

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Бузулукский гуманитарно-технологический институт (филиал)  
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
высшего образования  
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра педагогического образования

**Фонд оценочных средств**

по дисциплине

*«Теория чисел»*

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

44.03.01 Педагогическое образование

(код и наименование направления подготовки)

Математическое образование

(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Заочная

Год набора 2024

Фонд оценочных средств предназначен для контроля знаний обучающихся по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование по дисциплине «Теория чисел».

Фонд оценочных средств рассмотрен и утвержден на заседании кафедры педагогического образования

наименование кафедры

протокол № 6 от 26.01.2024г.

Декан факультета

должность

подпись



О.Н. Григорьева

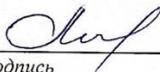
расшифровка подписи

Исполнитель:

ст. преподаватель

должность

подпись



С.А. Литвинова

расшифровка подписи

## Раздел 1 – Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины

Формируемые компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Виды оценочных средств/ шифр раздела в данном документе
ПК*-3 Способен применять предметные знания при реализации образовательного процесса	ПК*-3-В-1 Воспроизводит основные теоретические положения и решает типовые задачи по дисциплинам высшей математики, являющимся теоретическими основами школьного курса математики	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основные классические факты, утверждения и методы теории чисел;</li> <li>– связь теоретических основ и технологических приемов теории чисел с содержанием преподаваемых предметов;</li> <li>– требования образовательных стандартов к предметным результатам освоения основной образовательной программы общего образования по разделам математики, реализующим теорию чисел.</li> </ul>	<p><b>Блок А</b> – задания репродуктивного уровня Тестовые задания Вопросы для собеседования</p>
	ПК*-3-В-2 Осуществляет отбор учебного содержания для реализации в различных формах обучения математике в соответствии с дидактическими целями и возрастными особенностями учащихся	<p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– решать типовые задачи в указанной предметной области;</li> <li>– применять алгоритмы теории чисел в различных математических моделях;</li> <li>– использовать преимущества теоретико-множественного подхода при решении задач школьного курса математики.</li> </ul>	<p><b>Блок В</b> – задания реконструктивного уровня Типовые задачи</p>
	ПК*-3-В-3 Демонстрирует умения отбора вариативного содержания с учетом взаимосвязи урочной и внеурочной формы обучения математике	<p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– содержательной интерпретацией и адаптацией теоретических знаний по преподаваемым предметам для решения образовательных задач;</li> <li>– навыками применения современного инструментария теории чисел для решения профессиональных задач;</li> <li>– навыками использования фундаментальных знаний в области теории чисел в будущей профессиональной деятельности.</li> </ul>	<p><b>Блок С</b> – задания практико-ориентированного уровня Творческие задания</p>

**Раздел 2 - Типовые контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки планируемых результатов обучения по дисциплине (оценочные средства). Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания**

**Блок А**

**А.1 Типовые тестовые задания**

Вопрос 1. (Выберите один правильный ответ)

Укажите число, не сравнимое с числом 4 по модулю 3:

- 1) 26;
- 2) 49;
- 3) 7;
- 4) -17.

*Ответ: 1, 4*

Вопрос 2. (Выберите один правильный ответ)

Укажите числа, не сравнимые по модулю 7:

- 1) 281 и 330;
- 2) 263 и 529;
- 3) 864 и 521;
- 4) 638 и 413.

*Ответ: 4.*

Вопрос 3. (Выберите один правильный ответ)

Закончить формулировку критерия сравнимости: «Целые числа  $a$  и  $b$  сравнимы по модулю  $m$  тогда и только тогда, когда...»:

- 1) принадлежат одному и тому же классу вычетов по модулю  $m$ ;
- 2) имеют одинаковые остатки при делении на  $m$ ;
- 3) разность  $a$  и  $b$  кратна  $m$ ;
- 4) классы вычетов  $a$  и  $b$  по модулю  $m$  равны.

