение плоскости проходящей через три точки.

в) $\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = 1$-уравнение плоскости проходящей через три точки.

с) $\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1} = \dfrac{y-y_1}{y_2-y_1} = \dfrac{z-z_1}{z_2-z_1}$ -уравнение плоскости проходящей через три точки.

60. Выберите правильный ответ:

а) *$Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$* - общее уравнение кривых второго порядка, где

$$\begin{cases} A \neq 0 \\ B \neq 0 \\ C \neq 0 \end{cases}$$

в) *$Ax+Bxy+Cy+F=0$* - общее уравнение кривых второго порядка, где

$$\begin{cases} A \neq 0 \\ B \neq 0 \\ C \neq 0 \end{cases}$$

с) *$Ax^2 + Cy^2+Dx+Ey+F=0$* - общее уравнение кривых второго порядка, где

$$\begin{cases} A \neq 0 \\ B \neq 0 \\ C \neq 0 \end{cases}$$

61. Выберите правильный ответ:

а) *Эллипсом* называется геометрическое место точек, разность расстояний которых от двух данных точек F_1 и F_2 (фокусов) есть величина постоянная, равная *2a*.

в) *Эллипсом* называется геометрическое место точек, сумма расстояний которых от двух данных прямых есть величина постоянная, равная *2a*.

с) *Эллипсом* называется геометрическое место точек, сумма расстояний которых от двух данных точек F_1 и F_2 (фокусов) есть величина постоянная, равная *2a*.

62. Выберите правильный ответ:

а) $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ -каноническое уравнение эллипса

в) $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ -каноническое уравнение эллипса

с) $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = -1$ -каноническое уравнение эллипса

63. Выберите правильный ответ:

а) Отношение $c/a = \varepsilon < 1$ называется *эксцентриситетом* эллипса.

в) Отношение $b/a = \varepsilon < 1$ называется *фокусом* эллипса.

с) Отношение $c/b = \varepsilon < 1$ называется *фокальным радиусом* эллипса.

64. Выберите правильный ответ:

а) *Параболой* называется геометрическое место точек, одинаково удаленных от центра координат, точки $O(0;0)$

в) *Параболой* называется геометрическое место точек, сумма расстояний которых от двух данных прямых есть величина постоянная, равная $2a$.

с) *Параболой* называется геометрическое место точек, одинаково удаленных от данной точки (фокуса) и данной прямой (директрисы).

65. Выберите правильный ответ:

а) $y^2 = 2px$ - парабола симметричная относительно оси Oy. Если $p > 0$, то ветви параболы вверх, если $p < 0$, то ветви – вниз.

в) $x^2 = 2py$ - парабола симметричная относительно оси Ox. Если $p > 0$, то ветви параболы вправо, если $p < 0$, то ветви – влево.

с) $y^2 = 2px$ - парабола симметричная относительно оси Ox. Если $p > 0$, то ветви параболы вправо, если $p < 0$, то ветви – влево.

66. Выберите правильный ответ:

а) $y^2 = 2px$ - парабола симметрична относительно оси Oy. Если $p > 0$, то ветви параболы вверх, если $p < 0$, то ветви – вниз.

в) $x^2 = 2py$ - парабола симметрична относительно оси Oy. Если $p > 0$, то ветви параболы вверх, если $p <$ 0, то ветви – вниз.

с) $x^2 = 2py$ - парабола симметрична относительно оси Ox. Если $p > 0$, то ветви параболы вправо, если $p < 0$, то ветви – влево.

67. Выберите правильный ответ:

а) *Гиперболой* называется геометрическое место точек, сумма расстояний которых от двух данных точек F_1 и F_2 (фокусов) равна числу $2a$.

в) *Гиперболой* называется геометрическое место точек, разность расстояний которых от двух данных точек F_1 и F_2 (фокусов) равна по абсолютной величине данному числу $2a$.

с) *Гиперболой* называется геометрическое место точек, разность расстояний которых от двух данных прямых есть величина постоянная, равная $2a$.

68. Выберите правильный ответ:

а) Каноническое уравнение гиперболы: $x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$.

в) Каноническое уравнение гиперболы: $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$.

с) Каноническое уравнение гиперболы: $x^2/a^2 - y^2/b^2 = -1$.

69. Выберите правильный ответ:

а) Прямые, уравнения которых $y = (b/a)*x$ называются *директрисами* гиперболы.

в) Прямые, уравнения которых $y = (b/a)*x$ называются *асимптотами* гиперболы.

с) Прямые, уравнения которых $y = (a/b)*x$ называются *асимптотами* гиперболы.

70. Выберите правильный ответ:

а) Гипербола, у которой $a = c$, называется *равносторонней*, уравнение *равносторонней* гиперболы $x^2 + y^2 = a^2$, а уравнение асимптот $y = x$.

в) Гипербола, у которой $a = b$, называется *равносторонней*, уравнение *равносторонней* гиперболы $x^2 - y^2 = a^2$, а уравнение асимптот $y = x$.

с) Гипербола, у которой $a = b$, называется *равносторонней*, уравнение *равносторонней* гиперболы $x^2 + y^2 = c^2$, а уравнение асимптот $y = x$.

71. Выберите правильный ответ:

а) Гиперболы $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ и $y^2/b^2 - x^2/a^2 = -1$ называются сопряженными.

в) Гиперболы $x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$ и $-y^2/b^2 - x^2/a^2 = -1$ называются *равносторонними*

с) Гиперболы $x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$ и $y^2/b^2 - x^2/a^2 = -1$ называются сопряженными.

Выберите один правильный ответт

72 Найти $|z|$, если $z = -\sqrt{3} + i$

-1 $|z| = 2$

-2 $|z| = \sqrt{3}$

-3 $|z| = 1$

-4 $|z| = \sqrt{3} + 1$

73 Если $z_1 = 1 + i, \quad z_2 = 2 - i$, то $z_1 \pm z_2$ равно….

-1 $3 \ и -1 + i$

-2 $3i \ и -1 + i$

-3 $3 \ и \ 3 - 2i$

-4 $3 \ и \ 1 - i$

74 Если $z_1 = 1 + i, \quad z_2 = 2 - i$, то $z_1 \cdot z_2$ равно….

-1 $3 - i$

-2 $1 + i$

-3 $\mathbf{3 + i}$

-4 $2 - 3i$

75 Если $z_1 = 1 + 2i, \quad z_2 = 2 - i$, то $\frac{z_1}{z_2}$ равно….

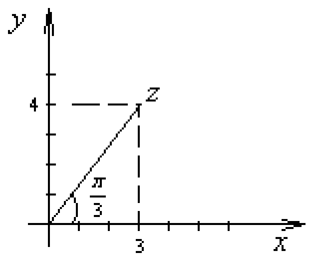
-1 $\boldsymbol{i}$

-2 $1 + \mathrm{i}$

-3 $\frac{3}{5} + \frac{i}{5}$

-4 $\frac{3}{5} + i$

76 На рисунке представлена геометрическая иллюстрация комплексного числа $z = x + iy$. Тогда тригонометрическая форма записи этого числа имеет вид…



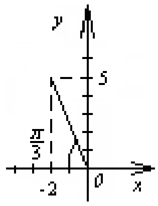
-1 $4\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

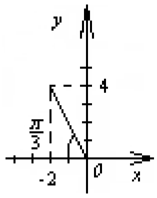
-2 $\mathbf{5\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)}$

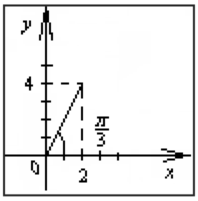
-3 $\sqrt{7}\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

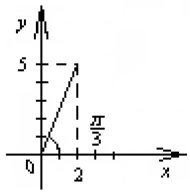
-4 $\quad 3\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$

77 Укажите рисунок задания комплексного числа в виде $z=2\sqrt{5}\left(\cos{\pi/3}+i\sin{\pi/3}\right)$.









78 Представить в тригонометрической и показательной форме число $z=-5\sqrt{3}+5i$.

-1 $\quad 10e^{\frac{5\pi}{6}i}$

-2 $\quad 10e^{\frac{-\pi i}{3}}$

-3 $\quad 5e^{\frac{-\pi i}{6}}$

-4 $\quad 5e^{\frac{-\pi i}{3}}$

-5 $\quad 2e^{\frac{-\pi i}{6}}$

79 Представить в тригонометрической и показательной форме число $z=-2i$.

-1 $\quad z=-2i=2\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)=2e^{\frac{\pi}{2}i}$

-2 $\quad z=-2i=\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)-i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)=e^{-\frac{\pi}{2}i}$

-3 $\quad z=-2i=2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)=2e^{-\frac{\pi}{2}i}$

-4 $z=-2i=\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)=e^{-\frac{\pi}{3}i}$

80 Представить в показательной форме число $z=(1-i)^3$.

-1 $z^3=e^{-\frac{3\pi}{4}i}$

-2 $z^3=-2\sqrt{2}e^{\frac{3\pi}{4}i}$

-3 $z^3=2\sqrt{2}e^{-\frac{\pi}{2}i}$

-4 $z^3=2\sqrt{2}e^{-\frac{3\pi}{4}i}$

81 Вычислить $(-2-2i)^4$

- 64

- $-64i$
- $64i$
- 64
- 16

82 Если $f(z)=2z^2+3i$, тогда значение производной этой функции в точке $z_0=1-i$ равно…

-1 $2-4i$

-2 $4-4i$

-3 $4+4i$

-4 $2+4i$

83 Если $f(z)=z^2-2i$, тогда значение производной этой функции в точке $z_0=1-2i$ равно…

-1 $2-6i$

-2 $2-4i$

-3 $4-2i$

-4 $2+4i$.

84 Сумма $z+\bar{z}$ равна…..

-1 2*Re z*

- 2 *Re z*
- 3 *Im z*
- 4 2*Imz*

85 Установите соответствие между множеством точек и следующими неравенствами:

-1 $\lvert \operatorname{Im} z\rvert<1,\quad 0<\operatorname{Re} z<1$	1 Прямоугольник с вершинами в точках *i, 1+i,1-i,-i*
-2 $\lvert z-1-2i\rvert\le 2$	3 кольцо между окружностями радиусов 1 и 3 с общим центром z = -2 –i (окружности не включаются)
-3 $1<\lvert z+2+i\rvert<3$	2 Круг радиуса 2 и центром в точке z = 1 + 2i (окружность включена)

-4 $|z-i|>1$ 4 вся плоскость, из которой удален круг радиуса 1 и центром в точке $z = i$

86 Вычислить $\dfrac{1+2i}{2-3i}$

-1 $\dfrac{1+2i}{2-3i}=-\dfrac{4}{5}+\dfrac{7}{5}i$

-2 $\dfrac{1+2i}{2-3i}=-\dfrac{4}{13}+\dfrac{7}{13}i$

-3 $\dfrac{1+2i}{2-3i}=\dfrac{4}{13}-\dfrac{7}{13}i$

-4 $\dfrac{1+2i}{2-3i}=-\dfrac{2}{13}+\dfrac{4}{13}i$

87 Вычислить $(1-i\sqrt{3})^9$

-1 $(1-i\sqrt{3})^9=512$

-2 $(1-i\sqrt{3})^9=-512$

-3 $(1-i\sqrt{3})^9=-512i$

-4 $(1-i\sqrt{3})^9=512i$

88 Найти (в градусах) $\varphi = arg z$, если $z = -\sqrt{3}+i$; $-180^0 < \varphi \le 180^0$

-1 $\dfrac{6\pi}{5}=150^0$

-2 $\dfrac{5\pi}{6}=150^0$

-3 $-\dfrac{5\pi}{6}=150^0$

-4 $-\dfrac{\pi}{6}=-30^0$

89 Найти действительную $Re(z)$ и мнимую $Im\ (z)$ часть числа z, если $z=2(\cos 60^0-i\sin 60^0)$

-1 $\mathrm{Im}(z)=-1,\quad \mathrm{Re}(z)=\sqrt{3}$

-2 $\mathrm{Re}(z)=1,\quad \mathrm{Im}(z)=\sqrt{3}$

-3 $\mathrm{Im}(z)=1,\quad \mathrm{Re}(z)=-\sqrt{3}$

-4 $\mathrm{Re}(z)=1,\quad \mathrm{Im}(z)=-\sqrt{3}$

90 Найти действительную часть $Re(z)$ и мнимую $Im\ (z)$ часть числа $z=z_1+z_2$, если $z_1=2(\cos 60^0-i\sin 60^0)$ и $z_2=3(\cos 120^0-i\sin 120^0)$

-1 $\mathrm{Re}(z)=\dfrac{5}{2},\quad \mathrm{Im}(z)=-\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$

-2 $\mathrm{Re}(z)=-\dfrac{5}{2},\quad \mathrm{Im}(z)=\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$

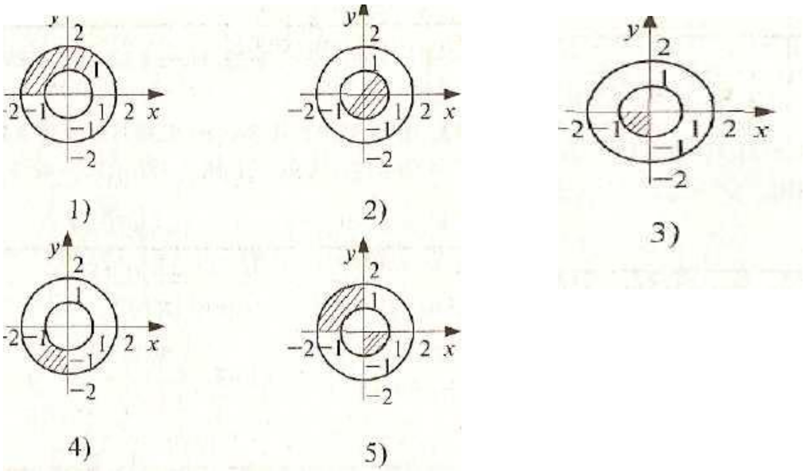
-3 $\operatorname{Re}(z)=\dfrac{1}{2}, \quad \operatorname{Im}(z)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

-4 $\operatorname{Re}(z)=\dfrac{5\sqrt{3}}{2}, \quad \operatorname{Im}(z)=\dfrac{5}{2}$

91 На рисунке выделены множества точек $z = x + iy$ комплексной плоскости.

Для каких множеств точек одновременно выполняются условия

$1\leq |z| \leq 2$, -π; < $argz \leq$ -π/2



-1 рисунок
-2 рисунок
-3 рисунок
-4 рисунок
-5 рисунок

92 Из всех десяти значений $\sqrt[10]{-1}$ взято комплексное число, имеющее наибольший $argz = \varphi$ ($-180^0 < \varphi \leq 180^0$). Найти это φ.

-1 $\varphi=\dfrac{3\pi}{2}$

-2 $\varphi=\dfrac{\pi}{2}$

-3 $\varphi=-\dfrac{3\pi}{2}$

-4 $\varphi=-\dfrac{\pi}{2}$

93 Решить уравнение: $z^5+1-i=0$

-1 $\sqrt[10]{2}e^{\frac{i}{20}(3\pi+8\pi k)}$**,** $k=\overline{0,4}$**.**

-2 $\sqrt[10]{2}e^{\frac{3\pi i}{20}}$, $k=\overline{0,4}$.

-3 $\sqrt[5]{2}e^{\frac{i}{20}(3\pi+8\pi k)}$,

-4 $\sqrt[10]{2}e^{-\frac{i}{20}(3\pi-8\pi k)}$, $k=\overline{0,4}$.

94 Выберите правильный ответ:

а) Пусть каждому натуральному числу n (т.е. n =1,2,3,…) по некоторому закону поставлено в соответствие единственное действительное число $x_{n.}$ В этом случае говорят, что задана последовательность: x_1, x_2 , … $x_{n.}$, … и обозначается $\{x_n\}$.

в) Пусть каждому натуральному числу n (т.е. n =1,2,3,…) по некоторому закону поставлено в соответствие единственное действительное число $x_{n.}$ В этом случае говорят, что задана последовательность: 1, 2, 3, …n и обозначается $\{x_n\}$.

с) Пусть каждому натуральному числу n (т.е. n =1,2,3,…) по некоторому закону поставлено в соответствие хотя бы одно действительное число $x_{n.}$ В этом случае говорят, что задана последовательность: x_1, x_2 , … $x_{n.}$, … и обозначается $\{x_n\}$.

95 Выберите правильный ответ:

а) Последовательность $\{x_n\}$ называется убывающей, если для любого n выполняется неравенство $x_n \le x_{n.+1}$, т.е. $x_1 \le x_2 \le \ldots \le x_{n.+1} \le$ ...

в) Последовательность $\{x_n\}$ называется невозрастающей, если для любого n выполняется неравенство $x_n \le x_{n.+1}$, т.е. $x_1 \ge x_2 \ge x_3 \ge \ldots$

с) Последовательность $\{x_n\}$ называется неубывающей, если для любого n выполняется неравенство $x_n \le x_{n.+1}$, т.е. $x_1 \le x_2 \le \ldots \le x_{n.+1} \le$ ...

96 Выберите правильный ответ:

а) Последовательность $\{x_n\}$ называется возрастающей (убывающей), если существует такое число М (число m), что все члены последовательности больше (соответственно меньше) чем М (чем m).

в) Последовательность $\{x_n\}$ называется ограниченной сверху (ограниченной снизу), если существует такое число М (число m), что все члены последовательности меньше (соответственно больше) чем М (чем m).

с) Последовательность $\{x_n\}$ называется монотонной, если существует такое число М, что все члены последовательности меньше чем М.

97 Выберите правильный ответ:

а) Суммой (разностью) двух произвольных последовательностей $\{x_n\}$ и $\{y_n\}$ называется последовательность, каждый член которой есть сумма (разность) соответствующих членов последовательностей $\{x_n\}$ и $\{y_n\}$, т.е. $\{x_n\} \pm \{y_n\} = \{x_n \pm y_n\}$

в) Суммой двух произвольных последовательностей $\{x_n\}$ и $\{y_n\}$ называется последовательность вида $\{x_n, y_n\}$, т.е. $\{x_n\} + \{y_n\} = \{x_n, y_n\}$

с) Суммой (разностью) двух произвольных последовательностей $\{x_n\}$ и $\{y_n\}$ называется число, равное сумме (разности) первых членов данных последовательностей.

98 Выберите правильный ответ:

а) Последовательность $\{\alpha_n\}$ называется бесконечно малой, если для любого сколь угодно малого положительного числа ε можно подобрать такой номер N, что начиная с этого номера (т.е. для всех n ≥ N), будет выполнено неравенство $|\alpha_n| < \varepsilon$.

в) Последовательность $\{\alpha_n\}$ называется бесконечно малой, если для любого числа ε можно подобрать такой номер N, что будет выполнено неравенство $|\alpha_N| < \varepsilon$.

с) Последовательность $\{\alpha_n\}$ называется бесконечно малой, если для любого сколь угодно малого положительного числа ε можно подобрать такой номер N, что начиная с этого номера (т.е. для всех n ≥ N), будет выполнено неравенство $|\alpha_n| \geq \varepsilon$.

99 Выберите правильный ответ:

а) Число А называется пределом последовательности $\{x_n\}$, если для любого положительного числа ε можно подобрать такой номер N (зависящий от ε), что, начиная с этого номера (т.е. для всех n ≥ N), будет выполнено неравенство $|x_n - A| < \varepsilon$.

в) Число А называется пределом последовательности $\{x_n\}$, если для любого числа ε можно подобрать такой номер N (не зависящий от ε), что, начиная с этого номера (т.е. для всех n ≥ N), будет выполнено неравенство $|x_n - A| < \varepsilon$.

с) Число А называется пределом последовательности $\{x_n\}$, если для любого положительного числа ε можно подобрать такой номер N (зависящий от ε), что, начиная с этого номера (т.е. для всех n ≥ N), будет выполнено неравенство $|x_n - A| \geq \varepsilon$.

