МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Бузулукский гуманитарно-технологический институт (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра физики, информатики, математики

Степунина О.А.

«Основы математической обработки информации»

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Направление подготовки
Педагогическое образование__
(код и наименование направления подготовки)

Профиль подготовки
Дошкольное образование, Начальное образование
(наименование профиля подготовки)

Квалификация выпускника
бакалавр

Бузулук 2018

УДК51
ББК 22.1я73
С 79

Степунина О.А.
Основы математической обработки информации: Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины / О.А.Степунина. – Бузулук: БГТИ (филиал) ОГУ, 2018. – 88 с.

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины «Основы математической обработки информации» предназначены для студентов, обучающихся в высших учебных заведениях по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование (профиль Дошкольное образование), (профиль Начальное образование), (профиль Информатика).

УДК51
ББК 22.1я73
С 79

Содержание

Пояснительная записка

Дисциплина «Основы математической обработки информации» относится к дисциплине по выбору федерального компонента естественнонаучного цикла.

Появление данной дисциплины в Федеральном Государственном образовательном стандарте высшего профессионального образования обусловлено необходимостью для современного педагога не только владеть новыми информационными технологиями, но и уметь их применять в своей деятельности. Особое место в системе профессиональной подготовки занимает такой термин, как «информационная грамотность». Этот термин подразумевает умение работать с информацией, то есть эффективно ее получать, критически оценивать, грамотно использовать, а также управлять потоками информации.

Поэтому главной целью данной дисциплины является максимальное развитие интуитивности и практического представления будущих учителей об анализе данных, статистической обработке педагогического эксперимента, научить работать с большим объемом информации.

1 Виды аудиторной и внеаудиторной самостоятельной работы студентов по дисциплине

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы (108 академических часов).

Аудиторная работа предусматривает 4 часа лекционных занятий, 6 часов практических занятий.

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета.

На самостоятельную работу отводится 94 часа. Самостоятельная работа предусматривает самостоятельное изучение вопросов по разделам, самоподготовку к практическим занятиям и зачету.

Контроль результатов самостоятельной работы проходит в письменной форме с представлением обучающимися отчетов о своей деятельности в виде контрольной работы.

Аттестация по дисциплине проходит в форме зачета.

2 Методические рекомендации студентам

2.1 Методические рекомендации по изучению теоретических основ дисциплины

Лекция одна из важных и основных форм обучения и разновидностей информации. Лекция закладывает основы научных знаний, подводит теоретическую базу под изучаемую науку, знакомит студентов с методологией исследования, служит отправным пунктом и указывает направления работы по всем остальным формам и методам учебных занятий. Лекция является экономным по времени способом сообщения значительного объема информации, не умоляя значения других источников учебной информации. Следует заметить, что у лектора есть возможность постоянно улучшать и обновлять содержание лекций. Это делает «живую лекцию» весьма полезной и незаменимой в учебном процессе.

Так, например, в отличие от учебника лекция:

- дает непосредственное общение с лектором;
- представляет разные точки зрения;
- концентрирует внимание обучающихся на наиболее сложных узловых вопросах учебного курса;
- не перезагружена большим объемом справочной и статистической информации, фактическим материалом;
- способствует установлению живой связи студентов с наукой.

Усвоение учебной информации на лекции принципиально важно для последующего усвоения материала. Поэтому для студента очень важно научиться культуре ведения лекционных записей. Конспект лекций полезен тогда, когда изначально ориентирован на одновременную со слушанием лекции мыслительную переработку материала, на выделение и фиксацию в тезисной, аргументированной форме главного содержания лекции.

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО РАБОТЕ НА ЛЕКЦИОННЫХ ЗАНЯТИЯХ

1. Обратить внимание на то, как строится лекция. Она состоит, в основном из:

- вводной части, в которой актуализируется сущность вопроса, идет подготовка к восприятию основного учебного материала;
- основной части, где излагается суть рассматриваемой проблемы;
- заключения, где делаются выводы и даются рекомендации, практические советы.

2. Настроиться на лекцию. Настрой предполагает подготовку, которую рекомендует преподаватель. Например, самостоятельно найти ответ на вопрос домашнего задания, читая раздел рекомендуемого литературного источника и выявить суть рассматриваемых положений. Благодаря такой подготовке возникнут вопросы, которые можно будет выяснить на лекции. Кроме того, соответствующая подготовка к лекции облегчает усвоение нового материала, заранее ориентируя на узловые моменты изучаемой темы. Важна и самоподготовка к лекции через стимулирование чувства интереса, желания узнать новое.

3. Всегда записывайте название и номер лекции. Если лектор говорит план лекции и её каркас, то также стоит записать.

4. Каждый студент должен иметь тетрадь для записей лекций, ручку и набор фломастеров, с помощью которых он фиксирует основные положения лекции и делает схемы. В тетради для записей лекции рекомендуется выделить поля, где можно делать различные пометки в виде вопросов, дополнительного материала, формулировать содержание неизвестных понятий и т.п. Работая над текстом конспекта лекции после занятия, поля можно использовать для уточнения и иллюстрации лекционных записей.

5. Отключить до начала лекции мобильный телефон (или поставить его в бесшумный режим), чтобы случайный звонок не отвлекал преподавателя и других студентов.

6. Слушать лекцию внимательно и сосредоточенно. Не отвлекаться. Ваше внимание должно быть устойчивым. В противном случае есть риск не усвоить именно главные положения темы, оставить за кадром вопросы, которые осложнять учебу в дальнейшем.

7. Если Вы в чем-то не согласны (или не понимаете) с преподавателем, то совсем не обязательно тут же перебивать его и, тем более, высказывать свои представления, даже если они и кажутся Вам верными. Перебивание преподавателя на полуслове – это верный признак невоспитанности. А вопросы следует задавать либо после занятий (для этого их надо кратко записать, чтобы не забыть), либо выбрав момент, когда преподаватель сделал хотя бы небольшую паузу, и обязательно извинившись.

8. Помнить, что лекцию лучше конспектировать, независимо есть тема в учебнике или ее нет. Научитесь правильно составлять конспект лекции.

Конспектирование — сложный и своеобразный вид учебной деятельности. В нем сочетаются процессы восприятия устной речи, переработки услышанного, записи информации и массовой коммуникации. И эти процессы не являются механическими.

Первый этап работы на лекции – аудирование, т.е. прослушивание и восприятие речи. Известным специалистом по высшей нервной деятельности человека Н.П.Бехтеревой было установлено, что головной мозг в каждый отдельный момент может быть занят только одной вполне определенной деятельностью. *Вот почему наиболее полное восприятие лекционной речи возможно при максимальной сосредоточенности.* Разговоры и посторонние занятия во время лекции снижают ваше внимание и качество восприятия информации. *Переспрашивание у соседа отвлекает как ваше внимание от восприятия речи лектора, так и внимание соседа и мешает ему воспринимать информацию.*

Второй этап работы на лекции — анализ и переформулировка текста. Важно знать, что *осознание сказанного происходит в промежутках между произнесенными словами,* т.е. тогда, когда мозг не занят восприятием информации. Паузы, которые делает лектор, предназначаются для осмысления сообщенного, поэтому не пытайтесь в этот момент общаться с соседями.

Воспринятые сведения подвергаются в головном мозге анализу. Мозг сопоставляет услышанную информацию с той, которая хранится в личном банке памяти.

Затем внимание переключается на переработку текста. Ваш мозг старается отбросить ненужную для него информацию и сократить ее объем. Происходит переформулировка мысли заново и ее сворачивание, В этот момент осуществляется внутреннее проговаривание — вы формулируете собственную мысль вслед за лекторской. Если в вашем банке памяти нет информации, сопоставимой с той, которую вы слышите на лекции, то вам приходится заимствовать ее из речи лектора целиком без переработки.

Во время микропауз, возникающих между словами при внутреннем проговаривании, вы вновь воспринимаете произнесенные лектором слова и сохраняете их в кратковременной памяти.

Таким образом, процессы второго этапа наиболее сложные и важные, для их осуществления отведены незначительные промежутки времени, они должны произойти в определенной последовательности. Но обратите внимание, что с некоторого момента на них накладываются процессы первого этапа – прослушивание и прием новой информации, их надо осуществить тогда, когда мозг не работает – в промежутках между внутренней речью. Значит, на лекции два говорящих: вслух – лектор и «про себя» – конспектирующий. Их речи должны постоянно сопрягаться. При этом мозг слушающего находится в состоянии чрезвычайной нагрузки.

Третий этап работы на лекции – процесс записи переформулированного текста. В ходе мыслительной переработки ваш мозг выбирает способ записи преобразованной информации (план, опорные слова или фразы, подробная запись, граф-схема). Если в вашем арсенале памяти нет алгоритмов составления планов или создания граф-схем, то вы вынуждены записывать мысль полностью.

Однако это вовсе не означает, что вы фиксируете все слова целиком. Большинство из вас прибегает к сокращению слов. Причем каждый сокращает одни и те же слова по-своему. Тем не менее, существуют общепринятые приемы сокращения слов, которые основаны на правилах русского языка.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЧУЖОГО КОНСПЕКТА – МАЛОЭФФЕКТИВНОЕ ЗАНЯТИЕ.

Теперь уже понятно, что конспект является результатом сложного аналитико-синтетического процесса – приема, переработки и записи лекторской речи. Мы по-разному записываем известную ранее информацию и совершенно новую для нас: наиболее новую информацию мы записываем подробнее, а уже известную – более кратко. В любом случае мы стремимся записать информацию таким образом, чтобы она составляла единое целое с информацией в нашем банке памяти. Однако не исключено, что новые сведения могут восприниматься и перерабатываться нами неверно из-за непонимания сказанного или недостатка времени. Делая запись в тетради, мы используем собственные приемы сокращений и принципы свертывания информации. Информация может быть свернута до опорных слов, плана, граф-схем или иным способом.

Одноклассник, заимствующий ваш конспект, воспринимает его как незнакомый письменный текст, так как банк памяти и уровень знаний у вас несколько отличаются. Воспользовавшись чужим конспектом, читающий не всегда может полноценно развернуть информацию, обнаружить лишние или недостающие сведения, восстановить целостность изложения и логическую канву лекции. Чужие сокращения трудно расшифровываются, а подчас расшифровываются неверно.

Вот почему конспект, составленный другим человеком, приносит мало пользы.

СОВЕТЫ ПО КОНСПЕКТИРОВАНИЮ ЛЕКЦИЙ

Заимствуйте слова и словосочетания, употребляемые лектором.

Не пытайтесь заменять профессиональные слова и словосочетания синонимами. Точное употребление терминов важно для передачи истинности мысли. Каждый термин, используемый в дисциплине «Основы математической обработки информации» имеет конкретное, точное значение и подмена его синонимом приводит к потере смысла, или непониманию его назначения в дисциплине.

В то же время, не старайтесь писать все дословно: записывать все высказывания просто не имеет смысла: важно уловить главную мысль и основные факты. Записывая основное, формулируйте мысли кратко и своими словами, подкрепляйте примерами или фактами, которые приводит лектор (иногда для этого достаточно несколько ключевых слов).

Чем больше вы учите наизусть, тем сильнее становится ваша память. Чем сильнее ваша память, тем больше вы будете улавливать на слух при прослушивании лекций и меньше нуждаться в громоздких записях.

Готовясь к лекции, заранее выписывайте опорные слова и словосочетания из учебника. Чтобы на лекции быстро записывать термины, слова и словосочетания, полезно осуществлять просмотровое чтение соответствующих параграфов учебника. Если вы выпишите слова и словосочетания, выделенные в тексте учебника курсивом или вразрядку, это облегчит и ускорит процесс конспектирования.