*Ответ: 3.*

Вопрос 4. (Выберите один правильный ответ)

Основное утверждение теоремы Эйлера (формула Эйлера) имеет вид:

- 1)  $a^{\varphi(m)} = 1(\text{mod } m)$ ;
- 2)  $a^{m-1} = 1(\text{mod } m)$ ;
- 3)  $a^{m-1} = 1(\text{mod } \varphi(m))$ ;
- 4)  $a^{\varphi(m)} = 1(\text{mod } \varphi(m))$ .

*Ответ: 1*

Вопрос 5. (Выберите один правильный ответ)

Укажите условие, при котором справедливо свойство сравнений «если  $ac \equiv bc \pmod{m}$ , то  $a \equiv b \pmod{m}$ »:

- 1) все  $c \in \mathbb{Z}$ ;

- 2) все  $c \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ ;
- 3) все  $c$ , такие, что  $(c, m) = 1$ ;
- 4) все  $c \in \mathbb{Z}$  такие, что  $c > 0$ .

Ответ: 3

Вопрос 6 (Выберите два правильных ответа)

Какие из сравнений эквивалентны тому, что целое число  $a$  делится на натуральное  $m$ ?

- 1)  $m \equiv 0 \pmod{a}$
- 2)  $a \equiv 1 \pmod{m}$
- 3)  $a \equiv a \pmod{m}$
- 4)  $m \equiv 1 \pmod{a}$
- 5)  $a \equiv 0 \pmod{m}$
- 6)  $a \equiv m \pmod{m}$

Ответ: 3, 5

Вопрос 7. (Выберите один правильный ответ)

Для натуральных чисел  $a$  и  $k$  выполнено равенство  $a = 7k + 4$ . Какие сравнения из этого следуют?

- 1)  $k \equiv 4 \pmod{7}$
- 2)  $a \equiv 4 \pmod{7}$
- 3)  $a \equiv 7 \pmod{4}$
- 4)  $a \equiv k \pmod{3}$
- 5)  $a \equiv k \pmod{7}$

Ответ: 2

Вопрос 8. (Выберите один правильный ответ)

Любое неалгебраическое число называется:

- 1) трансцендентным
- 2) целым
- 3) иррациональным

Ответ: 1

Вопрос 9. (Выберите один правильный ответ)

Трансцендентность числа  $e$  была доказана:

- 1) Эрмитом
- 2) Гельфондом
- 3) Линдеманом
- 4) Эйлером

Ответ: 1

Вопрос 10. (Выберите один правильный ответ)

Комплексное число называется алгебраическим числом, если оно

- 1) является корнем некоторого многочлена с целыми коэффициентами
- 2) не является корнем некоторого многочлена с произвольными коэффициентами

тами

3) является корнем некоторого многочлена с комплексными или действительными коэффициентами

*Ответ: 1*

## **A.2 Вопросы для собеседования**

1. В десятичной записи числа  $N$  встречаются только цифры 4 и 5, причём цифр 5 на 21 больше, чем цифр 4. Чему может быть равен остаток этого числа при делении на 9?

*Ответ: 6.*

2. Замените  $a$ ,  $b$ ,  $c$  на числа так, чтобы получилась верная цепочка сравнений.  $5^7 \equiv 5 \cdot (5^a)^3 \equiv 5 \cdot b^3 \equiv c \pmod{13}$ . В ответ запишите значение выражения  $a + b + c$ .

*Ответ: -4*

3. Остаток при делении числа 1237 на 5 равен:

*Ответ: 2.*

4. Для любого алгебраического числа  $\alpha$  минимальный многочлен ... над полем рациональных чисел.

*Ответ: неприводим*

5. Сколько решений имеет сравнение  $78x \equiv 30 \pmod{198}$ ?

*Ответ: 6.*

6. Каким свойством обладает функция Эйлера.

*Ответ: мультипликативность.*

7. Если  $(a, m) = 1$ , то сравнение  $ax \equiv b \pmod{m}$  имеет \_\_\_\_\_ решений.

*Ответ: одно и только одно.*

8. Совокупность  $m$  целых чисел, содержащая точно по одному представителю из каждого класса вычетов по модулю  $m$  называется ...

*Ответ: полной*

9. Отношение сравнимости по модулю  $m$  обладает свойством ...

*Ответ: рефлексивности*

10. Отношение сравнимости по модулю  $m$  является отношением ...