100 Выберите правильный ответ:

а) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a, \lim\limits_{n\to\infty} y_n = b \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty}(x_n \pm y_n) = a \pm b$

в) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a, \lim\limits_{n\to\infty} y_n = b \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty}(x_n \pm y_n)$ - не определено

с) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a, \lim\limits_{n\to\infty} y_n = b \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty}(x_n \pm y_n) = x_n \pm y_n$

101 Выберите правильный ответ:

а) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a, \lim\limits_{n\to\infty} y_n = b \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty}(x_n * y_n) = a * b$

в) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a, \lim\limits_{n\to\infty} y_n = b \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty}(x_n * y_n)$ - не определено

с) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a, \lim\limits_{n\to\infty} y_n = b \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty}(x_n * y_n) = x_n * y_n$

102 Выберите правильный ответ:

а) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a, \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[k]{x_n} = a \;\; и \;\; (\lim\limits_{n\to\infty} x_n)^k = a^k$

в) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a, \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[k]{x_n} = \sqrt[k]{a} \; и \; (\lim\limits_{n\to\infty} x_n)^k = a^k$

с) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a, \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[k]{x_n} = \sqrt[k]{a} \;\; и \;\; (\lim\limits_{n\to\infty} x_n)^k = k * a$

103 Выберите правильный ответ:

а) Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a, \quad \lim\limits_{n\to\infty} y_n = b, \forall n \quad x_n \geq y_n \Rightarrow a \geq b$

в) Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a, \quad \lim\limits_{n\to\infty} y_n = b, \forall n \Rightarrow a \geq b$

с) Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a, \quad \lim\limits_{n\to\infty} y_n = b, \forall n \quad x_n \geq y_n \Rightarrow$ как связаны числа a $и$ b - ничего определенного сказать нельзя

104 Выберите правильный ответ:

а) Пусть $x_n, y_n, z_n -$ *произвольные последовательности и* $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim\limits_{n\to\infty} z_n = a \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} y_n = a$

в) Пусть $x_n \leq y_n \leq z_n, \forall n, и \lim\limits_{n\to\infty} x_n = a \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} y_n = \lim\limits_{n\to\infty} z_n = a$

с) Пусть $x_n \leq y_n \leq z_n, \forall n, и \lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim\limits_{n\to\infty} z_n = a \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} y_n = a$

105 Выберите правильный ответ:

а) Последовательность $\{\beta_n\}$ называется бесконечно большой, если для любого сколь угодно большого положительного числа ε можно подобрать такой номер N, что начиная с этого номера (т.е. для всех n ≥ N), будет выполнено неравенство $|\beta_n| > \varepsilon$.

в) Последовательность $\{\beta_n\}$ называется бесконечно большой, если для любого числа ε можно подобрать такой номер N, что начиная с этого номера (т.е. для всех n ≥ N), будет выполнено неравенство $|\beta_n| > \varepsilon$.

с) Последовательность $\{\beta_n\}$ называется бесконечно большой, если для любого сколь угодно большого положительного числа ε можно подобрать такой номер N, что будет выполняться неравенство $|\beta_n| < \varepsilon$.

106 Выберите правильный ответ:

а) Пусть $\lim\limits_{n\to\infty}\alpha_n = 0 \; и \; \lim\limits_{n\to\infty}\beta_n = \infty$, следовательно $\{\alpha_n\}$ - бесконечно малая последовательность, а $\{\beta_n\}$- бесконечно большая последовательность

в) Пусть $\lim\limits_{n\to\infty}\alpha_n = 0 \; и \; \lim\limits_{n\to\infty}\beta_n = \infty$, следовательно $\{\alpha_n\}$ - последовательность, все члены которой равны 0, а $\{\beta_n\}$- последовательность, члены которой бесконечно большие числа

с) Пусть $\lim\limits_{n\to\infty}\alpha_n = 0 \; и \; \lim\limits_{n\to\infty}\beta_n = \infty$, следовательно, $\{\alpha_n\}$ и $\{\beta_n\}$- последовательности произвольного вида

107 Выберите правильный ответ:

а) Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a, \lim\limits_{n\to\infty} y_n = \pm\infty \; тогда \quad \lim\limits_{n\to\infty}\frac{x_n}{y_n} = 0$

в) Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \pm\infty, \lim\limits_{n\to\infty} y_n = 0, \; тогда \quad \lim\limits_{n\to\infty}\frac{x_n}{y_n} = 0$

с) Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} y_n = \pm\infty \; тогда \quad \lim\limits_{n\to\infty}\frac{x_n}{y_n} = 0$

108 Выберите правильный ответ:

а) Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0, \lim\limits_{n\to\infty} y_n = \pm\infty, \forall n, \; y_n \succ 0, \; тогда \quad \lim\limits_{n\to\infty}\frac{x_n}{y_n} = \pm\infty$

в) Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a, \lim\limits_{n\to\infty} y_n = 0, \forall n, \; y_n \succ 0, \; тогда \quad \lim\limits_{n\to\infty}\frac{x_n}{y_n} = 0$

с) Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a, \lim\limits_{n\to\infty} y_n = 0, \forall n, \; y_n \succ 0, \; тогда \quad \lim\limits_{n\to\infty}\frac{x_n}{y_n} = \pm\infty$

109 Выберите правильный ответ:

а) $\lim\limits_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^n = e$ **второй замечательный предел**

в) $\lim\limits_{n\to 0}(1+\frac{1}{n})^n = e$ второй замечательный предел

с) $\lim\limits_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^n = 0$ второй замечательный предел

110 Выберите правильный ответ:

a) Если каждому элементу x из множества X по определенному правилу ставиться в соответствие единственный элемент у из множества Y, то говорят, что на множестве X задана функция $y = f(x)$.

b) Если хотя бы одному элементу x из множества X по определенному правилу ставиться в соответствие хотя бы один элемент у из множества Y, то говорят, что на множестве X задана функция $y = f(x)$.

c) Если элементу x из множества X по определенному правилу ставиться в соответствие элемент у из множества Y, то говорят, что на множестве X задана функция $x = f(y)$.

111 Выберите правильный ответ:

a) Функция $y = f(x)$ называется ограниченной на промежутке X, если существует такое положительное число $M > 0$, что $|f(x)| \leq M$ для любого $x \in X$.

b) Функция $y = f(x)$ называется ограниченной на промежутке X, если существует такое произвольное число M, что $|f(x)| \leq M$ для любого $x \in X$.

c) Функция $y = f(x)$ называется ограниченной на промежутке X, если существует такое положительное число $M > 0$, что $f(x) \leq$ M для любого $x \in X$.

112 Выберите правильный ответ:

a) Если для любого x из области определения $f(x+T) \neq f(x)$, где $T \neq 0$, то функция называется периодической с периодом T.

b) Если для любого x из области определения $f(x+T) = f(x)$, где $T \neq 0$, то функция называется периодической с периодом T.

c) Если для любого x из области определения $f(x+T) > f(x)$, где $T \neq 0$, то функция называется периодической с периодом T.

113 Выберите правильный ответ:

a) Элементарные - функции, которые получаются из основных функций с помощью алгебраических действий (*,/,). Основные элементарные функции: степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические.

b) Элементарные - функции, которые получаются из основных функций с помощью алгебраических действий (+,-,*,/,возведение в степень). Основные элементарные функции:

постоянная, степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические, обратные тригонометрическим.

c) Элементарные - функции, которые получаются из основных функций с помощью алгебраических действий (+,-). Основные элементарные функции: показательная, логарифмическая, тригонометрические, обратные тригонометрическим.

114 Выберите правильный ответ:

a) Пусть функция $y = f(u)$ есть функция от переменной u, определенной на множестве X, а переменная u является функцией от x: $u = h(x)$, определенной так же на множестве X, тогда $y = f(x)$- называется сложной функцией.

b) Пусть функция $y = f(x)$ есть функция от переменной x, определенной на множестве X, и переменная u является функцией от x: $u = h(x)$, определенной на множестве X, тогда $y = f(h(x))$- называется сложной функцией.

c) Пусть функция $y = f(u)$ есть функция от переменной u, определенной на множестве U, а переменная u является функцией от x: $u = h(x)$, определенной на множестве X, тогда $y = f(h(x))$- называется сложной функцией.

115 Выберите правильный ответ:

a) Если некоторые значения x и значение y удовлетворяют уравнению $F(x,y) = 0$, то говорят, что эта функция задана неявно.

b) Если каждое значение аргумента *x* и соответствующее ему значение функции y удовлетворяют некоторому (одному и тому же) уравнению $y = f(x)$, то говорят, что эта функция задана неявно.

c) Если каждое значение аргумента *x* и соответствующее ему значение функции *y* удовлетворяют некоторому (одному и тому же) уравнению $F(x,y) = 0$, то говорят, что эта функция задана неявно.

116 Выберите правильный ответ:

a) **Число *A* называется пределом функции *f(x)* при $x \to a$, если для любого сколь угодно малого на перед заданного числа $\varepsilon > 0$, найдется такое число $\delta > 0$ (зависящее от ε), что для всех *x* таких, что $|x-a| < \delta$, $x \neq a$, выполняется неравенство $|f(x)-A| < \varepsilon$**

b) Число *A* называется пределом функции *f(x)* при $x \to a$, $x \neq a$, если для любого числа ε, выполняется неравенство $|f(x)-A| < \varepsilon$

c) Число *A* называется пределом функции *f(x)* при $x \to a$, если для любого сколь угодно малого на перед заданного числа $\varepsilon > 0$, найдется такое число $\delta > 0$ (зависящее от ε), что для всех *x* таких, что $|x-a| > \delta$, $x \neq a$, выполняется неравенство $|f(x)-A| > \varepsilon$

117 Выберите правильный ответ:

a) Пусть функции *f(x) и q(x)* определены в некоторой окрестности точки x_0 и $\lim\limits_{n\to x_0} f(x) = a,\ \lim\limits_{n\to x_0} q(x) = b \Rightarrow \lim\limits_{n\to x_0}(f(x) \pm q(x)) = a \pm b$

b) Пусть $\lim\limits_{n\to x_0} f(x) = a,\ \lim\limits_{n\to x_0} q(x) = b \Rightarrow \lim\limits_{n\to x_0}(f(x) \pm q(x))$ - не определено

c) Пусть функции *f(x) и q(x)* определены в некоторой окрестности точки x_0 и $\lim\limits_{n\to x_0} f(x) = a,\ \lim\limits_{n\to x_0} q(x) = b \Rightarrow \lim\limits_{n\to x_0}(f(x) \pm q(x)) = a * f(x) \pm b * q(x)$

118 Выберите правильный ответ:

a) Пусть функции *f(x) и q(x)* определены в некоторой окрестности точки x_0 и $\lim\limits_{n\to x_0} f(x) = a,\ \lim\limits_{n\to x_0} q(x) = b \Rightarrow \lim\limits_{n\to x_0}(f(x) * q(x))$ - не определено

b) Пусть $\lim\limits_{n\to x_0} f(x) = a,\ \lim\limits_{n\to x_0} q(x) = b \Rightarrow \lim\limits_{n\to x_0}(f(x) * q(x)) = [a * f(x)] * [b * q(x)]$

c) Пусть функции *f(x) и q(x)* определены в некоторой окрестности точки x_0 и $\lim\limits_{n\to x_0} f(x) = a,\ \lim\limits_{n\to x_0} q(x) = b \Rightarrow \lim\limits_{n\to x_0}(f(x) * q(x)) = a * b$

119 Выберите правильный ответ: Пусть функции *f(x) и q(x)* определены в некоторой окрестности точки x_0 *и*

a) $\lim\limits_{n\to x_0} f(x) = a,\ \lim\limits_{n\to x_0} q(x) = b, b \neq 0 \Rightarrow \lim\limits_{n\to x_0} \frac{f(x)}{q(x)}$ - не определено

b) $\lim\limits_{n\to x_0} f(x) = a,\ \lim\limits_{n\to x_0} q(x) = b, b \neq 0 \Rightarrow \lim\limits_{n\to x_0} \frac{f(x)}{q(x)} = \frac{a}{b}$

c) $\lim\limits_{n\to x_0} f(x) = a,\ \lim\limits_{n\to x_0} q(x) = b, b \neq 0 \Rightarrow \lim\limits_{n\to x_0} \frac{f(x)}{q(x)} = \frac{a * f(x)}{b * q(x)}$

120 Выберите правильный ответ:

a) Число *A* называется пределом функции *f(x)* при $x \to \infty$, если для любого сколь угодно малого на перед заданного числа $\varepsilon > 0$, найдется такое число $S > 0$ (зависящее от ε), что для всех *x* таких, что $|x| < S$, выполняется неравенство $|f(x)-A| < \varepsilon$

b) Число A называется пределом функции $f(x)$ при $x \to \infty$, если для любого числа ε, найдется такое число $S > 0$ (зависящее от ε), что для всех x таких, что $|x| < S$, выполняется неравенство $|f(x)-A| > \varepsilon$

c) Число A называется пределом функции $f(x)$ при $x \to \infty$, если для любого сколь угодно малого на перед заданного числа $\varepsilon > 0$, найдется такое число $S > 0$ (зависящее от ε), что для всех x таких, что $|x| < S$, выполняется неравенство $|f(x)| < \varepsilon$

121 Выберите правильный ответ:

a) Если функция $f(x)$ при $x \to x_0$ *или* $x \to \infty$ имеет предел, равный A, то ее можно представить в виде разности этого числа A и бесконечно малой $\alpha(x)$ при $x \to x_0$ *или* $x \to \infty$: $f(x) = A - \alpha(x)$

b) Если функция $f(x)$ при $x \to x_0$ *или* $x \to \infty$ имеет предел, равный A, то ее можно представить в виде суммы этого числа A и бесконечно малой $\alpha(x)$ при $x \to x_0$ *или* $x \to \infty$: $f(x) = A + \alpha(x)$

c) Если функция $f(x)$ при $x \to x_0$ *или* $x \to \infty$ имеет предел, равный A, то ее можно представить в виде произведения этого числа A и бесконечно малой $\alpha(x)$ при $x \to x_0$ *или* $x \to \infty$: $f(x) = A * \alpha(x)$

122 Выберите правильный ответ:

a) Произведение бесконечно большой величины на функцию, предел которой отличен от нуля, есть величина бесконечно большая.

b) Произведение бесконечно большой величины на функцию, предел которой отличен от нуля, есть величина бесконечно малая.

c) Произведение бесконечно большой величины на функцию, предел которой отличен от нуля, не существует.

123 Выберите правильный ответ:

a) Если функция $\alpha(x)$ есть величина бесконечно большая величина при $x \to x_0$ *или* $x \to \infty$, то и функция $f(x) = \dfrac{1}{\alpha(x)}$ является бесконечно большой при $x \to x_0$ *или* $x \to \infty$. И если функция $f(x)$ бесконечно малая при $x \to x_0$ *или* $x \to \infty$, то и функция $\alpha(x) = \dfrac{1}{f(x)}$ есть бесконечно малая при $x \to x_0$ *или* $x \to \infty$.

b) Если функция $\alpha(x)$ есть величина бесконечно малая величина при $x \to x_0$ *или* $x \to \infty$, то функция $f(x) = \dfrac{1}{\alpha(x)}$ является бесконечно малая при $x \to x_0$ *или* $x \to \infty$. И если функция $f(x)$ бесконечно большая при $x \to x_0$ *или* $x \to \infty$, то функция $\alpha(x) = \dfrac{1}{f(x)}$ есть бесконечно малая при $x \to x_0$ *или* $x \to \infty$.

c) Если функция $\alpha(x)$ есть величина бесконечно малая величина при $x \to x_0$ *или* $x \to \infty$, то функция $f(x) = \dfrac{1}{\alpha(x)}$ является бесконечно большой при $x \to x_0$ *или* $x \to \infty$. И если функция $f(x)$ бесконечно большая при $x \to x_0$ *или* $x \to \infty$, то функция $\alpha(x) = \dfrac{1}{f(x)}$ есть бесконечно малая при $x \to x_0$ *или* $x \to \infty$.

124 Выберите правильный ответ:

a) **Первым замечательным** пределом называется $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$

в) Первым замечательным пределом называется $\lim\limits_{x\to \infty}\frac{\sin x}{x}=1$

c) Первым замечательным пределом называется $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=e$

124 Выберите правильный ответ:

a) Функция *f(x)* называется непрерывной в точке x_0, если она удовлетворяет условиям: 1) определена в точке x_0 (существует $f(x_0)$); 2) имеет конечный предел функции при $x\to x_0$ 3) этот предел равен значению функции в точке x_0:

$\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$

b) Функция *f(x)* называется непрерывной в точке x_0, если она удовлетворяет условиям: 1) определена в точке x_0 (существует $f(x_0)$); 2) имеет конечный предел функции при $x\to x_0$

c) Функция *f(x)* называется непрерывной в точке x_0, если она удовлетворяет условиям:

1) имеет конечный предел функции при $x\to x_0$; 2) этот предел равен значению функции в точке x_0: $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$

125 Выберите правильный ответ:

a) Функция *f(x)* называется непрерывной в точке x_0, если она определена в точке x_0

(существует $f(x_0)$) и бесконечно большому приращению аргумента соответствует бесконечно малое приращение функции $\lim\limits_{\Delta x\to\infty}\Delta y=0$

b) Функция *f(x)* называется непрерывной в точке x_0, если она определена в точке x_0 (существует $f(x_0)$) и бесконечно малому приращению аргумента соответствует бесконечно малое приращение функции $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\Delta y=0$

c) Функция *f(x)* называется непрерывной в точке x_0, если она определена в точке x_0 (существует $f(x_0)$) и бесконечно малому приращению аргумента соответствует бесконечно большое приращение функции $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\Delta y=\infty$

126 Выберите правильный ответ:

a) Число *A* называется пределом функции *f(x)* справа в точке x_0 (или правосторонним пределом), функция определена хотя бы водной точке справа от числа *A*

b) Число *A* называется пределом функции *f(x)* справа в точке x_0 (или правосторонним пределом), если для любой последовательности $\{x_n\}$, сходящейся к x_0 и такой, что все ее члены меньше, чем x_0, соответствующая последовательность значений функции $\{f(x_n)\}$ сходится к числу *A*.

c) **Число *A* называется пределом функции *f(x)* справа в точке x_0 (или правосторонним пределом), если для любой последовательности $\{x_n\}$, сходящейся к x_0 и такой, что все ее члены больше, чем x_0, соответствующая последовательность** значений функции $\{f(x_n)\}$ сходится к числу *A*. Обозначается $\lim\limits_{x\to x_0+0} f(x)$

127 Выберите правильный ответ:

a) Если функция $y = f(x)$ непрерывна на отрезке $[a,b]$, то она не ограничена на этом отрезке

b) Если функция $y = f(x)$ терпит разрыв на отрезке $[a,b]$, то она ограничена на этом отрезке

c) Если функция $y = f(x)$ непрерывна на отрезке $[a,b]$, то она ограничена на этом отрезке

128 Выберите правильный ответ:

a) **(теорема Больцано-Коши) Если функция $y = f(x)$ непрерывна на отрезке $[a,b]$ и значения** ее на концах отрезка $f(a)$ и $f(b)$ имеют противоположные знаки, то внутри отрезка найдется точка $c \in (a,b)$ такая, что $f(c) = 0$.

b) (теорема Больцано-Коши) Если функция $y = f(x)$ терпит разрыв на отрезке $[a,b]$ и значения ее на концах отрезка $f(a)$ и $f(b)$ имеют противоположные знаки, то внутри отрезка найдется точка $c \in (a,b)$ такая, что $f(c)$ равно произвольному числу.

c) (теорема Больцано-Коши) Если функция $y = f(x)$ терпит разрыв на отрезке $[a,b]$ и значения ее на концах отрезка $f(a)$ и $f(b)$ имеют противоположные знаки, то внутри отрезка найдется точка $c \in (a,b)$ такая, что $f(c) = 0$.