Сворачивайте ранее известную информацию. Если на лекции излагается известная вам информация, это не означает, что ее не нужно фиксировать. Чтобы сохранить логику изложения лекции, запишите ее в кратком виде (граф-схеме, опорном словосочетании или иначе). В этот момент наступает психическая и физиологическая разрядка в чрезвычайно напряженном ритме конспектирования.

Научившись сворачивать знакомую информацию, постепенно переносите этот навык для фиксации новой информации.

Формулировки законов, правил, гипотез, положения теорий, выводы формул записывайте на лекции полностью.

Пользуйтесь приемом составления граф-схемы. Они очень помогают зрительно освоить материал. Вместо текстовой записи фрагмент лекции может быть зафиксирован в виде граф-схемы.

Делайте соответствующие смысловые выделения значимых мыслей. Определите для себя соответствующие обозначения. Например: «!» - важно; «?» - проверить, уточнить и др.

Оставляйте широкие поля в тетради, которые можно использовать для уточняющих записей, комментариев, дополнений и др.; выделяйте разделы, подразделы темы и подтемы.

Учитесь составлять планы. Прибегать к записи лекции в форме плана разумно только в тех ситуациях, когда излагаемая информация хорошо вам знакома. Важно зафиксировать основное содержание в логической последовательности. Как правило, в виде плана конспектируют не всю лекцию, а лишь ее отдельные фрагменты. Для составления планов на лекции требуется умение качественно и быстро перерабатывать информацию, а также навык скорописи.

Учитесь самостоятельно формулировать фразы. Имейте в виду: самостоятельно сформулированная фраза запоминается лучше, чем фраза, записанная под диктовку. Вначале полезно упражняться в изменении печатного текста. Такие упражнения помогают быстро выявлять главное, подбирать синонимы, сохранять профессиональные словосочетания и термины, сокращать фразы. Умение перерабатывать текст формируется также при использовании приемов усваивающего чтения.

Развивайте скоропись. На первых лекциях при конспектировании, как правило, возникает проблема скоростной записи. Необходимо знать, что скорость письма зависит от тренированности мышц, участвующих в микродвижениях. Тренируя специальными упражнениями мускулатуру руки, необходимо также добиваться автоматизма правильного написания слов. Это означает, что вы не должны отвлекать свое внимание на раздумья, как правильно написать то или иное слово. Многократно прописывая специальные термины, а также слова, которые у вас вызывают замедление темпа конспектирования, вы достигнете автоматизма написания слов и разовьете скоропись.

Учитесь сокращать слова. Сокращение слов – один из эффективных способов увеличения скорости письма. Однако на первых лекциях многие из вас сокращают слова как попало или вместо сокращения не дописывают слова, что нельзя рассматривать как сокращенные. Раздумье над способом сокращения слова во время лекции лишь замедляет процесс конспектирования. Для преодоления психологических и лингвистических трудностей при сокращении слов надо иметь в виду следующее:

1. Наибольшее количество информации приходится на первые буквы слова. Поэтому наиболее часто встречающиеся термины на данной лекции, или основные термины модно обозначить одной заглавной буквой и добавлять только окончание (В-е – воспитание, К-вом – коллективом, П-кий – педагогический)

2. В сокращенном слове должны присутствовать буквы корня.

3. Сокращенная часть слова должна оканчиваться на согласную, после которой ставится точка.

4. Для слов, изменяющихся при склонении или спряжении, важны начало и конечная часть слова. Средняя часть существительных может быть выброшена (вос-е, пед-ка, конц-ция, кол-во, кач-во). Также может опускаться конечная часть прилагательных и причастий, если сохранено окончание существительного (соц. среда, пед. деят-ть, восп. система).

5. У относительных местоимений, стоящих после определяемого слова, окончание не может быть отброшено: пр-с, к-рый; проц., к-рому; проц., к-рым.

6. Сокращение должно быть достаточным для восстановления целого слова. Например, сокращение пред, недостаточно для восстановления, так как от слова осталась только приставка и оно может быть расшифровано и как предупреждает, и как предполагает, и как предшествует или предусматривает. Сокращение предст, уже имеет две буквы от корня и может быть восстановлено как представляет. Однако правильнее сократить представ.

7. Новые и редко употребляемые слова лучше фиксировать полностью, пока они не войдут в ваш активный словарь. Если производить сокращение неусвоенных слов, то через некоторое время они не смогут быть восстановлены, а их смысл забудется.

8. Предварительно познакомьтесь с общепринятыми сокращениями, которые можно найти в энциклопедиях и словарях (м.б. —может быть; т.о. — таким образом, к-рый — который; пед. – педагогика; напр. — например).

Используйте аббревиатуры. При записи лекции удобно использовать аббревиатуры – сокращения словосочетаний, составленные из начальных букв слов, или сокращения сложных слов, составленные из начальных букв корней. Многие аббревиатуры словосочетаний хорошо известны: УВП – учебно-воспитательный процесс, ЛОО – личностно ориентированное обучение, ММ – математические модели, ВМ – вероятностные модели, ДСВ – дискретные случайные величины, НСВ – непрерывные случайные величины. Такие аббревиатуры записываются заглавными буквами и пишутся без точек. Зная, из каких корней состоит сложное слово, можно самим вводить некоторые из них. Например, самовоспитание -сВ, самоанализ - сА. В этом случае вторую или обе буквы можно записывать строчными буквами, между которыми не ставят точки.

Если пополнять свою память знаниями происхождения иностранных слов, вы сможете быстро составлять аббревиатуры. Предварительно следует потренироваться. Вашим помощником может стать словарь иностранных слов.

Используйте при конспектировании общенаучные символы. Для увеличения скорости записи используйте сокращения, применяемые в разных областях знания: => - следует; // — параллельно, ∃— существует, ∈ — принадлежит, N – нормальный закон распределения, V — объем, E — энергия, 1/2 -половина, ∀ - любой, всякий, каждый, ! - единственный.

Возьмите за правило работать над конспектами лекции следующим образом:

- повторить изученный материал по конспекту;
- непонятные предложения вынести на поля и уточнить их значение;
- делайте больше отступов: не надо писать все одной сплошной строкой, где ничего не разберёшь. Это будет удобно для повторения и в целом для ваших глаз;
- неоконченные фразы, недописанные слова и предложения устранить, пользуясь данными учебника или других рекомендованных источников;
- завершить техническое оформление лекции: подчеркните главные мысли, отметьте разделы и подразделы, выделите вопросы и подвопросы;
- старайтесь поменьше использовать на лекциях диктофоны, поскольку потом трудно будет «декодировать» неразборчивый голос преподавателя, все равно потом придется переписывать лекцию (а с голоса очень трудно готовиться к ответственным экзаменам). Диктофоны часто отвлекают преподавателя тем, что студент ничего не делает на лекции, а преподаватель чувствует себя неуютно и вместо того, чтобы свободно размышлять над проблемой, читает лекцию намного хуже, чем он мог бы это сделать.
- для пропущенной лекции оставьте несколько страниц в тетради и восстановите ее содержание во время самостоятельной работы. В противном случае вы нарушите целостность изучаемого цикла.

СОВЕТЫ ПО УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЮ КОНСПЕКТА ЛЕКЦИИ

Дописывайте на полях то, что вспомнилось после лекции и является важным. Спустя 48 ч значительная часть воспринятой информации в памяти теряется. Поэтому поработайте с конспектом в первые 48 ч после чтения лекции. В этот интервал хорошо вспоминается услышанное на лекции. Повторный ввод новой информации в память способствует ее долговременному запоминанию. Во время работы с конспектом дописывайте на полях информацию, которая вам вспомнилась позже и которую вы считаете важным зафиксировать. Вы можете дополнить текст лекции схематичными рисунками и граф-схемами.

Вносите в конспект дополнительную информацию. Если для понимания содержания лекции вы считаете необходимым внести *недостающую информацию, записывайте ее на полях* или клейких листочках.

Фиксируйте на полях значения новых слов. Работая с конспектом лекции, *уточняйте смысл незнакомых: слов в словарях и энциклопедиях. Никогда не пропускайте слов, значения которых вам незнакомы,* тогда вы избежите трудностей при понимании и запоминании нового материала. Записывайте на полях лекционной тетради значения новых слов и специальных терминов, это позволит вам быстрее и эффективнее работать с конспектом.

СЛАГАЕМЫЕ УСПЕШНОЙ РАБОТЫ НА ЛЕКЦИИ

Некоторые качества, благодаря которым работа на лекциях становится эффективной, мы уже отметили: сосредоточенность, внимание, вдумчивость, умение перерабатывать и быстро записывать текст. Однако для достижения успеха этого мало. Конспектирование возможно в том случае, когда содержащаяся в лекции информация доступна для вас: *законспектировать то, что не понимаешь, трудно.*

Непреодолимую преграду для понимания содержания лекции могут создать пропущенные лекции и занятия, небрежное отношение к прослушанным ранее лекциям, низкий уровень знаний.

Обратим внимание на то, что владение *50% информации по теме лекции является одной из предпосылок к успешному восприятию новой информации.* Вот почему целесообразность подготовки к каждой новой лекции (*работа по конспекту предыдущей лекции и просмотровое чтение соответствующего материала по учебной книге*) не вызывает сомнений.

Кроме этого, *нужно стремиться к расширению словарного запаса и активному использованию слов на практике, повышению культуры речи*. Пополнить лексический запас можно, обращаясь к различным словарям (толковому, лингвистическому, иностранных слов и др.) и энциклопедическим изданиям. Повышению культуры речи будет способствовать вдумчивое чтение как художественной, так и научно-популярной литературы, журналов. *Целесообразно во время работы с конспектом лекции уточнять значения неизвестных или малопонятных слов в справочниках, энциклопедиях и словарях.* При невозможности найти самостоятельно значение непонятного слова следует обратиться за разъяснениями к преподавателю или библиотекарю.

Лекция как особая форма интеллектуальной работы представляет собой также процесс общения лектора и слушателей. Как уже отмечалось, на лекции несколько говорящих, но вслух произносит мысли только лектор. Он не может останавливаться и отвечать на реплики из аудитории и вопросы, не относящиеся к теме лекции. Речь лектора представляет собой, как правило, монолог и ведется в соответствии с интересами всех слушателей и с задачами лекции в целом. В этот момент педагог должен реагировать только на те замечания, которые относятся к темпу и внятности его речи.

Ваше уважительное отношение к лектору и к другим слушателям, предварительная подготовка, систематическая и осознанная работа на лекции предопределяют успех лекционного занятия как особого вида учебной деятельности.

ОБЩИЕ ПРАВИЛА РАБОТЫ В ТЕТРАДИ ДЛЯ ЛЕКЦИЙ

1. Подпишите тетрадь, указав название читаемого курса, свою фамилию, группу и год обучения.

2. Проведите поля на страницах тетради. Они понадобятся для внесения дополнительных записей.

3. На каждой лекции записывайте дату, номер и тему лекции.

4. Используйте эту тетрадь по назначению.

2.2 Методические рекомендации по работе с учебной литературой

Теоретический материал дисциплины предполагает изучение четырех разделов. Ниже приведено содержание разделов и рекомендации по использованию учебной литературы.

Раздел № 1 Средства формализации в исследовании. Элементарные математические модели. Формализация задачи, объекта исследования. Методы математического моделирования.

– Бельчик, Т.А. Основы математической обработки информации с помощью SPSS [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Т.А. Бельчик. - Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2013. - 232 с. - ISBN 978-5-8353-1265-8. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php? page=book&id=232214 - Лекции №1, №2, №5.