*Ответ: эквивалентности*

## **Блок В**

### **В.1 Типовые задачи**

1. Решить сравнение:  $7x \equiv 2 \pmod{13}$ .

*Ответ: 4.*

2. Найти функцию Эйлера для простого числа 71

*Ответ: 70.*

3. Найдите функцию Эйлера для произведения 5·11.

*Ответ: 40.*

4. Найти остаток от деления числа  $7^{402}$  на число 101.

*Ответ: 49.*

5. Дана полная система вычетов (9, 2, 16, 20, 27, 39, 46, 85) по модулю 8. Выбрать из этих чисел те, которые входят в приведенную систему вычетов по модулю 8.

*Ответ: 9, 27, 39, 85.*

## Блок С

### С.1 Задания типа «эссе»

1. Сформулируйте отличие полной системы вычетов от приведенной.

*Ответ: Полная система вычетов – это совокупность вычетов, взятых по одному из каждого класса эквивалентности, а приведенная система вычетов по модулю – это совокупность всех вычетов из полной системы, взаимно простых с модулем.*

2. При каких условиях сравнение  $ax \equiv b \pmod{m}$  не имеет решений.

*Ответ: если  $(a, b) = d$  и  $m$  не кратно  $d$ .*

3. Какие числа являются сравнимыми по модулю.

*Ответ: Если двум целым  $a$  и  $b$  отвечает один и тот же остаток  $r$ .*

4. Перечислите методы решения диофантовых уравнений.

*Предполагаемый ответ: метод полного перебора всех возможных значений переменных; метод разложения на множители; метод выделения полного квадрата; метод, основанный на алгоритме Евклида; метод, с помощью цепных дробей; с помощью теории сравнений.*

5. Для чего используются цепные дроби.

*Ответ: позволяют находить рациональные приближения вещественных чисел*

## Блок D

1) Сравнения (определение и примеры). Необходимые и достаточные условия сравнения чисел.

2) Свойства числовых сравнений.

3) Классы вычетов по модулю  $m$ .

- 4) Полная система вычетов по модулю  $m$  и ее свойства.
- 5) Приведенная система вычетов по модулю  $m$  и ее свойства.
- 6) Функция Эйлера.
- 7) Теоремы Эйлера и Ферма.
- 8) Теоремы о сравнении первой степени с одним неизвестным, имеющем одно решение и не имеющем
- 9) Теоремы о сравнении первой степени с одним неизвестным, имеющем несколько решений.
- 10) Методы решений сравнений первой степени с одним неизвестным.
- 11) Система сравнений первой степени с одним неизвестным.
- 12) Сравнения по простому модулю с одним неизвестным.
- 13) Сравнения по составному модулю.
- 14) Показатели классов по заданному модулю.
- 15) Двучленные сравнения по простому модулю.
- 16) Квадратичные вычеты и невычеты.
- 17) Арифметические приложения теории сравнений
- 18) Бесконечные цепные дроби
- 19) Представление действительных чисел цепными дробями
- 20) Алгебраические и трансцендентные числа

### Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

<i>4-балльная шкала</i>	<i>Отлично</i>	<i>Хорошо</i>	<i>Удовлетворительно</i>	<i>Неудовлетворительно</i>
<i>100 балльная шкала</i>	<i>86-100</i>	<i>75-85</i>	<i>50-74</i>	<i>0-49</i>
<i>Бинарная шкала</i>	<i>Зачтено</i>			<i>Не зачтено</i>

### Оценивание выполнения практических заданий

<i>4-балльная шкала</i>	<i>Показатели</i>	<i>Критерии</i>
<i>Зачтено</i>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <i>Полнота выполнения практического задания;</i></li> <li>2. <i>Своевременность выполнения задания;</i></li> <li>3. <i>Последовательность и рациональность выполнения задания;</i></li> <li>4. <i>Самостоятельность решения.</i></li> </ol>	<p>Задание решено самостоятельно либо с подсказками преподавателя. При этом составлен правильный алгоритм решения задания, в логическом рассуждении и решении нет ошибок либо допущены существенные; правильно сделан выбор формул для решения; есть объяснение решения; допускается, что задание решено нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ.</p>
<i>Не зачтено</i>		Задание не решено.