129 Выберите правильный ответ:

а) Производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 называется предел (если он существует) отношения приращения функции Δy к приращению аргумента Δx, когда приращение аргумента стремится к нулю $y' = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x_0+\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$

в) Производной функции $y = f(x)$ называется предел (если он существует) отношения приращения аргумента Δx к приращению функции Δy, когда приращение аргумента стремится к нулю $y' = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta x}{\Delta y}$

c) Производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 называется предел(если он существует) отношения приращения функции Δy к приращению аргумента Δx, когда приращение функции стремится к бесконечности $y' = \lim\limits_{\Delta x \to \infty} \dfrac{f(x_0+\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$

130 Выберите правильный ответ:

а) Производную можно рассматривать, как произведение дифференциала функции соответствующего порядка на соответствующую степень дифференциала независимой переменной $y' = dy * dx$

в) **Производную можно рассматривать, как отношение дифференциала функции соответствующего порядка к соответствующей степени дифференциала независимой переменной** $y' = \dfrac{dy}{dx}$

с) Производную можно рассматривать, как отношение дифференциала независимой переменной соответствующего порядка к соответствующей степени дифференциала функции $y' = \dfrac{dx}{dy}$

131Выберите правильный ответ:

а) Касательная к графику в точке $M_0 (x_0; y_0)$, уравнение которой имеет вид: $y - y_0 = f(x_0)(x - x_0)$. При этом $f(x_0) = \text{tg}\,\alpha$, где α – угол наклона этой касательной с положительным направлением оси ОХ.

в) Пусть функция $y = f(x)$ имеет производную в точке x_0. Тогда существует касательная к графику в точке $M_0 (x_0; y_0)$, уравнение которой имеет вид: $x - x_0 = f'(x_0 - x)(y - y_0)$. При этом $f'(x_0 - x) = \text{tg}\,\alpha$, где α – угол наклона этой касательной с положительным направлением оси ОХ.

с) **Пусть функция $y = f(x)$ имеет производную в точке x_0. Тогда существует касательная к графику в точке $M_0 (x_0; y_0)$, уравнение которой имеет вид: $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$. При этом $f'(x_0) = \text{tg}\,\alpha$, где α – угол наклона этой касательной с положительным направлением оси *OX*.**

132 Выберите правильный ответ:

а) Логарифмической производной от функции $y = f(x)$ называется производная от логарифма этой функции: $(\ln y)' = \frac{1}{y}$

в) **Логарифмической производной от функции $y = f(x)$ называется производная от логарифма этой функции: $(\ln y)' = \frac{y'}{y}$**

с) Логарифмической производной называется производная от логарифма: $(\ln y)' = \frac{y'}{y}$

133 Выберите правильный ответ:

а) Производная показательно-степенной функции имеет вид: $u(x)^{v(x)} = u^v * v' * \ln u$

в) Производная показательно-степенной функции имеет вид: $u(x)^{v(x)} = u^{v-1} * u' * v$

с) **Производная показательно-степенной функции имеет вид:**
$u(x)^{v(x)} = u^v * v' * \ln u + u^{v-1} * u' * v$

134 Выберите правильный ответ:

а) **Производную функции заданной неявно уравнением $F(x,y) = 0$, вычисляют дифференцированием правой и левой частей уравнения (считая при этом переменную y функцией, x – аргументом) и разрешая затем полученной уравнение относительно y'.**

в) Производную функции заданной неявно уравнением $F(x,y) = 0$, вычисляют дифференцированием правой части уравнения (считая при этом переменные y и x – аргументами) и разрешая затем полученной уравнение относительно y'.

с) Производную функции заданной неявно уравнением $F(x,y) = 0$, вычисляют выражая сначала x относительно y, а затем дифференцируя.

135 Выберите правильный ответ:

а) Если функция $y = f(x)$ дифференцируема в точке x_0, то она в этой точке непрерывна – это необходимое и достаточное условие дифференцируемости.

в) **Если функция $y = f(x)$ дифференцируема в точке x_0, то она в этой точке непрерывна – это необходимое условие дифференцируемости.**

с) Если функция $y = f(x)$ дифференцируема в точке x_0, то она в этой точке непрерывна – это достаточное условие дифференцируемости.

136 Выберите правильный ответ:

а) Производной n – *ого* порядка называется производная от производной n – *ого* порядка, если таковые существуют и обозначают $y^{(n)} = f^{(n)} = \frac{d^{(n)}y}{dx^{(n)}}$

в) Производной n – *ого* порядка называется производная от производной $(n - 1)$ – *ого* порядка, если таковые существуют и обозначают $y^n = f^n = \frac{dx^n}{dy^n}$

с) **Производной n – *ого* порядка называется производная от производной $(n - 1)$ – *ого* порядка, если таковые существуют и обозначают $y^{(n)} = f^{(n)} = \frac{d^{(n)}y}{dx^{(n)}}$**

137 Выберите правильный ответ:

а) Если функция $y = f(x)$ достигает наибольшего или наименьшего значения в точке x_0, то производная функции в этой точке равна нулю или не существует, т.е. $f'(x_0) = 0$

в) **Если дифференцируемая на промежутке X функция $y = f(x)$ достигает наибольшего или наименьшего значения во внутренней точке x_0 этого промежутка, то производная функции в этой точке равна нулю, т.е. $f'(x_0) = 0$**

с) Если дифференцируемая на промежутке X функция $y = f(x)$ достигает наибольшего или наименьшего значения во внутренней точке x_0 этого промежутка, то производная функции в этой точке не существует, т.е. $f'(x_0)$ – не существует

138 Выберите правильный ответ: Если кривая выпукла и возрастает на отрезке $[a;b]$, то для $\forall x \in [a;b]$

а) $f''(x) > 0$, $f'(x) < 0$; в) $f''(x) < 0$, $f'(x) > 0$;

с) $f''(x) > 0$, $f'(x) > 0$; d) $f''(x) < 0$, $f'(x) < 0$;

е) $f''(x) > 0$, $f'(x) = 0$.

139**Выберите правильный ответ:**

а) уравнение вида $F(x, y, y', y'',..., y^{(n)}) = 0$, т.е. связывающее независимую переменную x, неизвестную функцию y и ее производные n-ого порядка включительно, называются *дифференциальными уравнениями;*

б) уравнение вида $F(x', y, y') = 0$, т.е. связывающее производную независимой переменной x, неизвестную функцию y и ее производную, называются *дифференциальными уравнениями;*

в) уравнение вида $F(x, y) = 0$, т.е. связывающие независимую переменную x и неизвестную функцию y называются *дифференциальными уравнениями.*

140 Выберите правильный ответ:

а) *частное решение* дифференциального уравнения n-го порядка имеет вид $y = \varphi(x, c_1, c_2,..., c_n)$ *или* $\Phi(x, y, c_1, c_2,..., c_n) = 0$ *- общий интеграл уравнения*;

б) *общее решение* дифференциального уравнения n-го порядка содержит n произвольных постоянных и имеет вид $y = \varphi(x, 1, 2, 3, ...n)$ *или* $\Phi(x, y, 1, 2, 3, ...n) = 0$ *- общий интеграл уравнения*;

в) *общее решение* дифференциального уравнения n-го порядка содержит n произвольных постоянных $c_1, c_2,..., c_n$ и имеет вид $y = \varphi(x, c_1, c_2,..., c_n)$ *или* $\Phi(x, y, c_1, c_2,..., c_n) = 0$ - *общий интеграл уравнения*.

141 Установите соответствие между формулами и названиями ДУ

1$y' + p(x) * y = q(x) * y^n$ $n \in R, n \neq 0, n \neq 1$	а) линейное дифференциальное уравнение первого порядка;
2 $y' + p(x) * y = q(x)$ где $p(x)$ и $q(x)$ – заданные функции, в частности – постоянные;	б) уравнение Бернулли;
3 $P(x; y)dx + Q(x; y)dy = 0$, если $P(kx, ky) \equiv k^n P(x, y), \quad Q(kx, ky) \equiv k^n Q(x, y)$;	в) дифференциальное уравнение второго порядка, разрешенное относительно старшей производной;
4 $y'' = f(x; y; y')$;	г) однородное дифференциальное уравнение первого порядка;
5 $y^{(n)} = f(x)$.	д) дифференциальное уравнение допускающее понижение порядка.

142 Вставьте пропущенные слова:

«Дифференциальное уравнение вида: $P(x) \cdot dx + Q(y) \cdot dy = 0$ называют уравнением с ________ ______________» (*разделенными переменными*).

143 Вставьте пропущенное слово:

«Дифференциальное уравнение $y' = f(x;y)$ называется____________, если функция $f(x;y)$ есть однородная функция нулевого порядка» (однородным).

144 Выберите правильный ответ:

а) общим решением ДУ первого порядка называется любая функция $y = \varphi(x;c)$;

б)общим решением ДУ первого порядка называется функция $y = \varphi(x;c)$ содержащая одну произвольную постоянную и удовлетворяющая условиям: функция $\varphi(x;c)$, является решением ДУ при любом значении c;

в) общим решением ДУ первого порядка называется функция $y = \varphi(x;c)$ содержащая одну произвольную постоянную и удовлетворяющая условиям: 1функция $\varphi(x;c)$, является решением ДУ при каждом фиксированном значении c.

2 каково бы ни было начальное условие , можно найти такое значение постоянной $c = c_0$, что функция $y = \varphi(x;c_0)$ удовлетворяет данному начальному условию.

145 Выберите правильный ответ:

а) простейшим дифференциальным уравнением n-го порядка является уравнение $y^{(n)} = f(x, y)$ и его общее решение можно получить с помощью n интегрирований;

б) **простейшим дифференциальным уравнением n-го порядка является уравнение $y^{(n)} = f(x)$ и его общее решение можно получить с помощью n интегрирований;**

в) простейшим дифференциальным уравнением n-го порядка является уравнение $y^{(n)} = f(x)$ и его общее решение можно получить с помощью n +1 интегрирование.

146 Выберите правильный ответ:

а) решение ДУ $y'' = f(x; y; y')$ записанные в виде $\Phi(x; y; c_1;c_2) = 0$, $\Phi(x; y; c_1^0;c_2^0) = 0$, называются общим и частным интегралом соответственно;

б) решение ДУ $y' = f(x; y;)$ записанные в виде $\Phi(x; y; c_1;c_2) = 0$, $\Phi(x; y; c_1^0; c_2^0) = 0$, называются общим и частным интегралом соответственно;

в) решение ДУ $y'' = f(x; y; y')$ записанные в виде $y = f(x;c_1;c_2)$, $y = f(x; c_1^0; c_2^0)$, называются общим и частным интегралом соответственно.

147 Выберите правильный ответ:

а) уравнение вида $P(x;y)\,dx + Q(x;y)dy = 0$ называется уравнением в полных дифференциалах, если его левая часть полный дифференциал некоторой функции $u(x; y)$, т.е. $P(x; y)dx + Q(x; y)\,dy = du\,(x; y)$;

б) уравнение вида $P(x;y)dx + Q(x;y)dy = 0$ называется уравнением с разделяющимися переменными, если его левая часть полный дифференциал некоторой функции $u(x; y)$, т.е. $P(x; y)dx + Q(x; y)\,dy = du\,(x; y)$;

в) уравнение вида $P(x;y)dx + Q(x;y)dy = 0$ называется уравнением в полных дифференциалах, если его левая часть есть частный дифференциал некоторой функции $u(x; y)$, т.е. $P(x; y)dx + Q(x; y)\,dy = u\,(x; y)$.

148 Выберите правильный ответ:

а) решением дифференциального уравнения называется число, которое при подстановке в уравнение обращает его в тождество;

б) решением дифференциального уравнения называется функция, которая при подстановке в уравнение обращает его в тождество;

в) решением дифференциального уравнения называется набор чисел $(x_1, x_2, \ldots x_n)$, который при подстановке в уравнение обращает его в тождество.

149 Выберите правильный ответ:

а) количество переменных, входящих в дифференциальное уравнение, называют *порядком* этого *дифференциального уравнения;*

б) порядок наивысшей производной, входящей в дифференциальное уравнение, называется *порядком* этого *дифференциального уравнения;*

в) порядок наименьшей производной, входящей в дифференциальное уравнение, называется *порядком* этого *дифференциального уравнения.*

150 Выберите правильный ответ:

а) общее решения (интегралы) получаются из частного, когда постоянным $c_1, c_2,..., c_n$ придают конкретные числовые значения;

б) частные решения (интегралы) и общее решение не связаны между собой;

в) частные решения (интегралы) получаются из общего, когда постоянным $c_1, c_2,..., c_n$ придают конкретные числовые значения.

151 Вставьте пропущенные слова:

«Уравнение вида $P_1(x)\cdot Q_1(y)\cdot dx + P_2(x)\cdot Q_2(y)\cdot dy = 0$ называется уравнением с _______________ __________________.» (*разделяющимися переменными*)

152 Вставьте пропущенное слово:

«Уравнение $P(x; y)dx + Q(x; y)dy = 0$ будет ______________, если $P(x; y)$ и $Q(x; y)$ – однородные функции одинакового порядка, т.е. функциями, для которых при любом k выполняются тождества: $P(kx, ky) \equiv k^n P(x, y), \quad Q(kx, ky) \equiv k^n Q(x, y)$» (однородным).

153 Выберите правильный ответ:

а) теорема (задачи Коши). Если в уравнении $y' = f(x;y)$ функция $f(x; y)$ непрерывна в некоторой области D, то существует единственное решение $y = \varphi(x)$ этого уравнения;

б) теорема (решения задачи Коши). Если в уравнении $y' = f(x;y)$ функция $f(x; y)$ и ее частная производная $f'_y = (x; y)$ непрерывны в некоторой области D, содержащей точку $(x_0 ;y_0)$, то существует бесчисленное множество решений $y = \varphi(x)$ этого уравнения;

в) теорема (существования и единственности решения задачи Коши). Если в уравнении $y' = f(x;y)$ функция $f(x; y)$ и ее частная производная $f'_y = (x; y)$ непрерывны в некоторой области D, содержащей точку $(x_0 ;y_0)$, то существует единственное решение $y = \varphi(x)$ этого уравнения, удовлетворяющее начальному условия.

154 Установите соответствие между формулами и методом решения ДУ

1$y' + p(x) *y = q(x) *y^n$ $n \in R, n \neq 0, n \neq 1$	а) сделаем подстановку $y = u*v$, где $u = u(x)$, $v = v(x)$ - неизвестные функции от x;
2 $y' + p(x) *y = q(x)$ где $p(x)$ и $q(x)$ – заданные функции, в частности – постоянные	б) в общем случае, разделив уравнение на $y^n \neq 0$ и сделаем подстановку $y = u*v$, где $u = u(x)$, $v = v(x)$ - неизвестные функции от x;
3 $P(x; y)dx + Q(x; y)dy = 0,$ если $P(kx, ky) \equiv k^n P(x, y), \quad Q(kx, ky) \equiv k^n Q(x, y)$	в) решение находим в виде $У = y_{oo} + \bar{y}$
4 $y'' = f(y; y')$	г) сделаем подстановку $y = u*x$, где $u = u(x)$ – неизвестная функция;
5 $y^{(n)} = f(x)$.	д) интегрируем обе части уравнения несколько раз .

155 Выберите правильный ответ:

а) ДУ второго порядка в общем случае записывается в виде $y'' = f(x; y; y')$ или, если это возможно, в виде, разрешенном относительно старшей производной: $F(x; y; y'; y'') = 0;$

б) ДУ второго порядка в общем случае записывается в виде $F(x; y; y'; y'') = 0$ или, если это возможно, в виде, разрешенном относительно старшей производной: $y'' = f(x; y; y')$;

в) ДУ второго порядка в общем случае записывается в виде $F(y'; y'') = 0$ или, если это возможно, в виде, разрешенном относительно старшей производной: $y'' = f(y')$.

156 Выберите правильный ответ:

а) уравнение $k^2 + pk + q = 0$, найденное из решения $y = e^{kx}$, где k – постоянная, называют *характеристическим уравнением* для дифференциального уравнения $y'' + py' + qy = 0$;

б) уравнение $k^2 + pk + qk = 0$, найденное из решения $y = e^{kx}$, где k – постоянная, называют *характеристическим уравнением для дифференциального уравнения* $y'' + py' + qy = 0$;

в) уравнение $k^2 + pk + q = 0$, найденное из решения $y = e^{kx}$, где k – постоянная, называют *характеристическим уравнением для дифференциального уравнения* $y' + py = 0$.

157 Выберите правильный ответ:

а) теорема: для того чтобы $\Delta = P(x; y)dx + Q(x; y)dy$, где функции $P(x; y)$ и $Q(x; y)$ и их частные производные $\partial P/\partial y$ и $\partial Q/\partial x$ непрерывны в некоторой области D плоскости Oxy, было полным дифференциалом, необходимо и достаточно выполнение условия $\partial P/\partial y = \partial Q/\partial x$;

б) теорема: для того чтобы $\Delta = P(x; y)dx + Q(x; y)dy$, где функции $P(x; y)$ и $Q(x; y)$ и их частные производные $\partial P/\partial x$ и $\partial Q/\partial y$ непрерывны в некоторой области D плоскости Oxy, было полным дифференциалом, необходимо и достаточно выполнение условия $\partial P/\partial x = \partial Q/\partial y$;

в) теорема: для того чтобы $\Delta = P(x; y)dx + Q(x; y)dy$, где функции $P(x; y)$ и $Q(x; y)$ и их частные производные $\partial P/\partial y$ и $\partial Q/\partial x$ непрерывны в некоторой области D плоскости Oxy, было полным дифференциалом, необходимо и достаточно выполнение условия $\partial P/\partial y \neq \partial Q/\partial x$.

158 Выберите правильный ответ:

а) значение аргумента, удовлетворяющее данному дифференциальному уравнению, называется его *решением,* или *интегралом;*

б) значение аргумента, при котором $y = 0$, называется его *решением,* или *интегралом;*

в) функция, удовлетворяющая данному дифференциальному уравнению, называется его *решением,* или *интегралом.*

159 Выберите правильный ответ:

а) процесс отыскания решения ДУ называется его *дифференцированием,* а график решения ДУ – *интегральной кривой;*

б) процесс отыскания решения ДУ называется его *интегрированием,* а график решения ДУ – *интегральной кривой;*

в) процесс отыскания решения ДУ называется его *интегрированием,* а график ДУ – *интегральной кривой.*

160 Выберите правильный ответ:

а) дифференциальное уравнение первого порядка в общем случае можно записать в виде $F(x; y; y') = 0$ или $y' = f(x; y)$ - разрешенным относительно производной;

б) дифференциальное уравнение первого порядка в общем случае можно записать в виде $y' = f(x; y)$ или $F(x; y; y') = 0$ - разрешенным относительно производной;

в) дифференциальное уравнение первого порядка в общем случае можно записать в виде $F(x; y; y'') = 0$ или $y'' = f(x; y)$ - разрешенным относительно производной.

162 Вставьте пропущенные слова:

«Дифференциальное уравнение первого порядка называется____________, если его можно записать в виде $y' + p(x) * y = q(x)$ где $p(x)$ и $q(x)$ – заданные функции, в частности – постоянные» (линейным).

163 Установите соответствие между корнями k_1 и k_2 соответственного характеристического уравнения и **решением** уравнение вида $y'' + py' + qy = 0$

1 если корни k_1 и k_2 уравнения $k^2 + pk + q = 0$ действительны и различны, то общее решение находится по формуле:	а) $y_{oo} = C_1 e^{k_1 x} + C e^{k_2 x}$
2 если корни k_1 и k_2 уравнения $k^2 + pk + q = 0$ действительные и равные, то общее решение находится по формуле:	б) $y_{oo} = e^{\alpha x}(C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$
3 если корни уравнения $k^2 + pk + q = 0$ комплексные, т.е. $k_1 = \alpha + \beta i$, $k_2 = \alpha - \beta i$, где i - мнимая единица, то общее решение находится по формуле:	в) $y_{oo} = C_1 e^{k_1 x} + C_2 x * e^{k_2 x}$
	г) $y_{oo} = C_1 x e^{k_1 x} + C_2 x * e^{k_2 x}$

163 Выберите правильный ответ:

а) общим решением $y' = f(x;\ y;)$ называется функция $y = \varphi\ (x; c_1; c_2)$, где c_1 *и* c_2 – не зависящие от x произвольные постоянные, удовлетворяющая условиям: существуют единственные значения постоянных $c_1 = c_1^0$ *и* $c_2 = c_2^0$ такие, что функция $y = \varphi(x;\ c_1^0;\ c_2^0)$ является решением уравнения;

б) общим решением $y'' = f(x;\ y;\ y')$ называется функция $y = \varphi\ (x; c_1; c_2)$, где c_1 и c_2 – не зависящие от x произвольные постоянные, удовлетворяющая условиям:

1 $\varphi\ (x; c_1; c_2)$ является решением ДУ для каждого фиксированного значения c_1 и c_2.