– Математические методы в психологии [Электронный ресурс]: учеб. пособие/А.И.Новиков, Н.В.Новикова - Москва: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 256 с. – ISBN 978-5-16-009891-3 - Режим доступа: http://znanium.com/catalog/product/460890 - введение стр. 3-10, п 1.1

– Степунина О.А., Основы математической обработки информации: Методические указания к практическим занятиям/ О.А.Степунина. – Бузулук: БГТИ (филиал) ОГУ, 2018. – 61 с. – пункт 2.1

– Раздел 2.3.1 данного пособия

Раздел № 2 Основные понятия теории вероятностей. Повторные испытания. Случайные величины. Числовые характеристики. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Нормальное распределение. Равномерное распределение. Показательное распределение. Законы распределения.

– Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебник / Н.Ш. Кремер . – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2015 . – 552 с. – ISBN 978-5-238-01270-4 . – Режим доступа: https://lib.rucont.ru/efd/352650 – Раздел 1: гл. 1.

– Катальников, В.В. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]/ В.В. Катальников, Ю.В. Шапарь ; науч. ред. И.А. Шестакова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина. - 2-е изд., перераб. - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. - 72 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7996-1158-3. – Режим доступа: **Ошибка! Недопустимый объект гиперссылки.** – Разделы А, Б, В, Г.

– Применение математических знаний в профессиональной деятельности: пособие для саморазвития бакалавра [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н.П. Пучков, Т.В. Жуковская, Е.А. Молоканова и др. ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет». - Тамбов : Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2013. - Ч. 2. Теория вероятностей и математическая статистика. - 65 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-8265-1186-2. – Режим доступа:
http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=277934 - Разделы 1-3

– Степунина О.А., Основы математической обработки информации: Методические указания к практическим занятиям/ О.А.Степунина. – Бузулук: БГТИ (филиал) ОГУ, 2018. – 61 с. – пункт 2.2

– Раздел 2.3.2 данного пособия

Раздел № 3 Основные понятия математической статистики, используемые в математической обработке психолого-педагогических данных. Приближенные оценки основных статистических показателей. Определение необходимого объема выборки. Признаки и переменные. Шкалы измерения. Распределение признака. Параметры распределения.

– Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебник / Н.Ш. Кремер . – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2015 . – 552 с. – ISBN 978-5-238-01270-4 . – Режим доступа: https://lib.rucont.ru/efd/352650– Раздел 2: гл. 8, 9.

– Бельчик, Т.А. Основы математической обработки информации с помощью SPSS [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Т.А. Бельчик. - Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2013. - 232 с. - ISBN 978-5-8353-1265-8. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php? page=book&id=232214 – Лекции №3, №4.

– Математические методы в психологии [Электронный ресурс]: учеб. пособие/А.И.Новиков, Н.В.Новикова - Москва: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 256 с. – ISBN 978-5-16-009891-3 - Режим доступа: http://znanium.com/catalog/product/460890 - гл. 1, 2.

– Катальников, В.В. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]/ В.В. Катальников, Ю.В. Шапарь ; науч. ред. И.А. Шестакова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина. - 2-е изд., перераб. - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. - 72 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7996-1158-3. – Режим доступа: **Ошибка! Недопустимый объект гиперссылки.** – Раздел Г

– Применение математических знаний в профессиональной деятельности: пособие для саморазвития бакалавра[Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н.П. Пучков, Т.В. Жуковская, Е.А. Молоканова и др. ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет». - Тамбов : Издательство ФГБОУ ВПО

«ТГТУ», 2013. - Ч. 2. Теория вероятностей и математическая статистика. - 65 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-8265-1186-2. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=277934 - разделы 5-7

– Сильченкова, С.В. Разработка системы применения статистических методов в педагогическом исследовании / С. В. Сильченкова // Alma mater: Вестник высшей школы, 2012. - N 5. - С. 38-41. - Библиогр.: с. 41 (5 назв.).

– Степунина О.А., Основы математической обработки информации: Методические указания к практическим занятиям/ О.А.Степунина. – Бузулук: БГТИ (филиал) ОГУ, 2018. – 61 с. – пункт 2.3

– Раздел 2.3.3 данного издания

Раздел № 4 Методы математической статистики. Выборочный метод. Выявление различий в уровне исследуемого признака. Алгоритм принятия решения о выборе критерия для сопоставления. Оценка достоверности сдвига в значениях исследуемого признака. Критерии достоверности оценок: выявление различий в распределении признака, многофункциональные статистические критерии. Проверка гипотез о законах распределения. Метод ранговой корреляции. Дисперсионный анализ.

– Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебник / Н.Ш. Кремер . – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2015 . – 552 с. – ISBN 978-5-238-01270-4 . – Режим доступа: https://lib.rucont.ru/efd/352650– Раздел 2: гл. 11, 12.

– Бельчик, Т.А. Основы математической обработки информации с помощью SPSS [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Т.А. Бельчик. - Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2013. - 232 с. - ISBN 978-5-8353-1265-8. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php? page=book&id=232214 – Лекции №3, №4.

– Математические методы в психологии [Электронный ресурс]: учеб. пособие/А.И.Новиков, Н.В.Новикова - Москва: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 256 с. – ISBN 978-5-16-009891-3 - Режим доступа: http://znanium.com/catalog/product/460890 - гл. 4, 5

– Катальников, В.В. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]/ В.В. Катальников, Ю.В. Шапарь ; науч. ред. И.А. Шестакова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина. - 2-е изд., перераб. - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. - 72 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7996-1158-3. – Режим доступа: http://biblioclub.ru /index.php?page=book&id=276210 – Раздел Г

 Применение математических знаний в профессиональной деятельности: пособие для саморазвития бакалавра[Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н.П. Пучков, Т.В. Жуковская, Е.А. Молоканова и др. ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет». - Тамбов : Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2013. - Ч.

2. Теория вероятностей и математическая статистика. - 65 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-8265-1186-2. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=277934 - разделы 5-7

– Сильченкова, С.В. Разработка системы применения статистических методов в педагогическом исследовании / С. В. Сильченкова // Alma mater: Вестник высшей школы, 2012. - N 5. - С. 38-41. - Библиогр.: с. 41 (5 назв.).

– Степунина О.А., Основы математической обработки информации: Методические указания к практическим занятиям/ О.А.Степунина. – Бузулук: БГТИ (филиал) ОГУ, 2018. – 61 с. – пункт 2.3

– Раздел 2.3.4 данного издания

2.3 Теоретический материал для самостоятельной работы

2.3.1 Использование математического языка для записи и обработки информации

Математические модели

Модель (*modele (фр.)*, от лат. *modulus* — «мера, аналог, образец») – это упрощенное представление реального устройства и/или протекающих в нем процессов, явлений.

Построение и исследование моделей, то есть моделирование, облегчает изучение имеющихся в реальном устройстве (процессе) свойств и закономерностей.

Моделирование является обязательной частью исследований и разработок, неотъемлемой частью нашей жизни, поскольку сложность любого материального объекта и окружающего его мира бесконечна вследствие неисчерпаемости материи и форм её взаимодействия внутри себя и с внешней средой.

Одни и те же устройства, процессы, явления и т. д. (далее – «системы») могут иметь много разных видов моделей. Как следствие, существует много названий моделей, большинство из которых отражает решение некоторой конкретной задачи. На рисунке 2.1 приведена классификация.

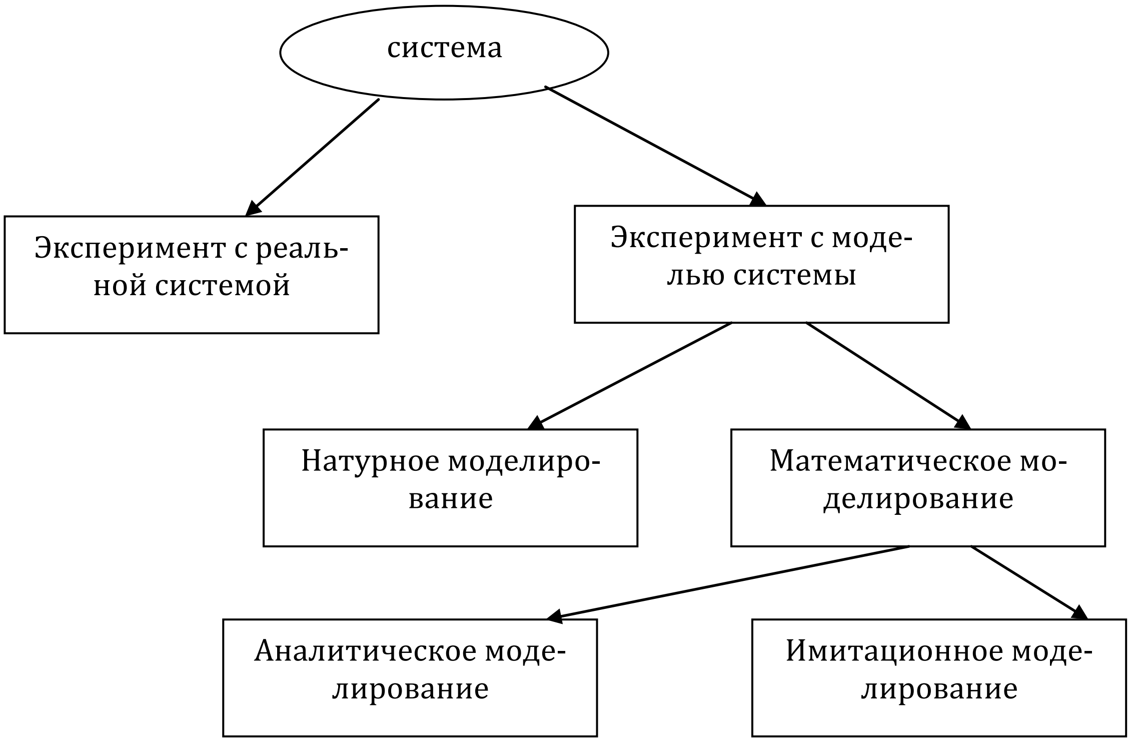


Рис. 2.1 Иерархия моделирования системы

Моделирование всегда предполагает принятие допущений той или иной степени важности. При этом должны удовлетворяться следующие требования к моделям:

• *адекватность*, то есть соответствие модели исходной реальной системе и учет, прежде всего, наиболее важных качеств, связей и характеристик. Оценить адекватность выбранной модели, особенно, например, на начальной стадии проектирования, когда вид создаваемой системы ещё неизвестен, очень сложно. В такой ситуации часто полагаются на опыт предшествующих разработок или применяют определенные методы;

• *точность*, то есть степень совпадения полученных в процессе моделирования результатов с заранее установленными, желаемыми. Здесь важной задачей является оценка потребной точности результатов и имеющейся точности исходных данных, согласование их как между собой, так и с точностью используемой модели;

• *универсальность*, то есть применимость модели к анализу ряда однотипных систем в одном или нескольких режимах функционирования. Это позволяет расширить область применимости модели для решения большего круга задач;

• *целесообразная экономичность*, то есть точность получаемых результатов и общность решения задачи должны увязываться с затратами на моделирование. И удачный выбор модели, как показывает практика, – результат компромисса между отпущенными ресурсами и особенностями используемой модели;

• и др.

Эвристические модели

Эвристические модели, как правило, представляют собой образы, рисуемые в воображении человека. Их описание ведется словами естественного языка (например, вербальная информационная модель) и, обычно, неоднозначно и субъективно. Эти модели не формализуемы, то есть не описываются формально-логическими и математическими выражениями, хотя и рождаются на основе представления реальных процессов и явлений.

Эвристическое моделирование – основное средство вырваться за рамки обыденного и устоявшегося. Но способность к такому моделированию зависит, прежде всего, от богатства фантазии человека, его опыта и эрудиции. Эвристические модели используют на начальных этапах проектирования или других видов деятельности, когда сведения о разрабатываемой системе ещё скудны. На последующих этапах проектирования эти модели заменяют на более конкретные и точные.