### Оценивание выполнения тестов

<i>Бинарная шкала</i>	<i>Показатели</i>	<i>Критерии</i>
<i>Зачтено</i>	1. Полнота выполнения тестовых заданий; 2. Своевременность выполнения; 3. Правильность ответов на вопросы; 4. Самостоятельность тестирования.	Выполнено более 50% заданий предложенного теста.
<i>Не зачтено</i>		Выполнено менее 50% заданий предложенного теста.

### **Раздел 3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Основными этапами формирования компетенций по дисциплине при изучении студентами дисциплины являются последовательное изучение содержательно связанных между собой разделов. В целом по дисциплине оценка «зачтено» ставится в следующих случаях:

- обучаемый демонстрирует самостоятельность в применении знаний, умений и навыков к решению учебных заданий в полном соответствии с образцом, данным преподавателем, по заданиям, решение которых было показано преподавателем, следует считать, что компетенция сформирована, но ее уровень недостаточно высок.

- обучаемый способен продемонстрировать самостоятельное применение знаний, умений и навыков при решении заданий, аналогичных тем, которые представлял преподаватель при потенциальном формировании компетенции, подтверждает наличие сформированной компетенции, причем на более высоком уровне. Наличие сформированной компетенции на повышенном уровне самостоятельности со стороны обучаемого при ее практической демонстрации в ходе решения аналогичных заданий следует оценивать, как положительное и устойчиво закрепленное в практическом навыке.

- обучаемый демонстрирует способность к полной самостоятельности (допускаются консультации с преподавателем по сопутствующим вопросам) в выборе способа решения неизвестных или нестандартных заданий в рамках учебной дисциплины с использованием знаний, умений и навыков, полученных как в ходе освоения данной учебной дисциплины, так и смежных дисциплин, следует считать компетенцию сформированной на высоком уровне.

Оценка «незачтено» ставится при неспособности обучаемого самостоятельно продемонстрировать наличие знаний при решении заданий, которые были представлены преподавателем вместе с образцом их решения, отсутствие самостоятельности в применении умения к использованию методов освоения учебной дисциплины и неспособность самостоятельно проявить навык повторения решения поставленной задачи по стандартному образцу свидетельствуют об отсутствии сформированной компетенции. Отсутствие подтверждения наличия сформированности компетенции свидетельствует об отрицательных результатах освоения учебной дисциплины.

При оценивании результатов обучения: знания, умения, навыки и/или опыта деятельности (владения) в процессе формирования заявленных компетенций используются различные формы оценочных средств текущего, рубежного и итогового контроля (промежуточной аттестации).

Таблица – Формы оценочных средств

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
1	Практические задания и задачи	Различают задачи и задания: а) репродуктивного уровня, позволяющие оценивать	Перечень задач и заданий

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
		<p>и диагностировать знание фактического материала (базовые понятия, алгоритмы, факты) и умение правильно использовать специальные термины и понятия, узнавание объектов изучения в рамках определенного раздела дисциплины;</p> <p>б) реконструктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения синтезировать, анализировать, обобщать фактический и теоретический материал с формулированием конкретных выводов, установлением причинно-следственных связей;</p> <p>в) творческого уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения, интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.</p> <p>Рекомендуется для оценки знаний умений и владений студентов.</p> <p>Форма предоставления ответа студента: письменная.</p>	
2	Собеседование (на практическом занятии)	Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенной теме. Рекомендуется для оценки знаний студентов.	Вопросы по разделам дисциплины
3	Тест	<p>Система стандартизированных простых и комплексных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний, умений и владений обучающегося.</p> <p>Рекомендуется для оценки знаний, умений и владений студентов.</p> <p>Используется веб-приложение «Универсальная система тестирования БГТИ». На тестирование отводится 60 минут. Каждый вариант тестовых заданий включает 30 вопросов. Оценка «зачтено» выставляется студенту, если он набрал не менее 50 % правильных ответов. Оценка «не зачтено» ставится, если студент набрал менее 50 % правильных ответов.</p>	Фонд тестовых заданий