2 Каковы бы ни были начальные условия $y\big|_{x=x_0} = y_0$, $y'\big|_{x=x_0} = y'_0$, существуют единственные значения постоянных $c_1 = c_1^0$ и $c_2 = c_2^0$ такие, что функция $y = \varphi(x;\ c_1^0;\ c_2^0)$ является решением уравнения и удовлетворяет начальным условиям;

в) общим решением $y'' = f(x;\ y;\ y')$ называется функция $y = \varphi\ (x; c_1; c_2)$, где c_1 *и* c_2 – не зависящие от x произвольные постоянные.

164 Выберите правильный ответ:

а) уравнение вида $y'' + py' + qy = 0$ называют линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами;

б) уравнение вида $y' + py = 0$ называют линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами;

в) уравнение вида $y'' + py' + qy = 0$ называют линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.

165 Выберите правильный ответ:

а) уравнение вида $y = x*\varphi\ (y') + \psi\ (y')$, где φ и ψ - известные функции от $y' = \dfrac{dy}{dx}$ называется уравнением Лагранжа, решаем введением вспомогательного параметра, положив $y' = p$;

б) уравнение вида $y = \varphi\ (y') + \psi\ (y')$, где φ *и* ψ - известные функции от $y' = \dfrac{dy}{dx}$ называется уравнением Лагранжа, решаем введением вспомогательного параметра, положив $y' = p$;

в) уравнение вида $y = x*\varphi\ (y') + \psi\ (y')$, где φ *и* ψ - известные функции от y называется уравнением Лагранжа, решаем введением вспомогательного параметра , положив $y = p$.

166 Выберите правильный ответ:

а) решением уравнения $y' = f(x)$ является функция $y = F(x)$ – первообразная для функции $f(x)$;

б) решением уравнения $y = f(x)$ является функция $y' = F(x)$ первообразная для функции $f(x)$;

в) решением уравнения $y' = f(x)$ является значение x при котором $f(x) = 0$.

167 Вставьте пропущенные слова:

«Функция $f(x;y)$ называется __________ _____________n-го порядка (измерения), если при умножении каждого ее аргумента на произвольный множитель λ вся функция умножится на λn, т.е. $f(\lambda *x; \lambda *y) = \lambda^n *f(x;y)$» (однородной функцией).

168 Вставьте пропущенные слова:

«Уравнение вида $y' + p(x) *y = q(x) *y^n$ $n \in R, n \neq 0, n \neq 1$ называется __________ _________» (уравнение Бернулли).

169 Выберите правильный ответ:

а) Решение ОДУ $y' + p(x) *y = q(x)$, где $p(x)$ и $q(x)$ – заданные функции, в частности – постоянные находим в виде произведения двух функций, т.е. с помощью подстановки $y = u*v$, где $u = u(x)$, $v = v(x)$ - неизвестные функции от x;

б) Решение ЛДУ $y' + p(x) *y = q(x)$, где $p(x)$ и $q(x)$ – заданные функции, в частности – постоянные находим в виде произведения двух функций, т.е. с помощью подстановки $y = u*x$, где $u = u(x)$ - неизвестная функции от x;

в) Решение ЛДУ $y' + p(x) *y = q(x)$, где $p(x)$ и $q(x)$ – заданные функции, в частности – постоянные находим в виде произведения двух функций, т.е. с помощью подстановки $y = u*v$, где $u = u(x)$, $v = v(x)$ - неизвестные функции от x, причем одна из них произвольна, но не равна нулю.

170 Установите соответствие между правой частью уравнения $y'' + py' + qy = f(x)$ и частным решением $\bar{y}$

1 если $f(x) = P_n(x)*e^{sx}$, где $P_n(x)$ многочлен n – ой степени, то $\bar{y}$ равно:	а) $\bar{y} = Q_n(x)*x^r*e^{sx}$, где $Q_n(x)$- многочлен n – ой степени, записанный в общем виде, r степень кратности числа s и корней соответственного характеристического уравнения;
2 если $f(x) = (U_n(x)*\cos x + Q_m(x)*\sin x)e^{sx}$, где $U_n(x)$ - многочлен n – ой степени, $Q_m(x)$- многочлен m – ой степени, то $\bar{y}$ равно:	б) $\bar{y} = Q_n(x)*x^r*e^{sx} + (M_l(x)*\cos x + G_l(x)*\sin x)*x^r e^{sx}$
3 если $f(x) = P_n(x)*e^{sx} + (U_k(x)*\cos x + Q_m(x)*\sin x)e^{sx}$, то $\bar{y}$ равно:	в) $\bar{y} = (M_l(x)*\cos x + G_l(x)*\sin x)*x^r e^{sx}$, где $M_l(x)$ и $G_l(x)$ многочлен l – ой степени (l = НОК(n, m)), записанные в общем виде, r степень кратности числа s и корней соответственного характеристического уравнения;

171 Выберите правильный ответ:

а) уравнение вида $y'' + py' + qy = f(x)$ называют линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью;

б) уравнение вида $y' + py = f(x)$ называют линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью;

в) уравнение вида $y'' + py' + qy = 0$ называют линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.

172 Укажите верные утверждения, касающиеся достаточных условий существования или отсутствия точек экстремумов функции $z = f(x;y)$ (далее: $M_0(x_0,y_0)$ – стационарная точка функции, $A = f'_{xx}(M_0)$, $\Delta = \begin{vmatrix} f''_{xx}(M_0) & f''_{xy}(M_0) \\ f''_{xy}(M_0) & f''_{yy}(M_0) \end{vmatrix}$)

a)если $\Delta > 0$, то $z = f(x,y)$ имеет в точке M_0 максимум

b) если $\Delta > 0$ и $A > 0$, то $z = f(x,y)$ имеет в точке M_0 минимум (50%)

c) если $\Delta = 0$, то $z = f(x,y)$ имеет в точке M_0 экстремум

d) если $\Delta < 0$, то $z = f(x,y)$ в точке M_0 экстремумов нет

e) если $\Delta > 0$ и $A < 0$, то $z = f(x,y)$ имеет в точке M_0 максимум (50%)

Выберите один правильный вариант

173 Множество первообразных функции $f(x) = 4\sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$ имеет вид:

-1 $4\sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + C$

-2 $\frac{4}{3}\sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + C$

-3 $-\frac{4}{3}\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + C$

-4 $4\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + C$

174 Найдите функцию, производная которой $y' = 3x^2 - 6x + 2$

-1 $y = x^3 - 3x^2 + 2 + C$

-2 $y = -x^3 - 3x^2 + 2x + 2 + C$

-3 $y = x^3 - 3x^2 + 2x + C$

-4 $y = x^3 + 3x^2 - 2x + C$

175 Интеграл $\int \frac{x^n dx}{x}$ равен:

-1 $\frac{n^x}{x} + C$

-2 $\frac{x^n}{n} + C$

-3 $\frac{(-1^n)}{x} + C$

-4 $(n-1) * x^{(n-1)-1} + C$

176 Множество первообразных функции $f(x) = e^{6x+2}$ имеет вид:

- 1 $-6e^{6x+2} + C$

- 2 $\frac{1}{6}e^{6x+2}+C$

- 3 $e^{6x+2}+C$

- 4 $6e^{6x+2}+C$

177 Множество первообразных функции $f(x)=2^{8x+5}+3$ имеет вид:

1 $\frac{2^{8x+5}}{8\ln 2}+C$

2 $\frac{2}{8\ln 2}+3x+C$

3 $\frac{2^{8x+5}}{8\ln 2}+3x+C$

4 $-\frac{2^{8x+5}}{4\ln 2}+3x+C$

178 Интеграл $\int 2\cos 4x dx$ равен:

-1 $\frac{1}{4}\sin 4x+C$

-2 $\frac{1}{2}\sin 4x+C$

-3 $-\frac{1}{2}\sin 4x+C$

-4 $\frac{1}{2}\sin x+C$

179 Выберите правильную первообразную при интегрирование дроби типа: $\int\frac{Adx}{x-a}=\ldots,$

…, где A и a – действительные числа

-1 $A\ln|x-a|+C$

-2 $A\ln(x-a)+C$

-3 $\frac{A}{2}(x-a)^{-2}+C$

-4 $A\ln|x|+\frac{A}{a}x+C$

180 Выберите правильную первообразную при интегрирование дроби типа: $\int\frac{Adx}{(x-a)^k}=\ldots$, где A и a – действительные числа

-1 $\frac{A}{k}\ln|x-a|+C$

-2 $A\ln(x-a)^k+C$

-3 $-\dfrac{A}{(k+1)(x-a)^{k+1}}+C$

-4 $-\dfrac{A}{(k+1)(x-a)^{k-1}}+C$

Площадь фигуры, ограниченной линиями $f(x)$ = 1- x^2 и $y = 0$, равна

181 **- 4/3**

- 32/3
- 2/3
- 8/3

182 Вычислите интеграл $\int \cos x \sin x \, dx$

-1 $-\dfrac{1}{4}\cos 2x + C$

-2 $-\dfrac{1}{2}\cos 2x + C$

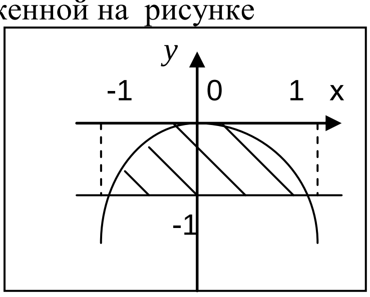
-3 $\dfrac{1}{2}\cos x + C$

-4 $-\dfrac{1}{4}\cos x + C$

183 Вычислите $\int_1^e \ln dx$, ответ запишите целым числом

1

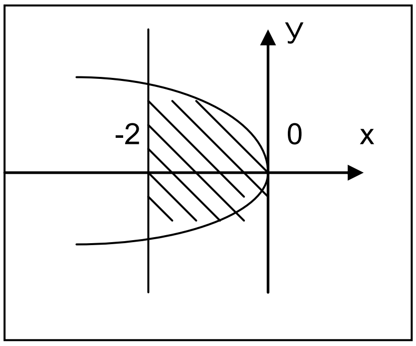
184 Площадь фигуры, ограниченная функциями $f(x) = -x^2$ и $f(x) = -1$ изображенной на рисунке



равна

4/3

185 Площадь фигуры, ограниченная функциями $x = -y^2$ и $x = -2$



изображенной на рисунке равна

186 Вычислите интеграл: $\int \sin \frac{x}{6}\, dx$

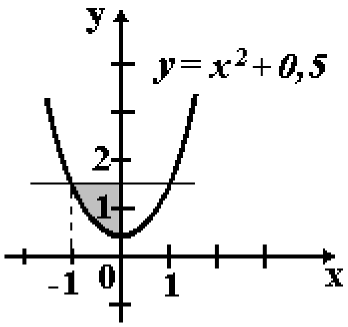
-1 $6\cos 6x + C$

-2 $-6\cos 6x + C$

-3 $6\cos \frac{1}{6}x + C$

-4 $-\frac{1}{6}\cos 6x + C$

187 Площадь фигуры, изображенной на рисунке,



определяется интегралом:

-1 $\int_{-1}^{0} \left(x^2 - 1\right) dx$

-2 $\int_{0}^{2} \left(1{,}5 - x^2\right) dx$

-3 $\int_{-1}^{0} \left(x^2 + 0{,}5\right) dx$

- 4 $\int_{-1}^{0} \left(1 - x^2\right) dx$

188 Укажите номер интегралов 1 $\int e^{5x} dx$, 2 $\int \sin \frac{x}{6} dx$, 3 $\int \frac{a\, d\alpha}{\alpha}$, 4 $\int (\sin x - 5) dx$, 5 $\int \sin 6x\, dx$, 6 $\int \frac{x^n dx}{x}$ которые возможно вычислить по формуле $\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k}F(kx+b) + C$

-1, 2, 5

-3, 4, 6

-1, 4, 6

-2, 5, 6

Соотнесите элементы двух списков

Соотнесите площади на графиках и в формулах

189

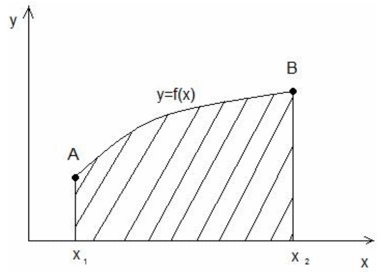


рис. 1

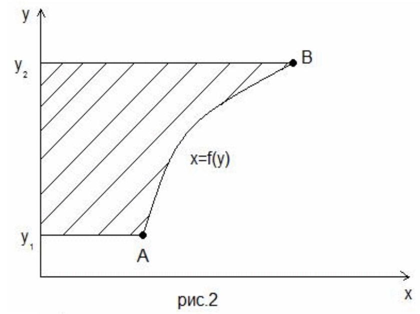


рис.2

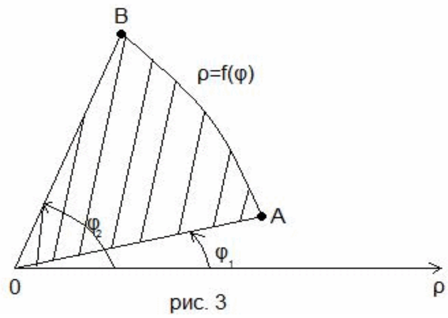


рис. 3

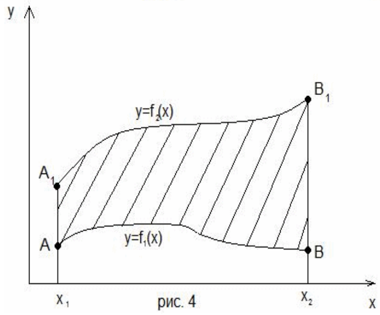


рис. 4

2 $S=\int\limits_{y_1}^{y_2} f(y)dy$

1 $S=\int\limits_{x_1}^{x_2} f(x)dx$

3 $S=\frac{1}{2}\int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2} \rho^2 d\varphi$

4 $S=\int\limits_{x_1}^{x_2} (f(x_2)-f(x_1))dx$

190 Укажите верное соответствие между типами простейших дробей и приведенными примерами, где *a,p,q,A,B*-действительные числа, $k\geq 2$, $k\in N$, $p^2-4q<0$.

1 $\frac{2x+1}{x^2-4x+3}$

2 $\frac{7-2x}{(x^2+1)^2}$

3 $\frac{24}{x^2-4x+4}$

4 $\frac{7-2x}{(x^2-1)^2}$

5 $\frac{7}{x-35}$

6 $\frac{3x-2}{x^2+x+1}$

1, 6 $\frac{Ax+B}{x^2+pz+q}$

2, $\frac{Ax+B}{(x^2+pz+q)^k}$

3, 4 $\frac{A}{(x-a)^k}$

5 , $\frac{A}{x-a}$

191 Установите соответствие между интегралом и приведенными обозначениями по методу интегрирования по частям:

-1 $u=2x+1; dv=\sin 3xdx$

-2 $u=3^x; dv=(2-x)dx$

-3

3 $\int xe^{\frac{x}{2}}dx$

1 $\int (2x+1)\sin 3xdx$

5

$u = x$; $dv = e^{\frac{x}{2}}dx$ $\int 3^x(2-x)dx$

-4

$u=\sin 3x$; $dv = (2x+1)dx$

-5

$u=2-x$; $dv=3^x dx$

192 Выберите замену в интеграле: $\int (7-3x)^{21}dx$

- t = 3x
- **t = 7-3x**
- t = $(7-3x)^{21}$
- $t=\frac{1}{3}x$

193 Выберите замену и первообразную для интеграла $\int \sqrt{16-x^2}\ dx$

-1 $x=4\sin t$; $8\ln|16-x^2|+\sqrt{16-x^2}+c$

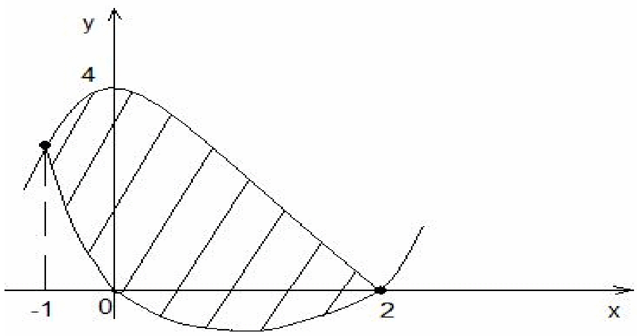
-2 $x=4\,\mathrm{tg}\,t$; $8\arcsin\frac{x}{4}+\frac{1}{2}x\sqrt{16-x^2}+c$

-3 $x=\frac{4}{\cos t}$; $8\,\mathrm{arctg}\,4x+x\sqrt{16-x^2}+c$

-4 $x=4\sin t$; $8\arcsin\frac{x}{4}+\frac{1}{2}x\sqrt{16-x^2}+c$

Ответ введите целым числом

194 Вычислить площадь, ограниченную параболами $y = 4 - x^2$ и $y = x^2 - 2x$



9

195 Введите коэффициент k в первообразной целым числом:

$$\int (7-3x)^{23}dx = \frac{1}{k}(7-3x)^{24} + C$$

-72

196 Интеграл $f(x) = \int \frac{7x-1}{x^3(x+6)^2}dx$ следует искать в виде

-1

$$\int (\frac{A}{x}+\frac{B}{x^2}+\frac{C}{x^3}+\frac{D}{x+6}+\frac{E}{(x+6)^2})dx$$

-2 $\int (\frac{A}{x^3}+\frac{B}{(x+6)^2})dx$

-3 $\int (A\frac{7x-1}{x^3}+B\frac{7x-1}{(x+6)^2})dx$

-4 $\int (7x-1+\frac{A}{x^3}+\frac{B}{(x+6)^2})dx$

-5 $\int (\frac{A}{x^3}+\frac{B}{(x+6)^2}+\frac{C}{x^3(x+6)^2})dx$

197 Интеграл $f(x)=\int \frac{7x-1}{x(x+6)^2}dx$ следует искать в виде

-1 $\int (\frac{A}{x^2}+\frac{B}{(x+6)})dx$

-2 $\int (\frac{A}{x}+\frac{B}{x+6}+\frac{C}{(x+6)^2})dx$

-3 $\int (A\frac{7x-1}{x^2}+B\frac{7x-1}{(x+6)})dx$

-4 $\int (\frac{A}{x^2}+\frac{B}{(x+6)}+\frac{C}{x^2(x+6)})dx$

-5 $\int (7x-1+\frac{A}{x^2}+\frac{B}{(x+6)})dx$

198 Ненулевая функция *y = f(x)* является нечетной на [-9, 9] . Тогда $\int_{-9}^{9} f(x)dx$ равен

-1 $2\int_{0}^{9} f(x)dx$

-2 $18\int_{0}^{9} f(x)dx$

-3 $\frac{1}{18}\int_{0}^{9} f(x)dx$

-4 $\frac{2}{9}\int_{-9}^{0} f(x)dx$

199 Тело Q получено вращением графика функции *y = f(x),* определенной на отрезке [a,b], вокруг оси OX. Тогда его объем следует находить по формуле

-1 $V(Q)=\int_{a}^{b} f(x)dx$

-2 $V(Q)=\frac{1}{\pi}\int_{a}^{b} f(x)dx$

-3 $V(Q)=\frac{1}{\pi}\int_a^b f(x)dx$

-4 $V(Q)=\frac{1}{\pi}\int_a^b f(x)dx$

-5 $V(Q)=\pi\int_a^b (f(x))^2dx$

-6 $V(Q)=\int_a^b (f''(x))^2dx$

200 Несобственный интеграл $\int_3^\infty \sin 4x dx$ (указать все правильные ответы)

А) сходится; **Б) расходится**; В) $=\infty$; **Г)** $\neq\infty$; Д) от неограниченной функции.