Натурные модели

Отличительной чертой этих моделей является их подобие реальным системам (они материальны), а отличие состоит в размерах, числе и материале элементов и т. п. По принадлежности к предметной области модели подразделяют на следующие:

• *Физические модели.* Это – реальные изделия, образцы, экспериментальные и натурные модели, когда между параметрами системы и модели одинаковой физической природы существует однозначное соответствие. Выбор размеров таких моделей ведется с соблюдением *теории подобия*.

Физическое моделирование – основа наших знаний и средство проверки наших гипотез и результатов расчетов. Физическая модель позволяет охватить явление или процесс во всём их многообразии, наиболее адекватна и точна, но достаточно дорога, трудоемка и менее универсальна. В том или ином виде с физическими моделями работают на всех этапах проектирования.

• *Технические модели*;

• *Социальные модели*;

• *Экономические модели и т.д.*

Математические модели

Математические модели – формализуемые, то есть представляют собой совокупность взаимосвязанных математических и формально-логических выражений, как правило, отображающих реальные процессы и явления (физические, психические, социальные и т. д.). По форме представления бывают:

• *аналитические модели*. Их решения ищутся в замкнутом виде, в виде функциональных зависимостей. Удобны при анализе сущности описываемого явления или процесса и использовании в других математических моделях, но отыскание их решений бывает весьма затруднено;

• *численные модели*. Их решения – дискретный ряд чисел (таблицы). Модели универсальны, удобны для решения сложных задач, но не наглядны и трудоемки при анализе и установлении взаимосвязей между параметрами. В настоящее время такие модели реализуют в виде программных комплексов – пакетов программ для расчета на компьютере. Программные комплексы бывают прикладные, привязанные к предметной области и конкретному объекту, явлению, процессу, и общие, реализующие универсальные математические соотношения (например, расчет системы алгебраических уравнений);

• *формально-логические информационные модели* – это модели, созданные на формальном языке.

Построение математических моделей возможно следующими способами

• аналитическим путем, то есть выводом из физических законов, математических аксиом или теорем;

• экспериментальным путем, то есть посредством обработки результатов эксперимента и подбора приближенно совпадающих(аппроксимирующих) зависимостей.

Математические модели более универсальны и дешевы, позволяют поставить «чистый» эксперимент, прогнозировать развитие явления или процесса, отыскать способы управления ими. Математические модели – основа построения компьютерных моделей и применения вычислительной техники.

Разновидности моделирования

С понятием «модель» мы сталкиваемся с детства. Игрушечный автомобиль, самолет или кораблик для многих были любимыми игрушками, равно как и плюшевый медвежонок или кукла. В развитии ребенка, в процессе познания им окружающего мира, такие игрушки, являющиеся, по существу, моделями реальных объектов, играют важную роль. В подростковом возрасте для многих увлечение авиамоделированием, судомоделированием, собственноручным созданием игрушек, похожих на реальные объекты, оказало влияние на выбор жизненного пути.

Общее между игрушечным корабликом и рисунком на экране компьютера, изображающим сложную математическую абстракцию, заключается в том, что и в том, и в другом случае мы имеем образ реального объекта или явления, «заместителя» некоторого «оригинала», воспроизводящего его с той или иной достоверностью и подробностью. Или то же самое другими словами: модель является представлением объекта в некоторой форме, отличной от формы его реального существования.

Практически во всех науках о природе, живой и неживой, об обществе, построение и использование моделей является мощным орудием познания. Реальные объекты и процессы бывают столь многогранны и сложны, что лучшим способом их изучения часто является построение модели, отображающей лишь какую-то грань реальности и потому многократно более простой, чем эта реальность, и исследование вначале этой модели. Многовековой опыт развития науки доказал на практике плодотворность такого подхода.

В моделировании есть два заметно разных пути. Модель может быть похожей копией объекта, выполненной из другого материала, в другом масштабе, с отсутствием ряда деталей. Например, это игрушечный кораблик, самолетик, домик из кубиков и множество других натурных моделей. Модель может, однако, отображать реальность более абстрактно - словесным описанием в свободной форме, описанием, формализованным по каким-то правилам, математическими соотношениями и т.д.

В прикладных областях различают следующие виды абстрактных моделей;

I) традиционное (прежде всего для теоретической физики, а также механики, химии, биологии, ряда других наук) математическое моделирование без какой-либо привязки к техническим средствам информатики;

II) информационные модели и моделирование, имеющие приложения в информационных системах;

III) вербальные (т.е. словесные, текстовые) языковые модели;

IV) информационные (компьютерные) технологии, которые надо делить

А) на инструментальное использование базовых универсальных программных средств (текстовых редакторов, СУБД, табличных процессоров, телекоммуникационных пакетов);

Б) на компьютерное моделирование, представляющее собой

• вычислительное (имитационное) моделирование;

• «визуализацию явлений и процессов» (графическое моделирование);

• «высокие» технологии, понимаемые как специализированные прикладные технологии, использующие компьютер (как правило, в режиме реального времени) в сочетании с измерительной аппаратурой, датчиками, сенсорами и т.д.

Итак, укрупненная классификация абстрактных (идеальных) моделей такова.

1.Вербальные (текстовые) модели. Эти модели используют последовательности предложений на формализованных диалектах естественного языка для описания той или иной области действительности (примерами такого рода моделей являются полицейский протокол, правила дорожного движения).

2.Математические модели - очень широкий класс знаковых моделей (основанных на формальных языках над конечными алфавитами), широко использующих те или иные математические методы. Например, можно рассмотреть математическую модель звезды. Эта модель будет представлять собой сложную систему уравнений, описывающих физические процессы, происходящие в недрах звезды. Математической моделью другого рода являются, например, математические соотношения, позволяющие рассчитать оптимальный (наилучший с экономической точки зрения) план работы какого-либо предприятия.

3.Информационные модели - класс знаковых моделей, описывающих информационные процессы (возникновение, передачу, преобразование и использование информации) в системах самой разнообразной природы.

Граница между вербальными, математическими и информационными моделями может быть проведена весьма условно; вполне возможно считать информационные модели подклассом математических моделей. Однако, в рамках информатики как самостоятельной науки, отделенной от математики, физики, лингвистики и других наук, выделение информационных моделей в отдельный класс является целесообразным.

Отметим, что существуют и иные подходы к классификации абстрактных моделей; общепринятая точка зрения здесь еще не установилась. В частности, есть тенденция резкого расширения содержания понятия «информационная модель», при котором информационное моделирование включает в себя и вербальные, и математические модели.

Основное содержание данной главы связано с прикладными математическими моделями, в реализации которых используются компьютеры. Это вызвано тем, что внутри информатики именно компьютерное математическое и компьютерное информационное моделирование могут рассматриваться как ее составные части. Компьютерное математическое моделирование связано с информатикой технологически; использование компьютеров и соответствующих технологий обработки информации стало неотъемлемой и необходимой стороной работы физика, инженера, экономиста, эколога, проектировщика ЭВМ и т.д. Неформализованные вербальные модели не имеют столь явно выраженной привязки к информатике - ни в принципиальном, ни в технологическом аспектах.

Классификация математических моделей

К классификации математических моделей разные авторы подходят по-своему, положив в основу классификации различные принципы. Можно классифицировать модели по отраслям наук (математические модели в физике, биологии, социологии и т.д.) – это естественно, если к этому подходит специалист в какой-то одной науке. Можно классифицировать по применяемому математическому аппарату (модели, основанные на применении обыкновенных дифференциальных уравнений, дифференциальных уравнений в частных производных, стохастических методов, дискретных алгебраических преобразований и т.д.) – это естественно для математика, занимающегося аппаратом математического моделирования. Наконец, человек, интересующийся общими закономерностями моделирования в разных науках безотносительно к математическому аппарату, ставящий на первое место цели моделирования, скорее всего заинтересуется такой классификацией:

•дескриптивные (описательные) модели;
•оптимизационные модели;
•многокритериальные модели;
•игровые модели;
•имитационные модели.

Остановимся на этом чуть подробнее и поясним на примерах. Моделируя движение кометы, вторгшейся в Солнечную систему, мы описываем (предсказываем) траекторию ее полета, расстояние, на котором она пройдет от Земли и т. д. , т. е. ставим чисто описательные цели. У нас нет никаких возможностей повлиять на движение кометы, что-то изменить.

На другом уровне процессов мы можем воздействовать на них, пытаясь добиться какой-то цели. В этом случае в модель входит один или несколько параметров, доступных нашему влиянию. Например, меняя тепловой режим в зернохранилище, мы можем стремиться подобрать такой, чтобы достичь максимальной сохранности зерна, т. е. оптимизируем процесс.

Часто приходится оптимизировать процесс по нескольким параметрам сразу, причем цели могут быть весьма противоречивыми. Например, зная цены на продукты и потребность человека в пище, организовать питание больших групп людей (в армии, летнем лагере и др.) как можно полезнее и как можно дешевле. Ясно, что эти цели, вообще говоря, совсем не совпадают, т.е. при моделировании будет несколько критериев, между которыми надо искать баланс.

Игровые модели могут иметь отношение не только к детским играм (в том числе и компьютерным), но и к вещам весьма серьезным. Например, полководец перед сражением в условиях наличия неполной информации о противостоящей армии должен разработать план: в каком порядке вводить в бой те или иные части и т.д., учитывая и возможную реакцию противника. Есть специальный достаточно сложный раздел современной математики - теория игр, - изучающий методы принятия решений в условиях неполной информации.

Наконец, бывает, что модель в большой мере подражает реальному процессу, т.е. имитирует его. Например, моделируя изменение (динамику) численности микроорганизмов в колонии, можно рассматривать много отдельных объектов и следить за судьбой каждого из них, ставя определенные условия для его выживания, размножения и т.д. При этом иногда явное математическое описание процесса не используется, заменяясь некоторыми словесными условиями (например, по истечении некоторого отрезка времени микроорганизм делится на две части, а другого отрезка - погибает). Другой пример – моделирование движения молекул в газе, когда каждая молекула представляется в виде шарика, и задаются условия поведения этих шариков при столкновении друг с другом и со стенками (например, абсолютно упругий удар); при этом не нужно использовать никаких уравнений движения.

Можно сказать, что чаще всего имитационное моделирование применяется в попытке описать свойства большой системы при условии, что поведение составляющих ее объектов очень просто и четко сформулировано. Математическое описание тогда производится на уровне статистической обработки результатов моделирования при нахождении макроскопических характеристик системы. Такой компьютерный эксперимент фактически претендует на воспроизведение натурного эксперимента: на вопрос «зачем же это делать» можно дать следующий ответ: имитационное моделирование позволяет выделить «в чистом виде» следствия гипотез, заложенных в наши представления о микрособытиях, очистив их от неизбежного в натурном эксперименте влияния других факторов, о которых мы можем даже не подозревать. Если же, как это иногда бывает, такое моделирование включает и элементы математического описания событий на микроуровне, и если исследователь при этом не ставит задачу поиска стратегии регулирования результатов (например, управления численностью колонии микроорганизмов), то отличие имитационной модели от дескриптивной достаточно условно; это, скорее, вопрос терминологии.

Таблицы

Статистическая таблица представляет собой систему построенных особым образом горизонтальных строк и вертикальных столбцов, имеющих общий заголовок, заглавия граф и строк, на пересечении которых и записываются статистические данные.

Подлежащее таблицы – это объект статистического изучения, т.е. отдельные единицы совокупности, их группы или вся совокупность в целом.

Сказуемое таблицы – это статистические показатели, характеризующие изучаемый объект.

Различают три вида статистических таблиц:

– простые;
– групповые;

– комбинационные (комбинированные).