201 Несобственный интеграл $\int_2^\infty \frac{dx}{x+3}$ (указать все правильные ответы)

А) сходится; **Б) расходится;** **В)** $=\infty$; Г) $\neq\infty$; Д) от неограниченной функции.

202 Несобственный интеграл $\int_{-\infty}^1 e^x dx$ (указать все правильные ответы)

А) сходится; Б) расходится; В) $=\infty$; **Г)** $\neq\infty$; Д) от неограниченной функции.

Выберите один правильный ответ

203 Выберите верное утверждение

1 Если ряд $\sum_{n=1}^\infty a_n$ сходится, то $\lim_{n\to\infty} a_n=0$ **.**

2 Если $\lim_{n\to\infty} a_n=0$, то ряд $\sum_{n=1}^\infty a_n$ сходится.

3 Если $\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{|a_n|}>1$, то ряд $\sum_{n=1}^\infty a_n$ сходится.

4 Если $\lim_{n\to\infty}\frac{|a_n|}{|a_{n+1}|}>1$, то ряд $\sum_{n=1}^\infty a_n$ сходится.

5 Если ряд $\sum_{n=1}^\infty |a_n|$ сходится, и

$|a_n| \le |b_n|$ для всех n, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty}|b_n|$ сходится.

Обобщенным гармоническим рядом является ряд

204

-1 $\sum_{n=0}^{\infty}\sin(nt+\varphi)$

-2 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n^2+n+1}$

-3 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n^3}$

-4 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2^n}$

-5 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)}$

205

Выберите верное утверждение. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{2k}+n^p}$

сходится при k=0 и p=1

- сходится при k=-2 и p=-1
- сходится при k=-1/2 и p=1
- **сходится при k=1 и p=0**

сходится при k=1/2 и p=-1

Выберите сходящийся ряд со знакочередующимися членами

206

-1 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^2}$

-2 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n$

-3 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n n$

-4 $\sum_{n=1}^{\infty}\sin n$

-5 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$

207

Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty}c_n x^n$ равен 2. Тогда интервал сходимости имеет вид

- (-7,-3)
- (3,7)
- (-2,0)
- (0,2)
- **(-2,2)**

208 Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} c_n (x-2)^n$ равен 7. Тогда интервал сходимости имеет вид

- (-9,5)
- **(-5,9)**
- (-7,0)
- (0,7)
- (-7,7)

209 Если $f(x) = 6x^3 + 2$, то коэффициент a_4 разложения данной функции в ряд Тейлора по степеням (x-2) равен…

1) 0,25
2) 2
3) 1
4) 0

210 Укажите правильное утверждение относительно сходимости числовых рядов

A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{2^n}$ и B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n+1}$

$A,\ B$ - расходится
A-расходится, B - сходится
A- сходится, B - расходится
$A,\ B$ - сходится

211 Дан ряд $\sum a_n$.Указать все верные утверждения.

А) Если ряд сходится, то $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$;

Б) Ряд сходится тогда и только тогда, когда $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$;

В) Если $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$, то ряд расходится.

212 Известно, что степенной ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ расходится в точке x_0. Тогда этот ряд (указать все правильные варианты):

А) Расходится при $|x| > |x_0|$;

Б) Расходится при $x > x_0$;

В) Абсолютно сходится при $|x| < |x_0|$;

Г) Расходится при $x < -|x_0|$;

Д) Сходится при $x < x_0$.

213 Укажите правильное утверждение относительно сходимости числовых рядов

A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{4^n}$ и B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{\sqrt{n+2}}$

- $A,\ B$ - сходится.

- $A,\ B$ - расходится
- A-расходится, B - сходится
- **A - сходится, B - расходится**

Выберите один правильный вариант

214 Первый дифференциал функции $u(x,y,z,) = xyz$ имеет вид

-1 $du = yzdx + xzdy + xydz$

-2 $du = dx + dy + dz$

-3 $du = zdx + xdy + ydz$

-4 $du = dxdydz$

-5 $du = xydx + yzdy + xzdz$

215 Первый дифференциал функции $u(x,y,z,) = x^2 + y^2 + z^2$ имеет вид

-1 $du = yzdx + xzdy + xydz$

-2 $du = dx + dy + dz$

-3 $du = 2xdx + 2ydy + 2zdz$

-4 $du = dxdydz$

-5 $du = xydx + yzdy + xzdz$

216 Область определения функции $z(x,y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ есть

- квадрат
- **круг**
- отрезок
- ромб
- полуплоскость

217 Область определения функции $z(x,y) = \ln(x(y^2 + 1))$ есть

- квадрат
- круг
- отрезок
- эллипс
- **полуплоскость**

218 Частная производная $\frac{\partial f}{\partial x}$ функции $f(x,y) = \sqrt{tg(xy)}$ имеет вид

-1 $\sqrt{\sin(xy)}$

-2 $x\sqrt{\sin(xy)}$

-3 $\dfrac{y}{\cos^2(xy)\sqrt{tg(xy)}}$

-4 $\dfrac{-y\sin(xy)}{2\sqrt{\cos(xy)}}$

-5 $-ytg(xy)$

219 Частная производная $\frac{\partial f}{\partial x}$ функции $f(x,y)=\ln\cos(xy)$ имеет вид

-1 $x\ln\sin(xy)$

-2 $y\ln\sin(xy)$

-3 $\frac{1}{\cos(xy)}$

-4 $\frac{y}{\sin(xy)}$

-5 $-ytg(xy)$

220 Укажите верные утверждения, касающиеся достаточных условий существования или отсутствия точек экстремумов функции $z = f(x;y)$ (далее: $M_0(x_0,y_0)$ – стационарная точка функции, $A=f'_{xx}(M_0)$, $\Delta=\begin{vmatrix} f''_{xx}(M_0) & f''_{xy}(M_0) \\ f''_{xy}(M_0) & f''_{yy}(M_0) \end{vmatrix}$)

-1 если $\Delta > 0$, то $z = f(x,y)$ имеет в точке M_0 максимум

-2 если $\Delta > 0$ и $A > 0$, то $z = f(x,y)$ имеет в точке M_0 минимум (50%)

-3 если $\Delta = 0$, то $z = f(x,y)$ имеет в точке M_0 экстремум

-4 если $\Delta < 0$, то $z = f(x,y)$ в точке M_0 экстремумов нет

-5 если $\Delta > 0$ и $A < 0$, то $z = f(x,y)$ имеет в точке M_0 максимум (50%)

221 Функция $z(x,y)=x^2-y^2$ в точке (0,0) имеет

- локальный минимум
- строгий локальный минимум
- локальный максимум
- строгий локальный максимум
- **не имеет ни минимума ни максимума**

222 Укажите функцию Лагранжа поверхности $z = xy + 5$ при условии $y = 2x + 6$

- $L(x,y,\lambda) = xy + \lambda(2x + 6)$
- $L(x,y,\lambda) = xy + \lambda(2x - 6 - y)$
- $L(x,y,\lambda) = xy + 5 + \lambda(2x + 6)$
- **$L(x,y,\lambda) = xy + 5 - \lambda(y - 2x - 6)$**
- Верный ответ отсутствует

223 Укажите соответствие между функцией $z = f(x, y)$ и её градиентом в точке *A(1;1)*

1 $grad\, z = 3\bar{i}+3\bar{j}$

2 $grad\, z = 2\bar{i}+2\bar{j}$

3 $grad\, z = 2\bar{i}+\bar{j}$

4 $grad\, z = 2\bar{i}+3\bar{j}$

5 $grad\, z = 6\bar{i}-6\bar{j}$

6 $grad\, z = 3\bar{i}+2\bar{j}$

2, $z=x^2+y^2$

6 $z=x^3+y^2$

4 $z=x^2+y^3$

1 $z=x^3+y^3$

224 Найдите длину вектор - градиента функции $z=x^3+\frac{9}{4}x^2\ln y$ в точке *A(2;1)*.

225 Установите соответствие между функциями $z = f(x, y)$ и значениями частных производных по x второго порядка z''_{xx} в точке $A(1;1)$

1 $z = x^2 y$

2 $z = y * \ln x$

3 $z = x * \cos^2 y$

4 $z = x^{-2y}$

5 $z - \cos(\pi xy)$

226 Найдите угловой коэффициент k прямой, проходящей через вектор-градиент функции $z = x^2 y^3 + 2x + y$ в точке $M(1,0)$. В ответе укажите число $2k$.

А.1 Вопросы для собеседования

1. Понятие множества.
2. Постоянные и переменные величины. Определение функции. Область определения функции. Способы задания.
3. Понятие функции. Основные свойства функции
4. Элементарные функции. Классификация функций. Преобразование графиков.
5. Числовые последовательности. Классификация последовательностей
6. Предел числовой последовательности. Основные теоремы о пределах последовательности.
7. Предел функции в точке. Односторонние пределы функции в точке.
8. Бесконечно большие и бесконечно малые величины. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими величинами.
9. Предел функции в бесконечности.
10. Основные теоремы о пределах функции.
11. Первые и второй замечательные пределы.
12. Раскрытие неопределенностей вида 0/0, ∞/∞, $0*\infty$, $\infty-\infty$, 0^0, 1^∞, ∞^0.
13. Непрерывность функции в точке и на интервале. Точки разрыва функции.
14. Комплексные числа Исходные определения. Геометрическое изображение комплексных чисел. Комплексная плоскость.
15. Основные действия над комплексными числами.
16. Возведение комплексного числа в степень.
17. Извлечение корня из комплексного числа.
18. Показательная и тригонометрическая формы комплексного числа.
19. Задачи, приводящие к понятию производной. Производная функции: ее геометрический и механический смысл.
20. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Производная функции, заданной неявно.
21. Производная степенно-показательной функции. Производная функции заданной параметрически.
22. Производные высших порядков. Механический смысл производной второго порядка.
23. Дифференциал функции: его геометрический смысл.
24. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Ферма).
25. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Ролля).
26. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Лагранжа).
27. Правило Лопиталя (применение производной к вычислению пределов).
28. Возрастание и убывание функций. Экстремумы функций
29. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.
30. Выпуклость функции. Точки перегиба.
31. Асимптоты графика функции.

32. Общая схема исследования функций и построения их графиков.
33. Множества в n-мерном пространстве.
34. Функции нескольких переменных. Геометрическое изображение функции двух переменных.
35. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Свойства непрерывных функций.
36. Дифференцируемость функции нескольких переменных.
37. Частные производные функции нескольких переменных.
38. Дифференциал функции нескольких переменных.
39. Дифференцирование неявных и сложных функций.
40. Производная по направлению. Градиент.
41. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
42. Экстремумы функции двух переменных.
43. Наибольшее и наименьшее значение функции нескольких переменных.
1. Неопределенный интеграл, его свойства.
2. Таблица основных интегралов.
3. Интегрирование заменой переменной.
4. Интегрирование по частям.
5. Интегрирование рациональных дробей.
6. Интегрирование тригонометрических функций: $\int R(\sin x, \cos x)dx$
7. Интегрирование некоторых видов иррациональностей: $\int R(x, \sqrt[m]{\frac{ax+b}{cx+d}})dx$, $\int R(x, \sqrt[m]{ax^2+bx+c})dx$
8. Определенный интеграл, его свойства. Криволинейная трапеция.
9. Формула Ньютона – Лейбница.
10. Вычисление определенных интегралов способом подстановки и по частям.
11. Приближенное вычисление определенных интегралов.
12. Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площадей фигур, объемов тел.
13. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования.
14. Несобственные интегралы от неограниченных функций.
15. Несобственные интегралы от разрывных функций.
16. Дифференциальные уравнения (общие понятия). Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
17. Дифференциальные уравнения первого порядка (общие понятия). Изоклины.
18. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
19. Задачи Коши.
20. Дифференциальные уравнения с разделяющимися и разделенными переменными.
21. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
22. Дифференциальные уравнения, приводящиеся к однородным.
23. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
24. Уравнение Бернулли.
25. Дифференциальные уравнения высших порядков (общие понятия). Задача Коши.
26. Понятия о краевых задачах для дифференциальных уравнений. Уравнения, допускающие понижение порядка.
27. Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения n-го порядка.
28. Дифференциальные уравнения вида $y^{(n)} = f(x)$.
29. Дифференциальные уравнения второго порядка, приводимые к уравнения первого порядка.
30. Однородные линейные уравнения (определения и общие свойства).
31. Однородные линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
32. Неоднородные линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
33. Понятие числового ряда. Сумма ряда, частичная сумма, остаток ряда,
34. Сходимость и расходимость числового ряда.

35. Необходимые условия сходимости. Свойства сходящих рядов.
36. Признаки сравнения рядов. Эталонные ряды.
37. Ряды с положительными членами. Признак Даламбера и Коши.
38. Интегральный признак Коши - Маклорена.
39. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.
40. Абсолютная и условная сходимость.
41. Ряды с комплексными членами.
42. Функциональные ряды. Степенные ряды. Теорема Абеля.
43. Радиус сходимости. Интервал сходимости. Область сходимости.
44. Приложение степенных рядов к приближенным вычислениям.
45. Ряды Тейлора и Маклорена.

1. Матрицы. Виды матриц. Равенство матриц.
2. Матрицы действия над матрицами.
3. Определитель матрицы. Свойства определителей.
4. Транспонирование определителя свойства определителей.
5. Определитель третьего порядка. Способы его вычисления.
6. Разложение определителя третьего порядка по элементам строки (столбца). Миноры и алгебраические дополнения.
7. Обратная матрица. Алгоритм вычисления обратной матрицы.
8. Матрицы. Ранг матрицы.
9. Определитель матрицы n-ого порядка
10. Решение систем линейных уравнений. Формулы. Крамера.
11. Решение систем линейных уравнений. Метод Гаусса.
12. Матричная запись системы линейных уравнений и ее решение.
13. Линейная однородная система n - уравнений с n – неизвестными.
14. Продуктивность неотрицательных матриц.
15. Модель многоотраслевой, экономики Леонтьева.
16. Продуктивные модели Леонтьева.
17. Различные критерии продуктивности модели Леонтьева.
18. Система m -линейных уравнений с n - переменными. Теорема Кронекера -Капелли.
19. Понятие комплексного числа. Формы записи комплексного числа. Геометрическое изображение комплексного числа на плоскости.
20. Понятие вектора. Линейные операции над векторами.
21. Проекция вектора на ось.
22. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения. Угол между векторами.
23. Линейная зависимость векторов. Базис на плоскости.
24. n – переменный вектор и векторное пространство.
25. Размерность и базис векторного пространства.
26. Переход к новому базису. Эвклидово пространство.
27. Линейные операторы.
28. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
29. Квадратичные формы.
30. Понятие об уравнении линии. Общее уравнение прямой.
31. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Уравнение прямой в отрезках.
32. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении.
33. Уравнение прямой, проходящей через точку с заданным угловым коэффициентом.
34. Уравнение прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору.
35. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности о двух прямых.
36. Плоскость. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору.
37. Угол между плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
38. Кривые второго порядка. Каноническое уравнение окружности.

39. Каноническое уравнение эллипса. Исследование формы эллипса по его уравнению
40. Каноническое уравнение гиперболы. Равносторонняя гипербола.
41. Каноническое уравнение параболы.
42. Поверхности второго порядка.
43. Каноническое уравнение эллипсоида, параболоида, гиперболоида.
44. Квадратичные формы

Блок Б - Оценочные средства для диагностирования сформированности уровня компетенций – «уметь»

Б.0 Варианты заданий на выполнение практических и контрольных работ представлены в методических указаниях.

Б.1 Типовые задачи практических работ

Практическая работа по теме: Действия над матрицами. Решение систем линейных алгебраических уравнений.

Задание 1. Выполнить арифметические действия с матрицами:

1) $3\begin{pmatrix}1 & -2\\ 3 & 5\end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix}1 & -4\\ 5 & 0\end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix}1 & -2\\ 3 & -4\end{pmatrix}^T + 2\begin{pmatrix}5 & -1\\ 0 & 3\end{pmatrix}$;

3) $\begin{pmatrix}3 & -4 & 5\\ -8 & 10 & 4\end{pmatrix}^T - 3\begin{pmatrix}-5 & -1\\ 8 & 4\\ 1 & -1\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}2 & 0 & 8\\ 3 & 8 & 5\\ 0 & -4 & 7\end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix}2 & 10 & 3\\ 0 & 4 & -2\\ 5 & 2 & -9\end{pmatrix}^T$.

Задание 2. Доказать равенство *(AB)C=A(BC)* для матриц:

1) $A=\begin{pmatrix}4 & -2\\ 1 & -3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}6 & -1\\ 3 & 2\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & 4\\ -2 & 5\end{pmatrix}$.

Задание 3. Решить системы уравнений методом Крамера и методом Гаусса.

1) $\begin{cases}2x_1 - x_2 + x_3 = 2\\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -2\\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1\end{cases}$ 2) $\begin{cases}3x_1 + x_2 + 3x_3 = 2\\ 5x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1\\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1\end{cases}$

Практическая работа по теме: Вычисление пределов. Раскрытие неопределенностей.

Задание 1. Вычислить пределы последовательностей:

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n+1}{3n+5}$ 2) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3-2n}{n+6}$ 3) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{10n+3}{1+2n}$

4) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{4n+6}{9n}$ 5) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(3-n)^2+(3+n)^2}{(3-n)^2-(3+n)^2}$ 6) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+1)^2-(n-1)^2}{(n-1)^2+(n+1)^2}$

7) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{n^3+2n-1}}{n+2}$ 8) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^3-100n^2+1}{100n^2+15n}$ 9) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n+4n+7}-\sqrt{n+2}\right)$

Задание 2. Вычислить пределы функций:

$1)\ \lim\limits_{x\to 0}\frac{x^4+2x^2-3x}{x^3-3x^2+x}$ $2)\ \lim\limits_{x\to 1}\frac{x^3-3x+2}{x^2+x}$ $3)\ \lim\limits_{x\to 0}\frac{\left(\sqrt{1+x}-1\right)}{x^2}$

$4)\ \lim\limits_{x\to 4}\frac{\left(\sqrt{1+2x}-3\right)}{\sqrt{x}-2}$ $5)\ \lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$ $6)\ \lim\limits_{x\to 1}\frac{(x+1)^2+(x-1)^2}{(x-1)^2-(x+1)^2}$

$7)\ \lim\limits_{x\to -2}\frac{\sqrt[3]{x^3+2x-1}}{x+2}$ $8)\ \lim\limits_{x\to 0}\frac{x^3-15x^2+x}{18x^2+15x}$ $9)\ \lim\limits_{x\to 2}\frac{\left(\sqrt{4x-7}-\sqrt{x+2}\right)}{x-2}$

Задание 3. Вычислить пределы функций, используя замечательные пределы:

$1)\ \lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+3}{x^2}\right)^{x^2+1}$ $2)\ \lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{x}$ $3)\ \lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x+3}{2x+1}\right)^{x+1}$

$4)\ \lim\limits_{x\to 0}\left(1+10x^2\right)^{\frac{1}{3x^2}}$ $5)\ \lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+\sin x)}{\sin 4x}$ $6)\ \lim\limits_{x\to 0}\frac{3x^2-5x}{\sin 4x}$

$7)\ \lim\limits_{x\to 0}\frac{tg3x}{tgx}$ $8)\ \lim\limits_{x\to 0}\frac{9\ln(1-2x)}{4arctg3x}$ $9)\ \lim\limits_{x\to 0}\frac{\arcsin 7x}{\sin x\cdot x^2}$

Практическая работа по теме: Дифференцирование и интегрирование функций одной переменной.

Задание 1. Найти производные 1-го порядка данных функций

1) $а)\ y=3x^3-\frac{5}{x^7}-\sqrt[4]{x^5};\ б)\ s=(1+t^2)(2-3arctg\,t);\ в)\ u=\ln^3\frac{V}{2};\ г)\ z=\frac{5-\sin 3t}{e^{4t}}.$

2) $а)\ y=5x-\frac{2}{x^4}+3\sqrt[5]{x^6};\ б)\ s=(4-3\ln t)(5+2\sin t);\ в)\ u=\sin^4(2t+3);\ г)\ z=\frac{\sin(2-t)}{2-\ln 3t}.$

Задание 2. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y=f(x)$ в точке с абсциссой x_0.

1) $\frac{x^2-3}{x},\ x_0=1.$

2) $\sqrt{5-x^2},\ x_0=2$

Задание 3. Найти производную y'_x функции $y=y(x)$, заданной параметрически: $\begin{cases} x=x(t) \\ y=y(t) \end{cases}$

1) $\begin{cases} x=\sin 2t \\ y=\cos t \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x=\cos(2t+6) \\ y=\sin(2t+6) \end{cases}$

Задание 4. Найти дифференциалы функций:

1) $y=\sin 2x+5;$ 2) $y=\ln x-x^3;$

Задание 5. Найти производную второго порядка функции y=f(x).

1) y = lnx +9 2)y = cosx +lnx

Задание 6. Найти производную функции логарифмическим дифференцированием

1) $y=(\sin x)^{\cos x}$ 2) $y=(\cos x)^{x}$

Задание 7. Найти пределы, используя правило Лопиталя.

1) $\lim\limits_{x\to 4}\frac{16-x^2}{x^2-5x+4}$; 2) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{-5x}-1}{\mathrm{arctg}\,x}$.

Практическая работа по теме: Вычисление определенных и несобственных интегралов.

Задание 1. Вычислить интегралы.

1) $\int\left(\frac{7}{x^2+16}-\frac{x^4+5}{x^5}+\sqrt[5]{3x}\right)dx$ $\int\left(\frac{5}{5x^2+5}-7^x+\frac{\sin 2x}{\cos^2 x}\right)dx$

2) $\int\left(\frac{5}{\sqrt{3-x^2}}-\frac{2x^2+10}{x}+\sqrt[5]{4x}\right)dx$ $\int\left(\frac{2}{2x^2+2}-2^x+\frac{x^2-4}{x+2}\right)dx$

Задание 2. Проинтегрировать подходящей заменой переменного.

1) $\int\frac{dx}{\sin^2 3x}$ $\int\frac{xdx}{\sqrt{2+x^2}}$ $\int e^{1-3x}dx$

2) $\int(2x-1)\cos(x^2-x)dx$ $\int x\sqrt{5+x^2}\,dx$ $\int e^{6x+5}dx$

Задание 3. Проинтегрировать по частям.

1) $\int(7x-1)\cos x\,dx$ $\int \mathrm{arctg}\,x\,dx$

2) $\int(6-5x)e^x dx$ $\int(7x+5)\ln x\,dx$

Задание 4. Вычислить определенный интеграл.

1) $\int\limits_1^2\left(x^3+10x\right)dx$

2) $\int\limits_{-2}^3\left(3x^2+6x-2\right)dx$

Практическая работа по теме: Решение дифференциальных уравнений I порядка.

Задание 1. Найти общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными:

1) $y' = \mathrm{tg}\,x\cdot\mathrm{ctg}\,y$.

2) $(x+2xy)dx+(4+x^2)dy=0$.

3) $\left(\sqrt{xy}-\sqrt{x}\right)dy+ydx=0$.

4) $y\left(x^2+3\right)y'=x$.

Задание 2. Найти частное решение дифференциального уравнения при заданном условии:

1) $y'\sin x = y\ln y$, $\left.y\right|_{x=\frac{\pi}{2}}=1$.

2) $y'=\frac{1+y^2}{1+x^2}$, $\left.y\right|_{x=0}=1$.

Задание 3. Найти общее решение линейного дифференциального уравнения:

1) $y'-\frac{2y}{x+1}=(x+1)^3$. 2) $y'+\frac{1-2x}{x^2}y-1=0$.

Практическая работа по теме: Решение дифференциальных уравнений II порядка

Задание 1. Найти общее решение однородного уравнения:

1) $2y''+2y'=0$.
3) $y''+2y'+y=0$.
2) $y''-2y'-y=0$.
4) $y''-2y'+y=0$.

Задание 2. Найти частное решение уравнений:

1) $y''-4y'+3y=0$, $y\big|_{x=0}=6$, $y'\big|_{x=0}=10$.

2) $y''+4y'+29y=0$, $y\big|_{x=0}=0$, $y'\big|_{x=0}=15$.

Задание 3. Найти общее решение уравнений:

1) $2y''-7y'+3y=6x^2-x+5$.
3) $y''-6y'+9y=2x^2-x+3$.
2) $y''-3y'+2y=e^x(3-4x)$.
4) $y''-4y'+4y=3e^{2x}$.

Задание 4. Найти частное решение уравнения:

1) $y''-y'=2-2x$, $y\big|_{x=0}=1$, $y'\big|_{x=0}=1$.

2) $y''-2y'+10y=10x^2+18x+6$, $y\big|_{x=0}=1$, $y'\big|_{x=0}=3{,}2$.

Практическая работа по теме: Числовые и функциональные ряды

Задание 1. Указать признак исследования рядов на сходимость:

1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^3}{(\sqrt{2})^n}$;
3) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)!}{7^n+1}$;
2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n+3}$;
4) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{16\cdot 4^n}{3^n}$;

Задание 2. Найти радиус и интервал сходимости степенного ряда. Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости.

1)	$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{(n+1)\,2^n}$	3)	$\sum\limits_{n=3}^{\infty}\frac{n^2-5}{5^n}(x-5)^n$
2)	$\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{(x+1)^n}{5^n}$	4)	$\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{(x+3)^n}{3^n}$

Практическая работа по теме: Системы линейных уравнений

Задание Исследовать и решить систему:

$$\begin{cases} x_1+x_2-x_3+x_4=-3 \\ 2x_1-x_2+x_4=3 \\ 2x_1+5x_2-6x_3+x_4=-15 \\ -x_1-x_2+3x_3-4x_4=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1+3x_2+x_3-5x_4=8 \\ -x_1-2x_2+3x_3+x_4=8 \\ 5x_1-x_2-x_3-2x_4=-1 \\ 3x_1+8x_2-6x_3-8x_4=-10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x_1+2x_2-x_4=6 \\ x_1+2x_2-x_3+4x_4=-6 \\ 2x_1-x_2+9x_3-5x_4=3 \\ x_1+3x_2+x_3+x_4=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1+x_2-3x_3-4x_4=-2 \\ 3x_1-x_2+3x_3+x_4=-1 \\ -2x_1+4x_2-7x_3-x_4=2 \\ x_1+8x_3+9x_4=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_2 + x_3 - 5x_4 = -2 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = -2 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$$

Практическая работа

Задание 1 (Вектора) Коллинеарные ли векторы $\bar c_1$ и $\bar c_2$, построенные по векторам $\bar a$ и $\bar b$?

	$\bar a$	$\bar b$	$\bar c_1$	$\bar c_2$		$\bar a$	$\bar b$	$\bar c_1$	$\bar c_2$
	1 ;-2;3	3 ;0;-1	2 $\bar a$ +4$\bar b$	$3\bar b - a$		7 ;9;-2	5 ;4;3	4 $\bar a$ -$\bar b$	4 $\bar b$ -$\bar a$
	1 ;0;1	- 2;3;5	$\bar a$ +2$\bar b$	$3\bar a - \bar b$		5 ;0;-2	6 ;4;3	5 $\bar a$ -3$\bar b$	6 $\bar b$ -10$\bar a$
	- 2;4;1	1 ;-2;7	5 $\bar a$ +3$\bar b$	$2\bar a - \bar b$		8 ;3;-1	4 ;1;3	2 $\bar a$ -$\bar b$	2 $\bar b$ -4$\bar a$

Задание 2 а) Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar a$ и $\bar b$;

б) Найти длину вектора $\bar b$.

	$\bar a$	$\bar b$		$\lvert\bar p\rvert$	$\lvert\bar q\rvert$	$(\widehat{\bar p,\bar q})$	$\bar a$	$\bar b$		$\lvert\bar p\rvert$	$\lvert\bar q\rvert$	$(\widehat{\bar p,\bar q})$
	$\bar p + 2\bar q$	$3\bar p - \bar q$				$\pi/6$ 6	$2\bar p - 3\bar q$	$3\bar p + \bar q$				$\pi/6$
	$3\bar p + \bar q$	$\bar p - 2\bar q$				$\pi/4$ 7	$5\bar p + \bar q$	$\bar p - 3\bar q$				$\pi/3$
	$\bar p - 3\bar q$	$\bar p + 2\bar q$	/5			$\pi/2$ 8	$7\bar p - 2\bar q$	$\bar p + 3\bar q$	/2			$\pi/2$

Задание 3 Даны вершины треугольника АВС. Найти:

1) длину стороны АВ; 2) уравнения сторон АВ и АС и их угловые коэффициенты; 3) внутренний угол А в радианах с точностью до 0,01; 4) уравнение высоты CD и ее длину; 5) уравнение окружности для которой высота CD есть диаметр; 6) систему линейных неравенств, определяющих треугольник АВС, 7) уравнение медианы и ее длину, уравнение высоты и ее длину, уравнение биссектрисы, проведенных из вершины С; 8) уравнение прямой параллельной стороне АВ; 9) угол А. Выполнить чертеж.

	$A(-5;0)$, $B(7;9)$, $C(5;-5)$		$A(-6;-2)$, $B(6;7)$, $C(4;-7)$
	$A(-5;-3)$, $B(7;6)$, $C(5;-8)$		$A(-7;2)$, $B(5;11)$, $C(3;-3)$
	$A(-8;-4)$, $B(4;5)$, $C(2;-9)$		$A(0;-1)$, $B(12;8)$, $C(10;-6)$

Задание 4 Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Требуется:

1. Записать векторы $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}$ в системе орт и найти модули этих векторов.
2. Найти угол между векторами $\overline{AB}$ *и* $\overline{AC}$.
3. Найти площадь грани *ABC*.
4. Найти объем пирамиды.

5. Найти каноническое уравнение прямой, проходящей через точку *D* перпендикулярно плоскости *ABC*.
6. Найти точки пересечения полученной прямой с плоскостью *ABC* и с координатными плоскостями xOy; xOz; yOz.
7. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку *D и C* и перпендикулярно плоскости *ABC*.
8. Длину ребра *AB*;
9. Длину высоты и уравнение пирамиды, проведенной из вершины *D*;
10. Уравнение ребра *AC*.
11. Записать уравнение прямой, проходящей через точку *D* параллельно прямой *AC*.
12. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку А перпендикулярно прямой *BD*.

	A(2;-3,1); B(6,1,-1);C(4,8,-9); D(2,-1,2)		A(1, -4,-0); B(5,0,-2); C(3,7,-10,) D (1,-2,1)
	A(5, -1,-4); B(9,3,-6); C(7,10,-4) D (5,1,-3)		A(-3, -6,2); B(1,-2,0); C(-1,5,-8) D (-3,-4,3)
	A(-1, 1,-5); B(3,5,-7); C(1,12,-15) D (-1,3,-4)		A(-4,2,-1); B(0,6,-3); C(-2,13,-11) D (-4,4,0)

Задание 5 Кривые второго порядка.

Привести уравнение второго порядка $f(x,y)=0$ к каноническому виду и найти точки пересечения ее с прямой *Ax + By + C* = 0. Построить графики кривой и прямой.

	$x^2-4y^2-6x-8y-3=0$ x – 2y + 1 = 0		$4x^2+11y^2+64x-66y+291=0$, x – y = 0
	$-2x^2-3y^2-12x-12y-18=0$, x + y - 2 = 0		x^2 – 2x + y + 2 = 0, x – y - 2 = 0
	$2x^2-5y^2-10y+4x-12=0$, x + y + 1 = 0		x^2 + 4x + y + 3 = 0, x – y + 3 = 0

Задание 6 С помощью квадратичных форм привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и построить кривую.

	$-x^2-y^2+4xy+2x-4y+1=0$		$2x^2+2y^2-2xy-2x-2y+1=0$
	$4xy+4x-4y=0$		$-2x^2-2y^2+2xy-6x+6y+3=0$
	$-3x^2-3y^2+4xy-6x+4y+2=0$		$-2xy-2x-2y+1=0$

Задание 7. Составить уравнение плоскости, проходящей через:

1. Прямую $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z}{2}$ и точку A (4; 6; 3).
2. Две параллельные прямые $\frac{x+1}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+5}{2}$ и $\frac{x+1}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z}{2}$.
3. Три точки A (1; 2; 4), B (-1; 3; 1), C (3; 1; -2).
4. Две пересекающиеся прямые $\frac{x-2}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+3}{-2}$ и $\frac{x-3}{4}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+3}{-2}$.
5. Найти точку, симметричную точке M(6,10,-7) относительно плоскости $2x+5y-4z+2=0$.

6. Определить при каком "a" прямая $\begin{cases} x+y+az=1 \\ 2x-y+3z=3 \end{cases}$ параллельна плоскости $x+y-2z=8$.

7. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\begin{cases} x+y-z-1=0 \\ x+2y+3z-4=0 \end{cases}$ и точку К(2,1,2).

8. Вычислить расстояние между плоскостями $2x-y+2z+9=0$ и $4x-2y+4z-21=0$.

Задание 8.

1 На эллипсе $9x^2+25y^2=225$ найти точку, расстояние которого от правого фокуса в 4 раза больше, чем расстояние ее от левого фокуса. Сделать чертеж.

2 Написать уравнение окружности, имеющей центр в фокусе параболы $y^2=8x$ и касающейся ее директрисы. Сделать чертеж.

3 Эксцентриситет эллипса $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Большая полуось $a=3$. Написать уравнение эллипса., построить кривую.

4 Составить каноническое уравнение гиперболы, если известно, что расстояние между вершинами равно 8, расстояние между фокусами равно 10. Сделать чертеж.

5 Составить уравнение геометрического места точек, отношение расстояний которых до точки F $\left(\frac{3}{2};0\right)$ и до прямой $x=6$ равно $\frac{1}{2}$. Сделать чертеж.

6 Директриса параболы пересекает эллипс $9x^2+20y^2=324$в точках (-4; 3) и (4; 3), а расстояние от этих точек до фокуса параболы равно $2\sqrt{5}$. Составить уравнение параболы.

Практические задания по теме Линейное (векторное) пространство. Линейные операторы. Собственные числа и собственные векторы

Задание 1 Выяснить являются ли вектора a_1 = (2, -3, 1), a_2 = (3, -1, 5), a_3 = (1, -5, -3) линейно зависимы.

Задание 2 Выяснить, является ли данная система векторов линейно зависимой.

$$\overline{a_1}=\begin{pmatrix}2\\1\\1\\2\end{pmatrix},\quad \overline{a_2}=\begin{pmatrix}1\\3\\1\\3\end{pmatrix},\quad \overline{a_3}=\begin{pmatrix}3\\-1\\1\\1\end{pmatrix}$$

Задание 3 В R_3 задан канонический базис. В качестве нового базиса взяты векторы $\overline{u}=(2,1,-1)$, $\overline{v}=(2,-1,2)$, $\overline{w}=(3,0,1)$. Найдем координаты вектора $\overline{x}=(1,1,1)$ в новом базисе.

Задание 4 Пусть в пространстве R_3 линейный оператор $\tilde{A}$ в базисе $\{e_1,e_2,...e_n\}$ задан матрицей А = $\begin{pmatrix}3&2&4\\-1&5&6\\1&8&2\end{pmatrix}$. Найти образ $y=\tilde{A}(x)$ вектора $x = 4e_1 - 3e_2 + e_3$

Задание 5 В базисе $\{e_1,e_2\}$ оператор $\tilde{A}$ имеет матрицу А = $\begin{pmatrix}17&6\\6&8\end{pmatrix}$. Найти матрицу оператора $\tilde{A}$ в базисе $e_1^* = e_1 - 2e_2$, $e_2^* = 2e_1+e_2$

Задание 6 Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы:

а) A = $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, б) A = $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, в) A = $\begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$, г) A = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, д) A = $\begin{pmatrix} -3 & -2 & -4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Задание 7 Является ли A линейным преобразованием. $A\bar{x} = \bar{x} + \overline{x_0}$; $\overline{x_0} \neq 0$.

Задание 8 Найти матрицу линейного преобразования, заданного в виде: x′ = x + y, y′ = y + z, z′ = z + x

Задание 9 Задано линейное преобразование A, переводящее вектор $\bar{x}$ в вектор $\bar{y}$ и линейное преобразование B, переводящее вектор $\bar{y}$ в вектор $\bar{z}$. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего вектор $\bar{x}$ в вектор $\bar{z}$.

$$\begin{cases} y_1 = 2x_1 - x_2 + 5x_3 \\ y_2 = x_1 + 4x_2 - x_3 \\ y_3 = 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 \end{cases} \qquad \begin{cases} z_1 = y_1 + 4y_2 + 3y_3 \\ z_2 = 5y_1 - y_2 - y_3 \\ z_3 = 3y_1 + 6y_2 + 7y_3 \end{cases}$$

$$x \xrightarrow{A} y \xrightarrow{B} z$$

$$x \xrightarrow{C} z$$

Контрольные работы «Проверь себя» (с ответами). Выполнение этих работ будет хорошей подготовкой к текущим и экзаменационному тестам.