Простые таблицы, как правило, содержат справочный материал, где дается перечень групп или единиц, составляющих объект изучения. Сказуемое этих таблиц содержит абсолютные величины, отражающие объемы изучаемых процессов (табл.2.1)

Таблица 2.1 Распределение школьников по нарушениям осанки и зрения

№	Наименование нарушений	Число случаев
1	Левосторонний сколиоз	
2	Правосторонний сколиоз	
3	Близорукость	
4	Дальнозоркость	

В *групповых таблицах* статистическая совокупность разбивается на отдельные группы по какому-либо одному существенному признаку, при этом каждая группа характеризуется рядом показателей (табл. 2.2).

Таблица 2.2 Распределение школьников по нарушениям осанки и зрения и динамика изменений этих нарушений у учащихся в зависимости от возраста

№	Нарушение осанки и зрения	Возраст учащихся				Всего
		7 – 9	10 – 12	13 – 15	16 – 18	
1	Левосторонний сколиоз					
2	Правосторонний сколиоз					
3	Близорукость					
4	Дальнозоркость					
	Итого					

Комбинированные таблицы – это таблицы, где подлежащее представляет собой группировку единиц совокупности по двум и более признакам, которые распределяются на группы сначала по одному признаку, а затем на подгруппы по другому признаку внутри каждой из уже выделенных групп. Комбинационная таблица устанавливает существенную связь между факторами группировки (табл. 2.3)

Таблица 2.3 Распределение школьников по нарушениям осанки и зрения и динамика изменений этих нарушений у учащихся в зависимости от возраста и пола

№	Нарушение осанки и зрения	Возраст учащихся, лет								Всего	
		7 – 9		10 – 12		13 – 15		16 – 18			
		М	Д	М	Д	М	Д	М	Д	М	Д
1	Левосторонний сколиоз										
2	Правосторонний сколиоз										
3	Близорукость										
4	Дальнозоркость										
	Итого										

По характеру разработки показателей сказуемого различают:

- таблицы с простой разработкой показателей сказуемого, в которых имеет место параллельное расположение показателей сказуемого (табл. 2.4)

Таблица 2.4 Пример таблицы с простой разработкой показателей сказуемого

<table>
<tr><td rowspan="3">Отделение</td><td rowspan="3">Численность студентов, чел.</td><td colspan="5">В том числе</td></tr>
<tr><td colspan="2">по полу</td><td colspan="3">по возрасту, лет</td></tr>
<tr><td>мужчины</td><td>женщины</td><td>до 20</td><td>20 – 23</td><td>23 и более</td></tr>
<tr><td>Дневное</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Вечернее</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Всего</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

- таблицы со сложной разработкой показателей сказуемого, в которых имеет место комбинирование показателей сказуемого (внутри групп, образованных по одному признаку, выделяют подгруппы по другому признаку) (табл. 2.5).

Таблица 2.5 Пример таблицы со сложной разработкой показателей сказуемого

<table>
<tr><td rowspan="4">Отделение</td><td rowspan="4">Численность студентов, чел.</td><td colspan="8">В том числе</td></tr>
<tr><td colspan="4">мужчины</td><td colspan="4">женщины</td></tr>
<tr><td rowspan="2">всего</td><td colspan="3">из них в возрасте, лет</td><td rowspan="2">всего</td><td colspan="3">из них в возрасте, лет</td></tr>
<tr><td>до 20</td><td>20 - 23</td><td>23 и более</td><td>до 20</td><td>20 - 23</td><td>23 и более</td></tr>
<tr><td>Дневное</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Вечернее</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Всего</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Основные правила оформления, составления и анализа статистических таблиц.

1. таблица должна быть по возможности небольшой по размерам (облегчается анализ данных). Целесообразно построить несколько небольших взаимосвязанных таблиц, чем одну большую.

2. Таблица должна иметь кратко, ясно и точно сформулированное название, заголовки строк подлежащего и граф сказуемого. В названии необходимо отразить объект изучения, территорию и период времени, к которым относятся приводимые данные.

3. Строки подлежащего и графы сказуемого обычно размещаются по принципу от частного к общему. Если приводятся не все слагаемые, то сначала показывают общие итоги, а затем выделяют наиболее важные их составные части («в том числе», «из них»).

4. Таблица должна обязательно содержать необходимые итоги (групповые, общие, проверочные). Их отсутствие затрудняет анализ и даже обесценивает таблицу.

5. При заполнении таблицы необходимо строго соблюдать следующие условные обозначения: если данное явление (событие) отсутствует, ставить знак «-» (тире), если отсутствуют сведения ставится знак «…..» (многоточие) или пишут «нет сведений», если сведения имеются, но числовое значение меньше принятой в таблице точности, то ставится «0,0».

6. Округленные числа приводятся в таблице с одинаковой степенью точности (до 0,1; до 0,01 и т.д.) для всей графы однородных показателей.

7. Если приводятся не только зафиксированные при наблюдении (первичные) данные, но и данные, полученные в результате расчетов, целесообразно об этом сделать оговорку в таблице или в примечании к ней.

8. Таблица может сопровождаться примечаниями, в которых указываются источники данных, более подробное содержание показателей и другие необходимые пояснения (например, методика расчета).

Составление статистической таблицы начинается с разработки ее макета, то есть таблицы, состоящей из строк и граф, которые еще не заполнены цифрами. После выбора заглавия таблицы прежде всего необходимо сформулировать подлежащее таблицы. После того как построено подлежащее, нужно определить сказуемое таблицы. Далее определяется порядок расположения показателей. При этом начинать надо с численности совокупности, затем – абсолютные величины, за ними средние или относительные величины. Тем самым обеспечивается определенная логическая последовательность при анализе таблиц. После обоснования и определения последовательности расположения показателей в сказуемом с учетом построения подлежащего составляется макет статистической таблицы.

Анализ таблиц также имеет определенные правила. Прежде чем приступить к анализу данных таблицы, следует ознакомиться с ее названием, заголовками строк и граф, установить, к какому признаку (атрибутивному или количественному) относятся данные, на какую дату или за какой период они приводятся, обратить внимание на единицы измерения, уяснить, какие процессы характеризуются относительными величинами. Общее представление о таблице модно получить, ознакомившись с итогами. Поэтому анализ таблицы нужно начинать с итоговых цифр, затем переходить к анализу отдельных строк и граф. При этом целесообразно выбирать сначала частные итоги и наиболее характерные данные, а затем анализировать все остальные.

Графики

Графики используются для визуального (наглядного) представления табличных данных, что упрощает их восприятие и анализ.

Обычно графики применяются на начальном этапе количественного анализа данных. Также они широко используются для анализа результатов исследований, проверки зависимостей между переменными, прогнозирования тенденции изменения состояния анализируемого объекта.

Наибольшее распространение получили следующие виды графиков:

- в виде ломаной линии;
- радиальные диаграммы: замкнутые и спиральные;
- столбчатый;
- круговой (кольцевой);

– ленточный;

– z-образный.

График виде ломаной линии применяется для отображения изменения состояния показателя с течением времени (рис. 2.2). график составляется на основе данных таблицы 2.6.

Таблица 2.6 Посещаемость библиотеки в 2016 году

Месяц	Посещаемость, тыс. чел.
январь	18
февраль	19
март	18
апрель	16
май	13
июнь	11
июль	11,5
август	11
сентябрь	17
октябрь	16
ноябрь	19
декабрь	18,5

Порядок выполнения графика.

1. Чертим вертикальную и горизонтальную оси.

2. Делим горизонтальную ось на 12 интервалов – месяцев.

3. Минимальное количество посещений 11 тысяч человек, максимальное – 19 тысяч человек.

4. Выбираем диапазон 10-20 тысяч человек, и масштаб 1 тысяча человек. Наносим на вертикальную ось соответствующие деления.

5. Наносим точки на график в соответствии с таблицей.

6. Соединяем точки отрезками прямых.

При построении графика необходимо учитывать разброс данных по оси ординат, диапазон данных по оси абсцисс, выбирать масштаб и точку начала координат с учетом того, что график в конечном итоге должен пропорционально занимать пространство, предназначенное для его построения. расстояния между соседними точками на осях должны быть достаточно подробны для понимания изменения данных, но не слишком мелко делящими оси, чтобы не загромождать рисунок.

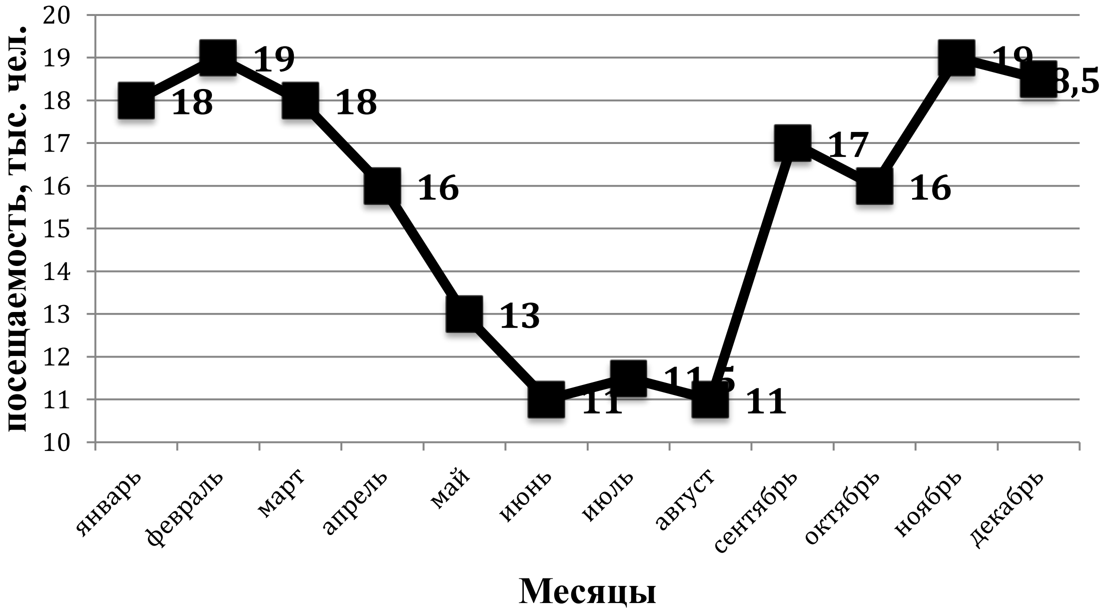


Рис. 2.2 График посещаемости библиотеки в 2016 году

Радиальные диаграммы разделяются на замкнутые и спиральные. По технике построения радиальные диаграммы отличаются друг от друга в зависимости от того, что взято в качестве пункта отсчета – центр круга или окружность.

Замкнутые диаграммы отражают внутригодичный цикл динамики какого-либо одного года.

Спиральные диаграммы показывают внутригодичный цикл динамики за ряд лет.

Построение замкнутых диаграмм производится в следующем порядке. Сначала вычерчивается круг, среднемесячный показатель приравнивается к радиусу этого круга. Затем весь круг делится на 12 радиусов, которые на графике проводятся в виде тонких линий. Каждый радиус обозначает месяц, причем расположение месяцев аналогично циферблату часов: январь – в том месте, где на часах 12, февраль – 1 и т.д. На каждом радиусе делается метка в определенном месте согласно масштабу, исходя из данных за соответствующий месяц. Если данные превышают среднемесячный уровень, отметка делается за пределами окружности на продолжении радиуса (рис. 2.3).