1. Линейная алгебра		
	Условия задач	**Ответы**
1.	Вычислить: $\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$.	– 10
2.	Вычислить: $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 3 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$.	– 1
3.	Дана система уравнений $\begin{cases} y + 2z = 3 \\ x - y = 2 \\ 2x - z = -2 \end{cases}$. Найти Δ, Δ_x, x.	$\left(5, 1, \frac{1}{5}\right)$
4.	Решить систему уравнений, приняв в качестве базисных переменных y и z: $\begin{cases} x + y + 3z = 14 \\ 3x - y + z = -2 \end{cases}$.	$\begin{cases} y = 2x + 5 \\ z = -x + 3 \end{cases}$
5.	$P = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $R = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}$. Какие произведения существуют? Указать все случаи. А) $P \cdot Q$; Б) $Q \cdot P$; В) $P \cdot R$; Г) $R \cdot Q$; Д) $Q \cdot R$; Е) $R \cdot P$.	Б, В
6.	Вычислить: $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -5 \\ 3 & 17 & 20 \end{pmatrix}$
7.	Какие матрицы имеют обратные? Указать все случаи. А) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$; Б) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 5 & 3 \end{pmatrix}$; В) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -5 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$; Г) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$.	А,В

8.	$A=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 3 & 5\end{pmatrix},\ A^{-1}=\dots$	$\begin{pmatrix}\frac{5}{11} & \frac{2}{11}\\ -\frac{3}{11} & \frac{1}{11}\end{pmatrix}$
9.	$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 1 & 0 & 1\\ 3 & 2 & 0\end{pmatrix},\ A^{-1}=\dots$	$\begin{pmatrix}-1 & 2 & 0\\ 1{,}5 & -3 & 0{,}5\\ 1 & -1 & 0\end{pmatrix}$
10.	Найти ранг матрицы $A=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 3 & -5\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 2 & -4 & -6 & 10\\ -3 & 6 & 9 & 15\end{pmatrix}$.	2
11.	Какие матрицы имеют ранг, равный 2? Указать все случаи. А=$\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 3 & 4 & 0\\ -2 & 4 & 2\end{pmatrix}$; Б=$\begin{pmatrix}1 & 5 & 0\\ 2 & 10 & 1\end{pmatrix}$; В=$\begin{pmatrix}2 & -3\\ -4 & 6\end{pmatrix}$; Г=$\begin{pmatrix}1 & -2\\ 2 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}$.	Б,Г
12.	Пусть система n линейных уравнений содержит k неизвестных, А - матрица коэффициентов при неизвестных , В - расширенная матрица. Выбрать все верные утверждения: система уравнений имеет единственное решение, если А) rang A < rang B ; Б) rang A = rang B = k ; В) rang A = rang B = n ; Г) rang A = rang B ; Д) rang A = rang B < k .	Б
13.	Указать все верные утверждения: если ранг матрицы равен k, то А) все миноры порядка k не равны 0; Б) равны нулю все миноры порядка < k; В) равны нулю все миноры порядка > k.	В

2. Векторная алгебра		
Условия задач		**Ответы**
1.	Найти орт вектора $\vec{a}=(4;3;0)$.	$\left(\frac{4}{5};\frac{3}{5};0\right)$
2.	Вектор составляет с координатными осями Ox и Oz углы $\alpha=45^\circ$, $\gamma=60^\circ$, а с осью Oy – острый угол β. Найти β.	$\frac{\pi}{3}$
3.	Вектор $\bar{a}=(-2;3;\alpha)$ параллелен вектору $\bar{b}=(\beta;-6;2)$. Найти $\alpha+\beta$.	3
4.	Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\varphi=\frac{\pi}{6}$. Найти $\vec{a}\cdot\vec{b}$, если $\lvert\vec{a}\rvert=3,\ \lvert\vec{b}\rvert=2$.	$3\sqrt{3}$
5.	$\left(3\bar{i}+\bar{k}\right)\cdot\left(5\bar{i}-3\bar{j}+2\bar{k}\right)=\dots$	17
6.	Вычислить $(\vec{a}-2\vec{b})\cdot\vec{c}$, если $\vec{a}=(1;0;-2)$, $\vec{b}=(2;3;0)$, $\vec{c}=(3;0;5)$.	–19
7.	$\vec{a}=(3;-2;1),\ \vec{b}=(1;2;-3)$. Найти $\cos\left(\widehat{\vec{a},\vec{b}}\right)$.	$-\frac{2}{7}$
8.	Определить α, при котором ортогональны векторы $\bar{a}=(1;\ 4;\ 3)$ и $\bar{b}=(-2;\ \alpha;\ -6)$.	5
9.	Найти $пр._{(\bar{b}+\bar{c})}\bar{a}$, если $\bar{a}=(3;2;-2),\ \bar{b}=(5;-2;-3),\bar{c}=(-1;-1;3)$.	1,2

10.	Вычислить $\left\|\vec{a}\times\vec{b}\right\|$, если $\left\|\vec{a}\right\|=2$, $\left\|\vec{b}\right\|=3$, а угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 30°.	3
11.	Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\varphi=\frac{\pi}{3}$. Зная, что $\left\|\vec{b}\right\|=4$, $\left\|\vec{a}\times\vec{b}\right\|=6$, найти $\left\|\vec{a}\right\|$.	$\sqrt{3}$
12.	Вычислить $\left(2\bar{i}-\bar{j}+3\bar{k}\right)\times\left(2\bar{i}-\bar{k}\right)$.	$\bar{i}+8\bar{j}+2\bar{k}$
13.	Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}=(4;\ 2;\ 0)$ и $\bar{b}=(0;\ -1;\ 1)$, как на сторонах.	6
14.	Найти площадь треугольника с вершинами в точках A(1;1;1), B(4;0;1), C(2;3;1) .	3 ,5
15.	Вычислить смешанное произведение $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$, если $\bar{a}=(2;\ 1;\ 4)$, $\bar{b}=(5;\ 0;\ 1)$, $\bar{c}=(2;\ 0;\ 4)$.	– 18
16.	Найти объем параллелепипеда, построенного на векторах $\bar{a}=(1;0;3)$, $\bar{b}=(2;0;1)$, $\bar{c}=(-1;2;2)$.	1 0
17.	Найти объем треугольной пирамиды с вершинами в точках $A(5;\ -6;\ 3)$, $B(1;\ 2;\ -3)$, $C(6;\ 1;\ -4)$, $D(5;\ -3;\ 3)$.	1 7
18.	Определить, при каком α компланарны векторы $\bar{a}=(-1;2;\ \alpha)$, $\bar{b}=(2;0;1)$, $\bar{c}=(0;3;2)$.	$\frac{5}{6}$
19.	Какие равенства верны? Указать все варианты. А) $\left(\vec{a}\times\vec{c}\right)\vec{b}=\left(\vec{c}\times\vec{b}\right)\vec{a}$; Б) $\vec{a}\left(\vec{b}\cdot\vec{c}\right)=\vec{a}\left(\vec{c}\cdot\vec{b}\right)$; В) $\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)\vec{c}=\left(\vec{b}\times\vec{a}\right)\vec{c}$.	А ,Б
20.	Какие равенства верны? Указать все варианты. А) $\vec{i}\cdot\vec{i}=0$; Б) $\vec{i}\times\vec{j}=-\vec{k}$; В) $\vec{i}\times\vec{i}=0$; Г) $\vec{j}\times\vec{j}=1$; Д) $\vec{j}\cdot\vec{j}=1$.	В ,Д
21.	Площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$, как на сторонах, равна А) $\frac{\left\|\vec{a}\cdot\vec{b}\right\|}{2}$; Б) $\left\|\vec{a}\times\vec{b}\right\|$; В) $\vec{a}\times\vec{b}$; Г) $\vec{a}\cdot\vec{b}$; Д) $\frac{\left\|\vec{a}\times\vec{b}\right\|}{2}$.	Б
22.	Какие величины являются векторами? Указать все варианты. А) $\vec{a}\times\left(\vec{b}+\vec{c}\right)$; Б) $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\left(\vec{c}+\vec{d}\right)$; В) $\vec{a}\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)$.	А
23.	Если ненулевые векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ параллельны друг другу, то (указать все верные утверждения): А) $\vec{a}\times\vec{b}$=0; Б) $\vec{a}\cdot\vec{b}$=0 ; В) $\frac{a_x}{b_x}=\frac{a_y}{b_y}=\frac{a_z}{b_z}$; Г) $a_x\cdot b_x+a_y\cdot b_y+a_z\cdot b_z=0$.	А ,В
24.	Если три вектора $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$ компланарны, то (указать все варианты) А) $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0$; Б) $\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)\cdot\vec{c}\neq 0$; В) $\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)\cdot\vec{c}=0$; Г) $\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})=0$; Д) $\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)\vec{c}=0$.	В ,Г
25.	Если вектор $\bar{a}$ ортогонален вектору $\bar{b}$, то (указать все верные утверждения): А) $\vec{a}\cdot\vec{b}$=0 ; Б) $a_x\cdot b_x+a_y\cdot b_y+a_z\cdot b_z=0$; В) $\frac{a_x}{b_x}=\frac{a_y}{b_y}=\frac{a_z}{b_z}$; Г) $\vec{a}\times\vec{b}$=0.	А ,Б

3. Аналитическая геометрия		
Условия задач		**Ответы**
1.	Составить уравнение плоскости проходящей через точки $A(0;1;0)$,	$2x-11y+z+11=$

	$B(-2;1;4)$, $C(3;2;5)$.	
2.	Нормаль к плоскости, проходящей через точки $A(1;1;4)$, $B(1;4;1)$, $C(-1;1;5)$, может иметь вид	(1; 2; 2)
3.	Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(3;2;-1)$, параллельно плоскости $5x-3y+z+11=0$.	$5x-3y+z-8=0$
4.	Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(3;-2;4)$, перпендикулярно прямой $\frac{x+5}{4}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-1}{1}$.	$4x-2y+z-20=0$
5.	Если φ – острый угол между плоскостями $3x - 2y + z - 5 = 0$ и $2x - y + 3z + 7 = 0$, то	$\cos\varphi=\frac{11}{14}$
6.	Если плоскость $5x + By + z - 1 = 0$ параллельна плоскости $3x - y + Cz + 4 = 0$, то $B+C=$	$-\frac{16}{15}$
7.	Найти расстояние от точки $M(5;-1;3)$ до плоскости $2x-y+2z+1=0$.	6
8.	Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(0;1;2)$, перпендикулярно плоскостям $x+3y-2z+5=0$ и $3x-y+2z-1=0$.	$2x-4y-5z+14=0$
9.	Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1;-1;\ 2)$ и $B(-1;2;1)$ параллельно вектору $\bar{a}=(1;1;1)$.	$4x+y-5z+7=0$
10.	Уравнение прямой, проходящей через точки $A(5;-3;0)$ и $B(6;-1;3)$, может иметь вид	$\frac{x-5}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z}{3}$
11.	Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(4;-1;\ 5)$ параллельно прямой $\frac{x+3}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z+7}{1}$.	$\frac{x-4}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-5}{1}$
12.	Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(1;-1;\ 4)$ перпендикулярно плоскости $2x+3y-6z+5=0$.	$\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-4}{-6}$
13.	Если прямая $\frac{x+5}{2}=\frac{y-1}{A}=\frac{z}{-3}$ параллельна прямой $\frac{x+3}{3}=\frac{y-4}{-4}=\frac{z-2}{B}$, то $A\cdot B=$	12
14.	Определить, при каком α перпендикулярны прямые: $\frac{x+5}{\alpha}=\frac{y-4}{-4}=\frac{z-1}{3}$ и $\frac{x+3}{2}=\frac{y+7}{5}=\frac{z-5}{-2}$.	13
15.	Если φ – острый угол между прямой $\frac{x+4}{1}=\frac{y-6}{-3}=\frac{z+1}{1}$ и плоскостью $3x-y-z+5=0$, то	$\sin\varphi=\frac{5}{11}$
16.	Определить, при каком C прямая $\frac{x+3}{3}=\frac{y+7}{6}=\frac{z-5}{-2}$ параллельна плоскости $Cx-y-6z+5=0$.	-2
17.	Направляющий вектор прямой пересечения двух плоскостей $\begin{cases}3x+y-5=0\\4x-2z+1=0\end{cases}$ может иметь координаты	(1;-3;2)
18.	Найти точку пересечения прямой $\frac{x+3}{3}=\frac{y-7}{1}=\frac{z+2}{-2}$ и плоскости $2x-y-z+4=0$.	(0;8;-4)
19.	Найти все пары векторов, образующих базис: А) $\vec{a}=(1;2)$, $\vec{b}=(4;0)$; Б) $\vec{a}=(3;2)$, $\vec{b}=(2;-3)$; В) $\vec{a}=(2;-3)$, $\vec{b}=(-4;6)$; Г) $\vec{a}=(1;0)$, $\vec{b}=(0;1)$.	А,Б, Г

20.	Определить γ, при котором векторы $\bar{a} = (-2;\gamma)$ и $\bar{b} = (5;2)$ не образуют базис.	$-0,8$
21.	Разложить вектор $\bar{a} = (1;5)$ по базису $\bar{b} = (-1;2)$ $\bar{c} = (5;-3)$.	$\bar{a} = 4\vec{b} + \vec{c}$
22.	Найти максимальное из собственных значений матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$.	4
23.	Составить уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если если малая полуось b = 4, а c = 2.	$\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{16} = 1$
24.	Найти эксцентриситет эллипса $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$.	$\frac{5}{7}$
25.	Центр эллипса $x^2 + 3y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ находится в точке	(2; - 1)
26.	Найти радиус окружности $x^2 + y^2 + 4x + 6y = 0$.	$\sqrt{13}$
27.	Составить уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если действительная полуось $a = 2,\ c = 5$.	$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{21} = 1$
28.	Уравнения асимптот гиперболы $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{25} = 1$ имеют вид	$y = \pm\frac{5}{6}x$
29.	Центр гиперболы $x^2 - 2y^2 - 6x - 4y + 6 = 0$ находится в точке	(3; -1)
30.	Составить уравнение параболы, если даны ее фокус $F(-5,\quad 0)$ и директриса $x = 5$.	$y^2 = -20x$
31.	Вершина параболы $2y^2 - 5x - 8y + 3 = 0$ находится в точке	(–1; 2)
32.	Определить вид и расположение кривой $2x^2 - y^2 - 16x - 2y + 29 = 0$.	Гипербола с центром в точке (4; –1)
33.	Указать все верные утверждения: А) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ - уравнение цилиндра; Б) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ - уравнение конуса; В) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$ - уравнение однополостного гиперболоида; Г) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2pz$ - уравнение гиперболического параболоида.	Г
34.	Указать все верные утверждения: если A^* - оператор, сопряженный к A, а B^* - к B, то А) $(A^*)^* = A$; Б) $(A+B)^* = A^* + B^*$; В) $(AB)^* = A^*B^*$; Г) $AA^* = A^*A$.	А,Б
35.	Выбрать все верные утверждения: А) Если векторы линейно независимы, то они образуют базис. Б) Если векторы образуют базис, то они линейно независимы. В) Для того, чтобы векторы образовывали базис, необходимо и достаточно, чтобы они были линейно независимыми. Г) Если векторы линейно зависимы, они не образуют базис.	Б,Г

36.	Пусть заданы m векторов n – мерного пространства. Указать все правильные утверждения: А) Если $m>n$, то векторы не образуют базис. Б) Если $m<n$, то векторы образуют базис. В) Если $m>n$, то векторы линейно зависимы. Г) Если $m=n$, то векторы образуют базис.	А,В

Время на выполнение: 80 мин.

Критерии оценивания

«отлично» - 85%-100% правильных ответов,
«хорошо»- 65%-85% правильных ответов,
«удовлетворительно»- 50%-65% правильных ответов,
«неудовлетворительно»- менее 50% правильных ответов

В2 – Проверочные работы

Проверочная контрольная работа

Вариант 1

1 Дайте определение алгебраического дополнения элемента.
2 Опишите правило нахождения определителя третьего порядка.
3 Решить матричное уравнение $ABCX = P$
4 Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 4 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$$

5 Найдите общее и частное решение системы

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 6x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

6 Даны вершины треугольника ABC, $A(-5;0)$, $B(7;9)$, $C(5;-5)$. Найти внутренний угол A.

7 Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$, A (0; 1; 2), B (-2; 4; 2), C (-2; 1; 8), D (0; 4; 10). Требуется: Записать векторы $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}$ в системе орт и найти модули этих векторов. Найти площадь грани ABC. Найти объем пирамиды.

Вариант 2

1 Дайте определение транспонированной матрицы.
2 Опишите правило нахождения определителя *n-ого* порядка
3 Решить матричное уравнение АВХС = Р
4 Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

5 Найдите общее и частное решение системы

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 3x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 6x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 16x_2 - 6x_3 + 6x_4 + 7x_5 = 0. \end{cases}$$

6 Даны вершины треугольника ABC, $A(-5;-3)$, $B(7;6)$, $C(5;-8)$.Найти внутренний угол A.

7Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$, A(2; 1; 0), B(0; 4; 0), C(0; 1; 6), D(2; 4; 8).

Требуется: Записать векторы $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}$ в системе орт и найти модули этих векторов. Найти площадь грани ABC. Найти объем пирамиды.

Вариант 3

1 Дайте определение минора элемента.

2 Опишите правило умножения матриц.

3 Решить матричное уравнение XABC = P

4 Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 4 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$$

5 Найдите общее и частное решение системы

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

6 Даны вершины треугольника ABC, $A(-8; -4)$, $B(4; 5)$, $C(2; -9)$. Найти внутренний угол A.

7Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*, *A* (0; 1; 1), *B* (-2; 4; 1), *C* (-2; 1; 7), *D* (0; 4; 9)

Требуется: Записать векторы $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}$ в системе орт и найти модули этих векторов. Найти площадь грани ABC. Найти объем пирамиды.

Проверочная работа по теме «Пределы. Непрерывность функций».

Вариант 1

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \to 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 8x + 15}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \to 2} \frac{x + 5}{3x - 6}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin 17x}{\sin 12x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{7}{x}\right)^{\frac{x}{3}}.$$

Вариант 2

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \to 4} \frac{x^2 + x - 20}{x^2 - 16}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \to 2} \frac{3x + 6}{2x - 4}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin 7x}{\sin 13x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{12}{x}\right)^{\frac{x}{4}}.$$

Вариант 3

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \to 7} \frac{x^2 - 49}{x^2 - 5x - 14}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \to 3} \frac{x^2 + 4}{2x - 6}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin 9x}{\sin 4x}.$$

Вариант 4

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \to 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{x^2 - 25}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \to 5} \frac{x^2 - 1}{2x - 10}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin 8x}{\sin 19x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{15}{x}\right)^{\frac{x}{5}}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{4}{x}\right)^{2x}.$$

Время на выполнение: 40 мин.
Критерии оценивания:
«отлично» - верно выполнено 4 задания;
«хорошо» - верно выполнено 3 задания;
«удовлетворительно» - верно выполнено 2 задания;
«неудовлетворительно» - верно выполнено менее 2 заданий.

Проверочная работа по теме « Производная, физический смысл».

Вариант 1

1.Найти производную функции $y=\sin^6\left(4x^3-2\right)$.

2.Найти производную третьего порядка функции $y=3x^4+\cos 5x$.

3.Написать уравнение касательной к графику функции $f(x)=\frac{3}{x}$ в точке с абсциссой $x_0=-1$, $x_0=1$.

4.Материальная точка движется по закону $x(t)=-\frac{1}{3}t^3+2t^2+5t$. Найти скорость и ускорение в момент времени *t*=5 с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 2

1.Найти производную функции $y=\cos^4\left(6x^2+9\right)$.

2.Найти производную третьего порядка функции $y=2x^5-\sin 3x$.

3.Написать уравнение касательной к графику функции $f(x)=2x-x^2$ в точке с абсциссой $x_0=0$, $x_0=2$.

4.Материальная точка движется по закону $x(t)=t^3-4t^2$. Найти скорость и ускорение в момент времени *t*=5 с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 3

1.Найти производную функции $y=tg^5\left(3x^4-13\right)$.

2.Найти производную третьего порядка функции $y=4x^3-e^{5x}$.

3.Написать уравнение касательной к графику функции $f(x)=x^2+1$ в точке с абсциссой $x_0=0$, $x_0=1$.

4.Материальная точка движется по закону $x(t)=\frac{1}{4}t^4+t^2$. Найти скорость и ускорение в момент времени *t*=5 с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 4

1.Найти производную функции $y=ctg^4\left(5x^3+6\right)$.

2.Найти производную третьего порядка функции $y=5x^4-\cos 4x$.

3.Написать уравнение касательной к графику функции $f(x)=x^3-1$ в точке с абсциссой $x_0=-1$, $x_0=2$.

4.Материальная точка движется по закону $x(t)=t^4-2t$. Найти скорость и ускорение в момент времени *t*=5 с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 5

1.Найти производную функции $y = \arcsin^3 7x^2$.

2.Найти производную третьего порядка функции $y = 4x^4 + \sin 2x$.

3.Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = tgx$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{4}$, $x_0 = \frac{\pi}{3}$.

4.Материальная точка движется по закону $x(t) = 2t^3 - 8$. Найти скорость и ускорение в момент времени *t*=5 с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 6

1.Найти производную функции $y = arctg^6 5x^4$.

2.Найти производную третьего порядка функции $y = 6x^5 + e^{4x}$.

3.Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = 1 + \cos x$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

4.Материальная точка движется по закону $x(t) = t^4 + 2t$. Найти скорость и ускорение в момент времени *t*=5 с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Время на выполнение: 40 мин.

Критерии оценивания:
«отлично» - верно выполнено 4 задания;
«хорошо» - верно выполнено 3 задания;
«удовлетворительно» - верно выполнено 2 задания;
«неудовлетворительно» - верно выполнено менее 2 заданий.

Проверочная работа по теме «Неопределенный интеграл. Непосредственное интегрирование. Замена переменной».