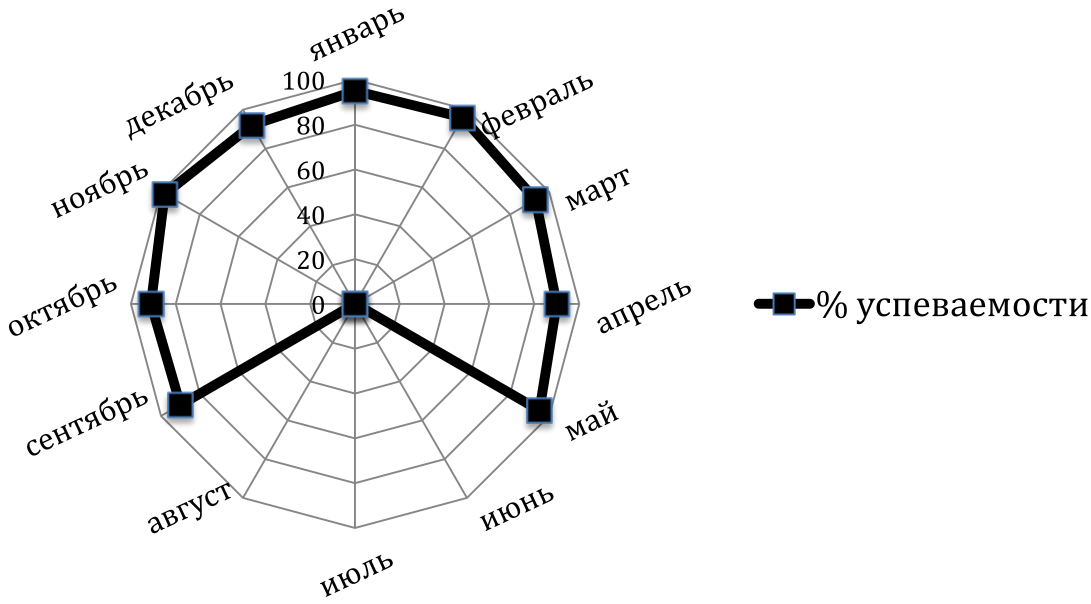


Рис. 2.3 Замкнутая диаграмма успеваемости учащихся

Если же в качестве базы для отсчета взять не центр круга, а окружность, то диаграммы называются *спиральными*. Построение спиральных диаграмм отличается от замкнутых тем, что в них декабрь одного года соединяется не с январем того же года, а с январем следующего года. Это дает возможность изобразить весь ряд динамики в виде спирали. Особенно наглядна такая диаграмма, когда наряду с сезонными изменениями происходит неуклонный рост из года в год.

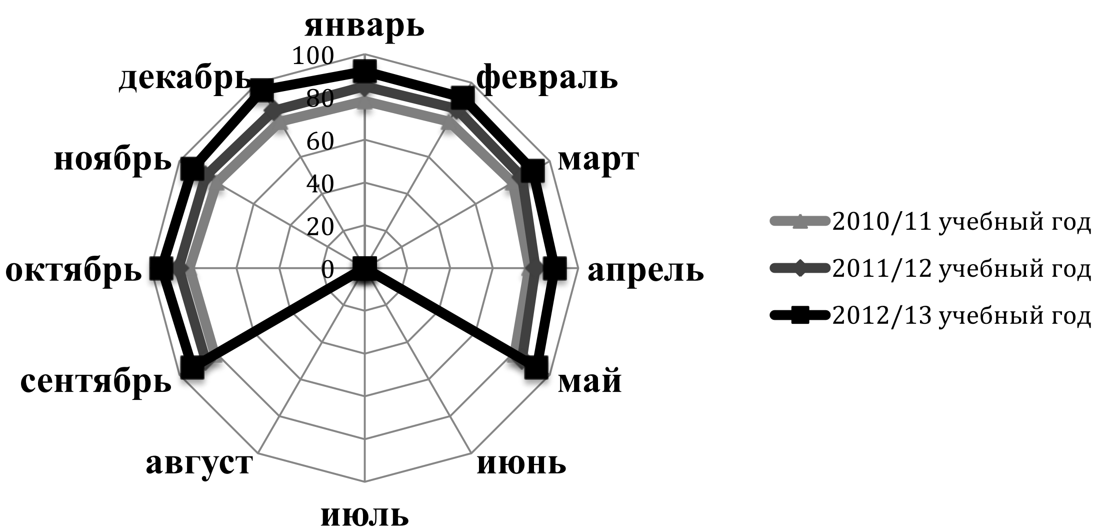


Рис. 2.4 Спиральная диаграмма успеваемости учащихся 5-8-х классов

Столбчатый график представляет собой последовательность значений в виде столбиков (рис. 2.5).

Методика построения следующая:

1. Постройте горизонтальную и вертикальную оси.
2. Горизонтальную ось разделите на интервалы в соответствии с числом контролируемых факторов (признаков).
3. Выберите масштаб и отображаемый диапазон значений показателя так, чтобы все значения исследуемого показателя за рассматриваемый период времени входили в выбранный диапазон. На вертикальную ось нанесите шкалу значений в соответствии с выбранным масштабом и диапазоном.
4. Для каждого фактора постройте столбик, высота которого равна полученной величине исследуемого показателя для этого фактора. Ширина столбиков должна быть одинаковой.

Построим столбчатый график на основе данных таблицы 2.7.

Таблица 2.7 Успеваемость учащегося Н. в 2012/13 учебном году

Предметы	1 четверть	2 четверть	3 четверть	4 четверть
Математика	5	4,5	4	5
Литература	4	4,5	5	5
Русский язык	4,5	4,5	4,5	4,5

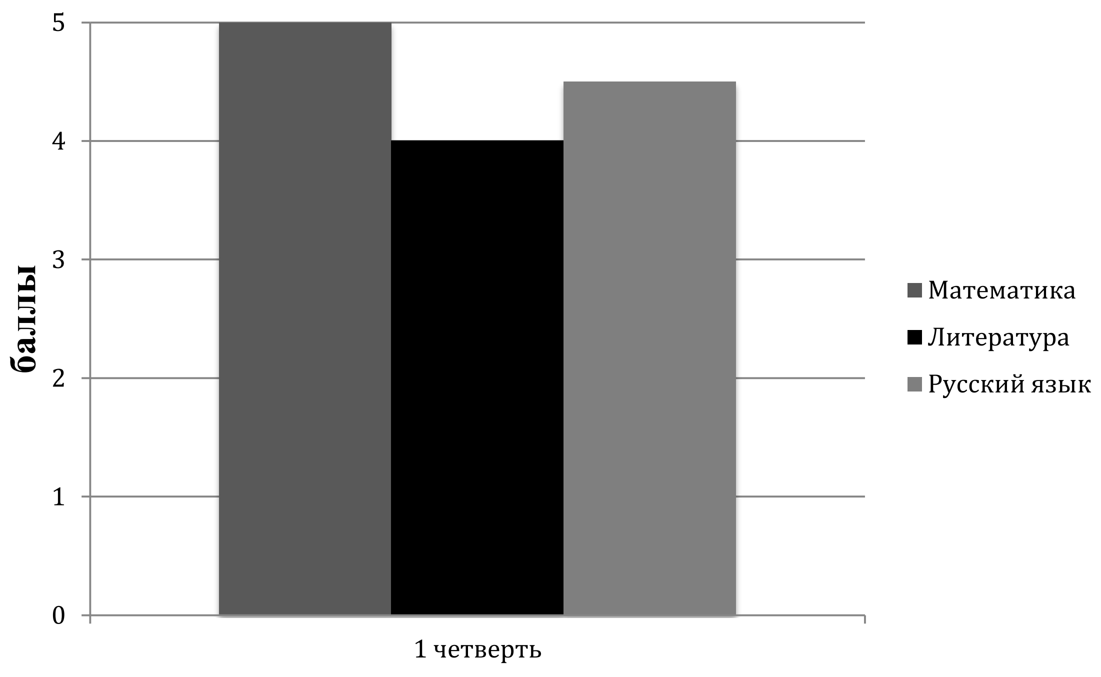


Рис. 2.5 График успеваемости обучающегося Н. в 1 четверти

Построим групповой столбчатый график обучающегося по данным предметам во всех четырех четвертях (рис. 2.6)

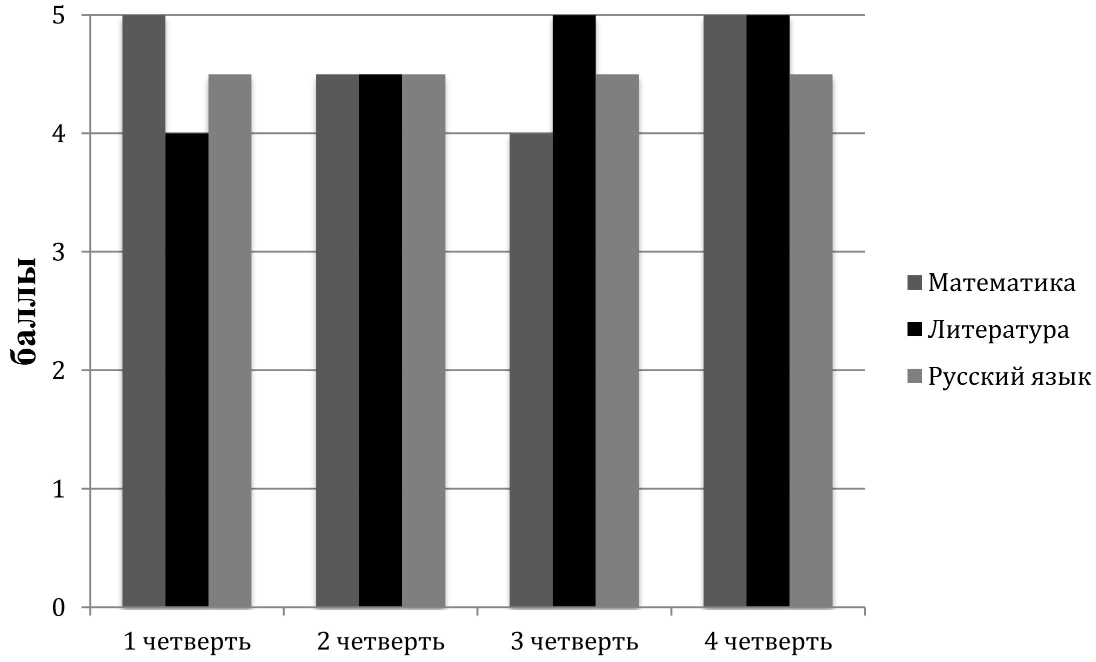


Рис. 2.6 График успеваемости обучающегося Н. по данным предметам во всех четырех четвертях

Круговой (кольцевой) график применяется для отображения соотношения между составляющими показателя и самим показателем, а также составляющих показателя между собой.

Методика построения кругового (кольцевого) графика следующая.

1. Пересчитайте составляющие показателя в процентные доли от самого показателя. Для этого величину каждой составляющей показателя разделите на величину самого показателя и умножьте на сто. Величина показателя может быть вычислена как сумма всех составляющих показателя.

2. Рассчитайте угловой размер сектора для каждой составляющей показателя. Для этого умножьте процентную долю составляющей на 3,6.

3. Начертите круг. Он будет означать рассматриваемый показатель.

4. От центра круга по его края проведите прямую (другими словами – радиус). Используя эту прямую, с помощью транспортира отложите угловой размер и начертите сектор для составляющей показателя. Вторая прямая, ограничивающая сектор, служит основой для откладывания углового размера сектора следующей составляющей. Так продолжайте до тех пор, пока не начертите все составляющие показателя.

5. Проставьте название составляющих показателя и их доли в процентах. Сектора необходимо обозначить различными цветами или штриховкой, чтобы они четко различались между собой.

Построим график на основе данных из таблицы 2.8.

1. Рассчитаем общее количество баллов:

90 + 60 + 70 + 40 + 50 + 60 + 100 + 50 + 30 + 40 = 590.

2. Рассчитаем процентную долю рейтинга каждого предмета:

алгебра – 90 : 590 · 100 =1 5,25%;

русский язык – 60 : 590 · 100 = 10,17% и т.д.

Таблица 2.8 Рейтинг учебных предметов класса

Учебные предметы	Предпочтения в баллах
Алгебра	90
Русский язык	60
Геометрия	70
Музыка	40
Физика	50
Литература	60
Физкультура	100
Биология	50
Изобразительная деятельность	30
Английский язык	40

3. Заносим полученные данные в таблицу.
4. Рассчитаем угловой размер сектора для каждого рейтинга:
алгебра – $15,25 \cdot 3,6 = 54, 93°$
русский язык –$10,17 \cdot 3,6 = 36,61°$ и т.д.
5. Заносим полученные данные в таблицу (табл. 2.9).

Таблица 2.9 Таблица для построения круговой диаграммы

Учебные предметы	Предпочтения в баллах	Доля, %	Угловой размер сектора
Алгебра	90	15,25	54,92
Русский язык	60	10,17	35,61
Геометрия	70	11,86	42,71
Музыка	40	6,78	24,41
Физика	50	8,47	30,51
Литература	60	10,17	36,61
Физкультура	100	16,95	61,02
Биология	50	8,47	30,51
Изобразительная деятельность	30	5,08	18,31
Английский язык	40	6,78	24,41

6. Чертим круг.
7. Делим круг на сектора в соответствии с рассчитанными угловыми размерами.
8. Раскрашиваем сектора в различные цвета или штриховку. проставляем наименования предметов, доли предпочтения и т.д. (рис. 2.7).

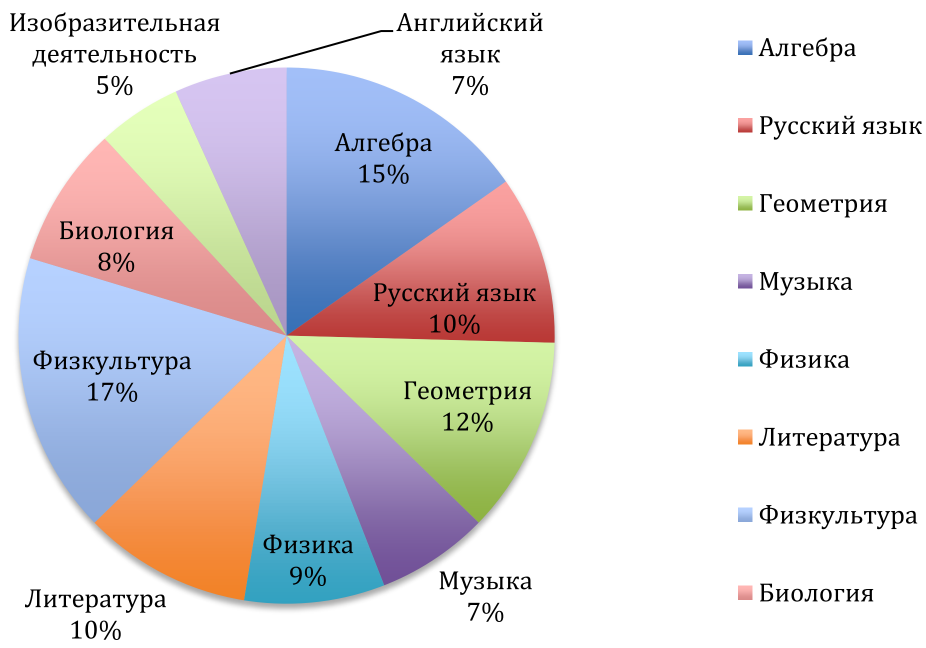


Рис. 2.7 Круговая диаграмма предпочтения предметов, %

Построение *кольцевого графика* также рассмотрим на примере по данным таблицы 2.10.

Таблица 2.10 Предпочтения учебных предметов нескольких факультетов

Факультет/предмет	Рейтинг
Факультет славянской и западноевропейской филологии	225
Английский язык	90
Математика	40
Филология	95
Художественно-графический факультет	100
Английский язык	20
Математика	45
Филология	35
Дошкольный факультет	229
Английский язык	75
Математика	69
Филология	85

1. Рассчитаем процентную долю рейтинга для факультета славянской и западноевропейской филологии (СиЗЕФ):

английский язык – 90 : 225 · 100 =40%;

математика – 40 : 225 · 100 = 18% ;

филология – 95 : 225 · 100 = 42% и т.д.

заносим полученные данные в таблицу (табл. 2.11)

2. Рассчитаем угловой размер сектора для факультета СиЗЕФ:
английский язык –40 · 3,6 = 144 °;
математика – 18 · 3,6 = 64° ;
филология – 17,1 · 3,6 = 152 ° и т.д.

3.Чертим первое кольцо, вокруг него второе и третье таким образом, чтобы их центры совпадали.

4. От центра колец чертим прямую вверх так, чтобы она проходила внутри кольца. Используя прочерченную прямую и рассчитанные угловые размеры, делим кольца на сектора по количеству предметов.

5. Раскрашиваем сектора в различные сектора или штриховку (рис. 2.8)

Таблица 2.11 Таблица для построения кольцевого графика

Факультет/предмет	Рейтинг	Доля, %	Угловой размер сектора
СиЗЕФ	225	100	360
Английский язык	90	40	144
Математика	40	18	64
Филология	95	42	152
Художественно-графический факультет	100	100	360
Английский язык	20	20	72
Математика	45	45	162
Филология	35	35	126
Дошкольный факультет	229	100	360
Английский язык	75	33	118
Математика	69	30	108
Филология	85	37	134

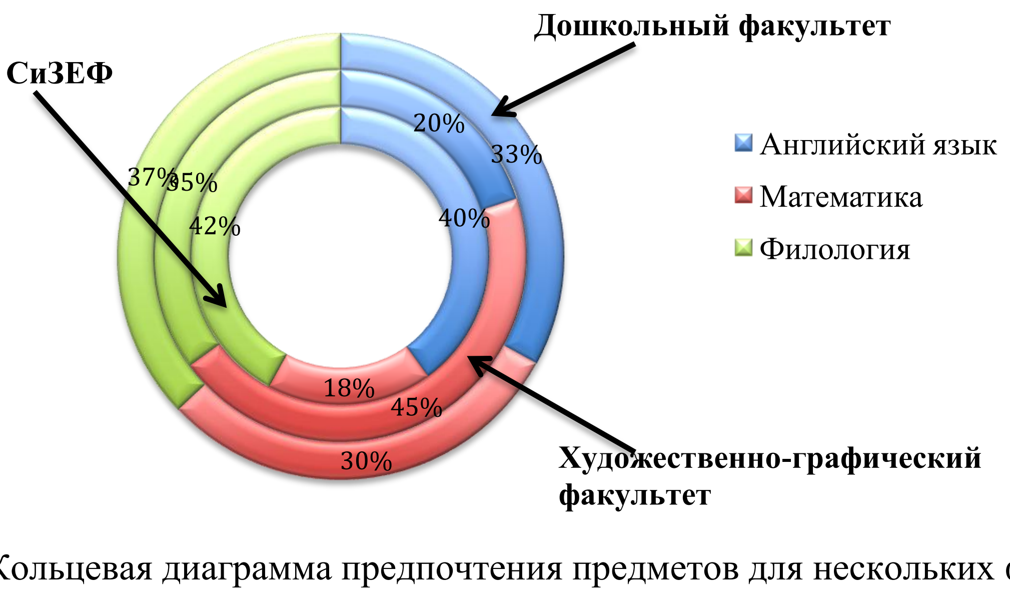


Рис. 2.8 Кольцевая диаграмма предпочтения предметов для нескольких факультетов, %

2.3.2 Вероятностные методы обработки информации

Основные понятия комбинаторики

Комбинаторика изучает способы подсчета числа элементов в конечных множествах. Формулы комбинаторики используют при непосредственном вычислении вероятностей.

Множества элементов, состоящие из одних и тех же различных элементов и отличающиеся друг от друга только их порядком, называются *перестановками* этих элементов. Число всевозможных перестановок из n элементов обозначают через P_n; это число $n!$:

$P_n = n!$, где $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$.

Пример. Сколькими различными способами могут разместиться на скамейке 5 человек?

Замечание 1. Для пустого множества принимается соглашение: пустое множество можно упорядочить только одним способом; по определению полагают 0!=1.

Размещениями называют множества, составленные из n различных элементов по m элементов, которые отличаются либо составом элементов, либо их порядком. Число всех возможных размещений определяется формулой:

$\mathrm{A}_n^m = n(n-1)(n-2)\ldots(n-m+1)$ или

$$\mathrm{A}_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Пример. Сколькими различными способами можно выбрать три лица на три различные должности из десяти кандидатов?

Сочетаниями из n различных элементов по m называются множества, содержащие m элементов из числа n заданных, и которые отличаются хотя бы одним элементом. Число сочетаний из n элементов по m обозначают: A_n^m .

Это число выражается формулой

$$\mathrm{C}_n^m = \frac{n!}{m!\,(n-m)!}$$

Пример. Сколькими способами можно выбрать три лица на три одинаковые должности.

Замечание 2 По определению полагают $\mathrm{C}_n^0 = 1$.

Для числа сочетаний справедливы равенства:

$$\mathrm{C}_n^m = \mathrm{C}_n^{n-m}, \qquad \mathrm{C}_{n+1}^{m+1} = \mathrm{C}_n^m + C_n^{m+1},$$

$\mathrm{C}_n^0 + \mathrm{C}_n^1 + C_n^2 + \cdots + C_n^{n-1} + C_n^n = 2^n$, или

Число всех подмножеств множества, состоящего из n элементов равно 2^n.

Числа перестановок, размещений и сочетаний связаны равенством:

$$\mathrm{C}_n^m = \frac{A_n^m}{P_m}$$

Замечание 3. Приведенные формулы комбинаторных подсчетов рассматриваются на множествах, все элементы которых различны. Если же некоторые элементы повторяются, то в этом случае множества с повторениями вычисляют по другим формулам.

Перестановки с повторениями:

$P_n(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1!\cdot n_2!\cdot\ldots\cdot n_k!}$, где $n_1+n_2+\ldots+n_k = n$.

Пример. Сколько различных шестизначных чисел можно записать с помощью цифр 1,1,1,2,2,2.

Число размещений по m элементов с повторениями из n элементов равно $(\mathrm{A}_n^m)_{c\text{ повт}} = n^m$.

Пример. Сколько существует индивидуальных номеров карточек социального страхования?

Поскольку номер следует выбирать из неотрицательных целых чисел. меньших десяти, то выбираются девять цифр. Причем каждая выбирается из десяти цифр с повторением. Поэтому имеются 10^9 различных номеров карточек социального страхования.

Число сочетаний с повторениями из n элементов по m элементов равно числу сочетаний без повторений из n +m-1 элементов по m элементов, т. е.

$$(\mathrm{C}_n^m)_{c\text{ повт}} = \mathrm{C}_{n+m-1}^m$$

*Пример***.** Если в булочной продается 10 различных видов пончиков, то сколькими способами можно выбрать дюжину пончиков? Поскольку 12 пончиков выбираются из 10 различных типов с повторением, то имеются

$$C_{10+12-1}^{12} = C_{10+12-1}^{12-1} = \frac{(10+12-1)!}{12!(10-1)!} = \frac{21!}{12!9!}$$

События и их разновидности. Алгебра событий

Будем полагать, что результатом реального опыта (эксперимента) может быть один или несколько взаимоисключающих исходов; эти исходы неразложимы и взаимно исключают друг друга. В этом случае говорят, что эксперимент заканчивается одним и только одним *элементарным исходом*.

Множество всех элементарных событий, имеющих место в результате *случайного* эксперимента, будем называть *пространством элементарных событий* W (элементарное событие соответствует элементарному исходу).

Случайными событиями (событиями), будем называть подмножества пространства элементарных событий W .