Вариант 1

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

1. $\int \left(5\cos x - 3x^2 + \frac{1}{x}\right)dx$.
2. $\int \frac{3x^8 - x^5 + x^4}{x^5}dx$.
3. $\int \left(6^x \cdot 3^{2x} - 4\right)dx$.
4. $\int \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right)dx$.
5. $\int \frac{dx}{1+16x^2}$.

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

6. $\int (8x-4)^3 dx$.
7. $\int \frac{12x^3 + 5}{3x^4 + 5x - 3}dx$.
8. $\int x^5 \cdot e^{x^6} dx$.
9. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям: $\int (x+5)\cos x dx$.

Вариант 2

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

1. $\int\left(6\sin x+4x^3-\frac{1}{x}\right)dx$.
2. $\int\frac{x^9-3x^7+2x^6}{x^7}dx$.
3. $\int\left(7^x\cdot 2^{2x}+5\right)dx$.
4. $\int\left(\frac{1}{1+x^2}+\frac{1}{\sin^2 x}\right)dx$.
5. $\int\frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}$.

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

6. $\int(7x+5)^4dx$.
7. $\int\frac{18x^2-3}{6x^3-3x+8}dx$.
8. $\int x^7\cdot e^{x^8}dx$.
9. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям: $\int(x-2)\sin x dx$.

Время на выполнение: 45 мин.

Критерии оценивания

«отлично» - 85%-100% правильных ответов,

«хорошо»- 65%-85% правильных ответов,

«удовлетворительно»- 50%-65% правильных ответов,

«неудовлетворительно»- менее 50% правильных ответов

Проверочная работа по теме «Определенный интеграл. Вычисление определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла».

Вариант 1

1. Вычислить определенный интеграл: $\int_0^2\left(4x^2+x-3\right)dx$.
2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки: $\int_2^3(2x-1)^3dx$.
3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=-x^2+4,\quad y=0,\quad x=-2,\quad x=2$.
4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями: $y=\sqrt{x},\quad y=0,\quad x=1,\quad x=4$.
5. Скорость движения точки изменяется по закону $v=3t^2+2t+1$ (м/с). Найти путь S, пройденный точкой за 10 с от начала движения.

Вариант 2

1. Вычислить определенный интеграл: $\int_0^3\left(2x^2-x+4\right)dx$.
2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки: $\int_0^1(3x+1)^4dx$.
3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=-x^2+1,\quad y=0,\quad x=-1,\quad x=1$.

4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями: $y=\sqrt{x}, \quad y=0, \quad x=0, \quad x=1$.
5. Скорость движения точки изменяется по закону $v=9t^2-8t$ (м/с). Найти путь S, пройденный точкой за четвертую секунду.

Время на выполнение: 45 мин.
Критерии оценивания
«отлично» - 85%-100% правильных ответов,
«хорошо»- 65%-85% правильных ответов,
«удовлетворительно»- 50%-65% правильных ответов,
«неудовлетворительно»- менее 50% правильных ответов

Проверочная работа по теме «Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант 1
1.Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений
1. $y=c_1e^{-5x}+c_2e^x, \quad y''+4y'-5y=0$.
2. $y=\dfrac{8}{x}, \quad y'=-\dfrac{1}{8}y^2$.
2.Решить следующие дифференциальные уравнения первого и второго порядка
3. $y'=\dfrac{1}{\cos^2 x}+x^4$.
4. $y'=\dfrac{x-1}{y^2}$.
5. $y'-3y+5=0$.
Вариант 2
1. Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений
$y=c_1e^x+c_2xe^x, \quad y''+2y'+y=0$
2. $y=e^{4x}+2, \quad y'=4y$
2. Решить следующие дифференциальные уравнения первого и второго порядка (для № 3-6).
3. $y'=-6y$
4. $y'=\dfrac{y}{\sqrt{1-x^2}}$
5. $y''-7y'+10y=0$
Вариант 3
1.Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений
1. $y=c_1e^{-2x}+c_2xe^{-2x}, \quad y''+4y'+4y=0$.
2. $y=e^{3x}-5, \quad y'=3y+15$.
2.Решить следующие дифференциальные уравнения первого и второго порядка (для № 6-12).
3. $y'=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}-x^7$.
4. $y'=\dfrac{2x}{y^2}$.
5. $y'+8y-3=0$.
Вариант 4
1.Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений
1. $y=c_1e^{3x}+c_2e^x, \quad y''-y'-6y=0$

2. $y=\frac{5}{x}, \quad y'=-y^2$

2.Решить следующие дифференциальные уравнения первого и второго порядка (для № 6-12).

3. $y'=8y$

4. $y'=\frac{y}{1+x^2}$

5. $y''+8y'+16y=0$

Время на выполнение: 45 мин.
Критерии оценивания
«отлично» - 85%-100% правильных ответов,
«хорошо»- 65%-85% правильных ответов,
«удовлетворительно»- 50%-65% правильных ответов,
«неудовлетворительно»- менее 50% правильных ответов

В 3 – Итоговая контрольная работа

Вариант 1

Задание 1. Найти предел :а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{x}$ б) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-4x+1}{2x+1}$ в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{5}{x}\right)^{2x}$

Задание 2. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y=\frac{1}{2}x^4-4x^2$ на числовом отрезке [1,3]

Задание 3. Найти интеграл $\int 2x^3e^{x^4+1}dx$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\frac{1}{4}x^3, y=x$. Выполнить чертеж.

Задание 5. Решить дифференциальное уравнение $dy=(2x^2-5)dx$ и найти его частное решение, удовлетворяющее условиям: при x=1 y=-4.

Вариант 2

Задание 1. Найти предел: а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin\frac{x}{5}}{x}$ б) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x-2}{x^2-3x+2}$ в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^{-3x}$

Задание 2. Найти наименьшее и наибольшее значение функции $y=x^3-4x^2-3x+6$ на числовом отрезке [2,4].

Задание 3. Найти интеграл $\int\frac{3x^2dx}{(x^3+4)^5}$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2-4, y=0$. Выполнить чертеж.

Задание 5. Решить дифференциальное уравнение $(2x+1)dx-6ydy=0$ и найти его частное решение при x=0, y=1

Вариант 3

Задание 1. Найти предел: а) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin 8x}{x}$ б) $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ в) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2,5x}$

Задание 2. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = x^3 + \frac{9}{2}x^2 - 5$ на числовом отрезке [-1,1].

Задание 3. Найти интеграл $\int 4\sin x \cdot \cos^3 x dx$

Задание 4. Найти площадь фигуры , ограниченной линиями $y = -x^2 - 3x, y = 0$. Выполните чертеж.

Задание 5. Решить дифференциальное уравнение $dy = (4x - 3)dx$ и найти его частное решение, удовлетворяющее условиям : при x=0 y=0.

Вариант 4

Задание 1. Найти предел : а) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin \frac{x}{3}}{x}$ б) $\lim\limits_{x \to 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$ в) $\lim\limits_{x \to 0} (1 + x)^{\frac{3}{x}}$

Задание 2. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 4$ на числовом отрезке [2,4].

Задание 3. Найти интеграл $\int 2x^3 (x^4 + 1)^7 dx$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x - x^2, y = 0$. Выполните чертеж.

Задание 5. Решить дифференциальное уравнение $(x - 3)dx = ydy$ и найти его частное решение, удовлетворяющее условиям : при x=0 y=0.

Вариант 5

Задание 1. Найти предел: а) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin 7x}{3x}$ б) $\lim\limits_{x \to 5} \frac{x^2 - 11x + 30}{x^2 - 25}$ в) $\lim\limits_{x \to 0} (1 - x)^{\frac{4}{x}}$

Задание 2. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 6x - 7$ на числовом отрезке [2,4].

Задание 3. Найти интеграл $\int 5\cos x \cdot \sin^4 x dx$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{1}{4}x^2, y = x$. Выполнить чертеж.

Задание 5. решить дифференциальное уравнение $dy = (x + 1)dx$ и найти его частное решение, удовлетворяющее условиям: при x=0 y=-2.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если верно выполнено 5 заданий;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если верно выполнено 4-5 заданий;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если верно выполнено 3-4 задания;

- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если верно выполнено менее 3х заданий.

Блок C - Оценочные средства для диагностирования сформированности уровня компетенций – «владеть»

Задания, требующие нестандартного подхода в решении.

1) Составить уравнения сторон треугольника, зная его вершину C(4; 1) − , а также уравнения высоты 2 3 12 x y − + = 0 и медианы 2 3 x y + = 0 , проведенных из одной вершины.

2) Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_{99} + x_{100} + x_1 = 0, \\ x_{100} + x_1 + x_2 = 0. \end{cases}$$

3) Найти предел $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(x+a+b)^{2x+a+b}}{(x+a)^{x+a}(x+b)^{x+b}}$.

4) Найти наименьшее и наибольшее значения функции $f(x) = (\arcsin x)^3 + (\arccos x)^3$.

5) Показать, что касательная к графику функции $xy=a^2$ образует с осями координат треугольник постоянной площади.

Блок D - Оценочные средства, используемые в рамках промежуточного контроля знаний, проводимого в форме *экзамена или зачета*.

Вопросы к зачету и экзамену

1 Определители. Их вычисления. Свойства определителя второго порядка.

2 Определитель n-го порядка, его вычисление. Свойства определителя n-го порядка. Разложение определителя по строке и столбцу.

3 Матрицы. Действия с матрицами (сложение, вычитание, умножение матрицы на число, умножение матриц, транспонирование).

4 Обратная матрица. Свойства обратных матриц. Алгоритм вычисления обратной матрицы.

5 Системы m линейных уравнений с n неизвестными. Матричная форма записи линейных уравнений.

6 Исследование произвольных систем линейных уравнений.

7 Методы решения систем линейных уравнений (метод Крамера, метод Гаусса).

8 Методы решения систем линейных уравнений (метод Жордана-Гаусса, метод обратной матрицы).

9 Система однородных линейных уравнений.

10 Элементы векторной алгебры. Понятие вектора, сложение, вычитание, умножение вектора на число.

11 Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения и следствия из них.

12 Векторное произведение. Свойства векторного произведения. Формулы площади и объема.

13 Смешанное произведение, его геометрический смысл. Объем тетраэдра.

14 Прямая на плоскости. Общее уравнение прямой, уравнение прямой, проходящей через точку в заданном направление, уравнение прямой, проходящей через две заданные точки, параметрическое уравнение прямой, векторное уравнение прямой, каноническое уравнение прямой.

15 Угол между прямыми. Условие перпендикулярности и параллельности прямых. Расстояние от точки до плоскости.
16 Уравнение плоскости. Уравнение плоскости в отрезках и в векторной форме. Угол между двумя плоскостями. Условие перпендикулярности и параллельности двух плоскостей. Расстояние от точки до плоскости.
17 Кривые второго порядка, их основные характеристики(эллипс).
18 Кривые второго порядка, их основные характеристики(парабола).
19 Кривые второго порядка, их основные характеристики(гипербола).
20 Общее уравнение кривой второго порядка.
21 Поверхности второго порядка (эллипсоид).
22 Поверхности второго порядка (параболоид).
23 Поверхности второго порядка (эллиптический параболоид).
24 Поверхности второго порядка (гиперболический параболоид).
25 Поверхности второго порядка конус).
26 Числовые последовательности. Ограниченные и неограниченные последовательности.
27 Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
28 Сходящиеся последовательности. Основные свойства сходящихся последовательностей.
29 Предельный переход в неравенствах.
30 Монотонные последовательности. Признак сходимости монотонных последовательностей.
31 Теорема о вложенных отрезках.
32 Последовательность вложенных отрезков.
33 Предел числовой последовательности.
34 Понятие функции. Способы задания функции. Классификация функций.
35 Теоремы о пределах функций.
36 Первый замечательный пределы.
37 Второй замечательный пределы.
38 Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
39 Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Понятие непрерывной функции.
40 Действия с непрерывными функциями.
41 Точки разрыва функции. Классификация точек рарыва.
42 Теорема об устойчивости знака функции.
43 Прохождение непрерывной функции через любое промежуточное значение (первая и вторая теоремы Больцано-Коши, и их геометрический смысл).
44 Понятие ограниченной функции. Теорема об ограниченности непрерывной функции на отрезке(первая теорема Веерштрасса).
45 Теорема о достижении функции, непрерывной на отрезке, своих точных граней (вторая теорема Веерштрасса).
46 Понятие сложной функции. Теорема о непрерывности сложной функции.
47 Определение комплексных чисел и основные операции над ними. Геометрическое изображение комплексных чисел.
48 Умножение и деление комплексных чисел.
49 Тригонометрическая форма комплексных чисел.
50 Возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа. Формула Эйлера.
51 Отображение. Действительная функция одной действительной переменной.
52 Производная функции одной переменной.
53 Понятие дифференцируемости функции в данной точке. Связь между понятиями дифференцируемости и непрерывности.
54 Производная функции высших порядков
55 Понятие дифференциала. Приближенные вычисления с помощью дифференциала.
56 Дифференциал функции высших порядков.
57 Правило дифференцирования сложной функции.
58 Обратная функция и ее дифференцирование.

59 Параметрическое задание функции и ее дифференцирование.
60 Неявно заданная функция и ее дифференцирование.
61 Понятие локального экстремума (необходимое условие локального экстремума).
62 Понятие локального экстремума (достаточное условие локального экстремума).
63 Направление выпуклости и точки перегиба функции. Асимптоты графика функции.
64 Исследование графика функции с помощью первой производной.
65 Исследование графика функции с помощью второй производной.
66 Промежутки возрастания и убывания функции.
67 Точка перегиба. Промежутки выпуклости и вогнутости.
68 Общая схема исследования графика функции.
1 Понятие функции нескольких переменных.
2 Дифференциальные уравнения первого порядка. Геометрический смысл дифференциального уравнения.
3 Понятие функции нескольких переменных. Предел функции двух переменных.
4 Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
5 Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
6 Производные сложных функций нескольких переменных.
7 Множество действительных чисел.
8 Производная по направлению. Градиент.
9 Частные производные высших порядков функции нескольких переменных.
10 Экстремумы функции двух переменных.
11 Мощность множества.
12 Двойной интеграл. Случай прямоугольной области.
13 Дифференциал сложной функции нескольких переменных.
14 Условные и безусловные экстремумы функции двух переменных.
15 Криволинейные интегралы. Вычисление криволинейных интегралов.
16 Комплексные числа. Извлечение корня из комплексного числа.
17 Криволинейные интегралы. Формула Грина.
18 Приложения криволинейных интегралов.
19 Частные производные функции нескольких переменных.
20 Поверхностные интегралы. Вычисление поверхностных интегралов.
21 Основные понятия теории множеств: множества, подмножества, пустое множество, универсальное множество, множество-степень. Способы задания множеств.
22 Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными переменными

$(f (x) = e^{\alpha x} [P_n(x)\cos \beta x + P_m(x)\sin \beta x])$.

23 Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными переменными ($f (x) = a \cos \beta x + b \sin \beta x$).
24 Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами ($f (x) = e^{\alpha x} P_n(x)$).
25 Комплексные числа. Основные понятия.
26 Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами ($f (x) = P_n(x)$).
27 Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
28 Основные понятия дифференциального уравнения второго порядка.
29 Дифференциалы высших порядков функции нескольких переменных.
30 Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка.
1 Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда.
2 Необходимое условие сходимости.
3 Действия над числовыми рядами.
4 Ряды с неотрицательными члена. Знакоположительные ряды. Знакопеременные ряды.
5 Достаточный признак сходимости Даламбера.

6 Достаточный признак сходимости Коши.
7 Достаточный признак сходимости (интегральный).
8 Достаточный признак сходимости Лейбница.
9 Достаточные признаки сходимости (два признака сравнения).
10 Абсолютная и условная сходимости. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
11 Функциональные ряды. Область сходимости.
12 Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса.
13 Свойства равномерно сходящихся рядов: непрерывность суммы ряда, почленное дифференцирование и интегрирование.
14 Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости.
15 Теорема Абеля. Круг сходимости.
16 Ряд Тейлора.
17 Ряд Маклорена.
18 Разложение функций в степенные ряды.
19 Приближенные вычисления значений функций с помощью степенных рядов.
20 Тригонометрический ряд. Свойства.
21 Ряд Фурье. Свойство ортогональности.

Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

Пример

4-балльная шкала	Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно
100 балльная шкала	85-100	70-84	50-69	0-49
Бинарная шкала	Зачтено			Не зачтено

Оценивание выполнения практических заданий

4-балльная шкала	Показатели	Критерии
Отлично	1. Полнота выполнения практического задания; 2. Своевременность выполнения задания; 3. Последовательность и рациональность выполнения задания; 4. Самостоятельность решения;	Задание решено самостоятельно. При этом составлен правильный алгоритм решения задания, в логических рассуждениях, в выборе формул и решении нет ошибок, получен верный ответ, задание решено рациональным способом.
Хорошо		Задание решено с помощью преподавателя. При этом составлен правильный алгоритм решения задания, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор формул для решения; есть объяснение решения, но задание решено нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ.
Удовлетворительно		Задание решено с подсказками преподавателя. При этом задание понято правильно, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе формул или в математических

4-балльная шкала	Показатели	Критерии
		расчетах; задание решено не полностью или в общем виде.
Неудовлетворитель но		Задание не решено.

Оценивание выполнения тестов

4-балльная шкала	Показатели	Критерии
Отлично	1. Полнота выполнения тестовых заданий; 2. Своевременность выполнения; 3. Правильность ответов на вопросы; 4. Самостоятельность тестирования;	Выполнено 91-100 % заданий предложенного теста, в заданиях открытого типа дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос.
Хорошо		Выполнено 75-90% заданий предложенного теста, в заданиях открытого типа дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос; однако были допущены неточности в определении понятий, терминов и др.
Удовлетворительно		Выполнено 65-74 % заданий предложенного теста, в заданиях открытого типа дан неполный ответ на поставленный вопрос, в ответе не присутствуют доказательные примеры, текст со стилистическими и орфографическими ошибками.
Неудовлетворитель но		Выполнено 64 % заданий предложенного теста, на поставленные вопросы ответ отсутствует или неполный, допущены существенные ошибки в теоретическом материале (терминах, понятиях).

Оценивание ответа на экзамене

4-балльная шкала	Показатели	Критерии
Отлично	1. Полнота изложения теоретического материала; 2. Полнота и правильность решения практического задания; 3. Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий); 4. Самостоятельность ответа; 5. Культура речи;	Дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, самостоятельно, и исчерпывающе отвечает на дополнительные вопросы, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса, решил предложенные практические задания без ошибок.
Хорошо		Дан развернутый ответ на поставленный вопрос, где студент демонстрирует знания, приобретенные на лекционных и семинарских занятиях, а также полученные посредством изучения обязательных учебных материалов по курсу, дает аргументированные ответы, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе. Решил предложенные практические задания с

4-балльная шкала	Показатели	Критерии
		небольшими неточностями.
Удовлетворительно		Дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа и решении практических заданий.
Неудовлетворительно		Дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Выводы поверхностны. Решение практических заданий не выполнено, т.е студент не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.

Методика оценивания

Интегральный показатель уровня учебных достижений

$I = \sum_{i=1}^{n} b_i * O_i$, где b_i – коэффициент значимости (вес);

O_i – оценка обучающегося по i-му оценочному средству.

Таким образом, оценка по дисциплине формируется из оценок работы студента в течение семестра по всем типам контроля, а также оценки, полученной студентом при сдаче экзамена и зачета. Результирующая оценка за дисциплину рассчитывается следующим образом:

$O_{результ} = 0{,}1 * O_{тесты} + 0{,}2 * O_{типовые\ задачи.} + 0{,}2 * O_{творческие\ задания} + 0{,}5 * O_{экзамен.}$

Шкала для определения итоговой оценки

Интервалы значений интегрального показателя уровня учебных достижений	Итоговая оценка
$4{,}5 \le I \le 5$	5 (отлично)
$3{,}5 \le I < 4{,}5$	4 (хорошо)
$2{,}5 \le I < 3{,}5$	3 (удовлетворительно)
$I < 2{,}5$	2 (неудовлетворительно)