Пример 1. Подбросим монету один раз. Монета может упасть цифрой вверх - элементарное событие $w_{ц}$ (или w_1), или гербом - элементарное событие $w_{Г}$ (или w_2). Соответствующее пространство элементарных событий W состоит из двух элементарных событий:

$W = \{w_{ц}, w_{Г}\}$ или $W = \{w_1, w_2\}$.

Пример 2. Бросаем один раз игральную кость. В этом опыте пространство элементарных событий W = {w_1, w_2, w_3, w_4, w_5, w_6}, где w_i- выпадение *i* очков. Событие *A* - выпадение четного числа очков, *A* = {w_2,w_4,w_6}, $A \subset W$.

Пример 3. На отрезке [0, 1] наугад (случайно) поставлена точка. Измеряется расстояние точки от левого конца отрезка. В этом опыте пространство элементарных событий W = [0, 1] - множество действительных чисел на единичном отрезке.

В более точных, формальных терминах элементарные события и пространство элементарных событий описывают следующим образом.

Пространством элементарных событий называют произвольное множество W, W ={w}. Элементы w этого множества W называют *элементарными событиями***.**

Понятия *элементарное событие, событие, пространство элементарных событий*, являются первоначальными понятиями теории вероятностей. Невозможно привести более конкретное описание пространства элементарных событий. Для описания каждой реальной модели выбирается соответствующее пространство W.

Событие W называется *достоверным* событием.

Достоверное событие не может не произойти в результате эксперимента, оно *происходит всегда*.

Пример 4. Бросаем один раз игральную кость. Достоверное событие состоит в том, что выпало число очков, не меньше единицы и не больше шести, т.е. W = {w_1, w_2, w_3, w_4, w_5, w_6}, где w_i- выпадение *i* очков, - достоверное событие.

Невозможным событием называется пустое множество $\varnothing$.

Невозможное событие не может произойти в результате эксперимента, оно *не происходит никогда*.

Случайное событие может произойти или не произойти в результате эксперимента, оно *происходит иногда*.

Пример 5. Бросаем один раз игральную кость. Выпадение более шести очков - невозможное событие $\varnothing$.

Противоположным событию *A* называется событие, состоящее в том, что событие *A* не произошло. Обозначается $\bar{A}$, $\bar{A} = \Omega \setminus A$.

Пример 6. Бросаем один раз игральную кость. Событие *A* - выпадение четного числа очков, тогда событие $\bar{A}$- выпадение нечетного числа очков. Здесь W = {w_1, w_2, w_3,w_4, w_5,w_6}, где w_i- выпадение *i* очков, *A* = {w_2,w_4,w_6}, $\bar{A} = \Omega \setminus A = \{\omega_1, \omega_3, \omega_5\}$.

Несовместными событиями называются события *A* и *B*, для которых *A B* = $\varnothing$.

Пример 7. Бросаем один раз игральную кость. Событие *A* - выпадение четного числа очков, событие *B* - выпадение числа очков, меньшего двух. Событие *A*B состоит в выпадении четного числа очков, меньшего двух. Это невозможно, *A* = {w_2,w_4,w_6}, *B* = {w_1}, *A*B = $\varnothing$, т.е. события *A* и *B* - несовместны.

Действия со случайными событиями

Суммой *событий* *A* и *B* называется событие, состоящее из всех элементарных событий, принадлежащих одному из событий *A* или *B*. Обозначается *A* + *B*.

Пример 8. Бросаем один раз игральную кость. В этом опыте пространство элементарных событий W = {w_1, w_2, w_3, w_4, w_5, w_6}, где элементарное событие w_i-

выпадение *i* очков. Событие *A* - выпадение четного числа очков, $A = \{w_2, w_4, w_6\}$, событие *B* - выпадение числа очков, большего четырех, $B = \{w_5, w_6\}$.

Событие $A + B = \{w_2, w_4, w_5, w_6\}$ состоит в том, что выпало либо четное число очков, либо число очков большее четырех, т.е. произошло либо событие *A*, либо событие *B*. Очевидно, что $A + B \subset W$.

Произведением *событий A* и *B* называется событие, состоящее из всех элементарных событий, принадлежащих одновременно событиям *A* и *B*. Обозначается *AB*.

Пример 9. Бросаем один раз игральную кость. В этом опыте пространство элементарных событий $W = \{w_1, w_2, w_3, w_4, w_5, w_6\}$, где элементарное событие w_i- выпадение *i* очков. Событие *A* - выпадение четного числа очков, $A = \{w_2, w_4, w_6\}$, событие *B* - выпадение числа очков, большего четырех, $B = \{w_5, w_6\}$.

Событие *A B* состоит в том, что выпало четное число очков, большее четырех, т.е. произошли оба события, и событие *A* и событие *B*, $A\,B = \{w_6\}$ $A\,B \subset W$.

Разностью *событий A* и *B* называется событие, состоящее из всех элементарных событий принадлежащих *A*, но не принадлежащих *B*. Обозначается $A \backslash B$.

Пример 10. Бросаем один раз игральную кость. Событие *A* - выпадение четного числа очков, $A = \{w_2, w_4, w_6\}$, событие *B* - выпадение числа очков, большего четырех, $B = \{w_5, w_6\}$. Событие $A \backslash B = \{w_2, w_4\}$ состоит в том, что выпало четное число очков, не превышающее четырех, т.е. произошло событие *A* и не произошло событие *B*, $A \backslash B \subset W$.

Очевидно, что

$A + A = A$, $AA = A$, $\overline{A} + A = \Omega$, $\overline{A}A = \varnothing$.

Определения суммы и произведения событий переносятся на бесконечные последовательности событий: $A_1 + A_2 + \ldots + A_i + \ldots = \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i, \; A_i \subset \Omega$,

событие, состоящее из элементарных событий, каждое из которых принадлежит хотя бы одному из A_i ;

$A_1 A_2 \ldots A_i \ldots = \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i, \; A_i \subset \Omega$, событие, состоящее из элементарных событий, каждое из которых принадлежит одновременно всем A_i .

Вероятность события. Аксиоматическое определение вероятности

Пусть W - произвольное пространство элементарных событий, а *I* - такая совокупность случайных событий, для которой справедливо: $W \subset I$, $AB \subset I$, $A+B \subset I$ и $A \backslash B \subset I$, если $A \subset I$ и $B \subset I$.

Числовая функция P, определенная на совокупности событий *I*, называется *вероятностью,* если выполнены следующие аксиомы*:*

1. Каждому событию из I ставится в соответствие неотрицательное число *P(A)* – его вероятность, т.е. $P(A) \geq 0$ для любого *A* из *I*;
2. Вероятность достоверного события равна единице:
   $P(W) = 1$;
3. Если $A \subset I$ и $B \subset I$ несовместны, то $P(A+B) = P(A) + P(B)$;

4. Для любой убывающей последовательности событий $A_1 \supset A_2 \supset \ldots \supset A_i \supset \ldots$ из I, такой, что $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i = \varnothing$, имеет место равенство $\lim_{i \to \infty} P(A_i) = 0$.

Тройку (W, *I*, P) называют *вероятностным пространством*.

Основные определения и формулы для вычисления вероятностей

Вероятность события. Классическое определение вероятности

Пусть W= {w $_1$, w $_2$, …, w $_s$} - произвольное конечное пространство элементарных событий, A - событие, состоящее из *k* элементарных событий: A={w $_{i1}$, w $_{i2}$, …, w $_{ik}$}, $1 \le i_1 \le i_2 \le \ldots \le i_k \le s$, $k = 1, 2, \ldots, s$, и пусть $P(A) = \frac{k}{s}$. Определенная таким образом функция $P(A)$ удовлетворяет всем аксиомам 1-4(здесь множество S состоит из всех подмножеств множества W : I={ A }. Таково классическое определение вероятности события *A*.

Принята следующая формулировка классического определения вероятности: вероятностью события *A* называется отношение числа исходов, благоприятствующих *A*, к общему числу исходов.

Из приведенных определений следует: $P(\varnothing)=0$, $0 \le P(A) \le 1$, $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.

Геометрические вероятности

Классическое определение вероятности предполагает, что число элементарных исходов конечно. На практике встречаются опыты, для которых множество таких исходов бесконечно.

Чтобы преодолеть недостаток классического определения вероятности, состоящий в том, что оно неприменимо к испытаниям с бесконечным числом исходов, вводят *геометрические вероятности – вероятности попадания точки в область* (рис.2.2).

На плоскости задана квадрируемая область, т.е. область, имеющая площадь. Обозначим эту область буквой G, а ее площадь S_G. В области G содержится область g площади S_g. В область G наудачу брошена точка. Будем считать, что брошенная точка может попасть в некоторую часть области G с вероятностью, пропорциональной площади этой части и не зависящей от ее формы и расположения.

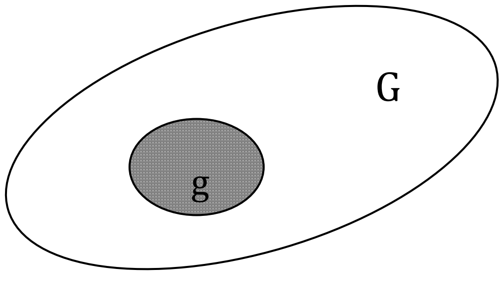


Рис.2.9 Геометрические вероятности (квадрируемые области)

Пусть A – попадание брошенной точки в область g, тогда геометрическая вероятность этого события определяется формулой

$$P(A) = \frac{S_g}{S_G}$$

Аналогично вводится понятие геометрической вероятности при бросании точки в пространственную область G объема V_G, содержащую область g объема V_g:

$$P(A) = \frac{V_g}{V_G}$$

Общий случай понятия геометрической вероятности . Обозначим меру области (длину, площадь, объем) через *mes* g (mesure); обозначим буквой A событие «попадание брошенной точки в область g, которая содержится в области G ». Вероятность попадания в область g точки, брошенной в область G, определяется формулой

$$P(A) = \frac{mes\ g}{mes\ G}$$

Частота события. Статистическое определение вероятности.

Наряду с классическим определением вероятности используют и статистическое определение вероятности.

Относительной частотой события, или частотой, называется отношение числа опытов, в которых появилось это событие, к числу всех произведенных опытов. Обозначим частоту события A через W(A), тогда по определению

$$W(A) = \frac{m}{n}$$

Где *m* – число опытов, в которых появилось событие A; *n* – число всех произведенных опытов.

Частота события обладает следующими свойствами.

1. Частота случайного события есть число, заключенное между нулем и единицей 0 < W(A) <1.
2. Частота достоверного события U равна единице.
W(U)=1
3. Частота невозможного события равна нулю.
W(V)=0

4. Частота суммы двух несовместных событий A и B равна сумме частот этих событий
W(A+B)= W(A)+ W(B)

Относительная частота обладает свойствами *статистической устойчивости*: в различных сериях многочисленных испытаний (в каждом из которых может появиться или не появиться это событие) она принимает значения, достаточно близкие к некоторой постоянной.. Эту постоянную, являющуюся объективной числовой характеристикой явления, считают вероятностью данного события.

Вероятностью события называется число, около которого группируются значения частоты данного события в различных сериях большого числа испытаний.

Это определение вероятности называется *статистическим*.

Вероятность суммы событий

Теорема 1 Для любых двух событий *A* и *B* справедливо:

$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$.

Теорема 2 Если события *А* и *В* несовместны, то $P(A+B)=P(A)+P(B)$.

Следствие 1. Сумма вероятностей событий, составляющих полную группу, равна единице:

$$P(A)+P(B)+\ldots+P(N)=1,$$

где *A, B, …, N* образуют полную группу событий.

Следствие 2 Вероятность события, противоположного *А*, равна единице минус вероятность события *А*:

$P(\bar{A})=1-P(A)$.

Вероятность произведения событий. Условная вероятность. Независимые события

Условная вероятность события А – вероятность появления события А при условии, что произошло событие В. (Обозначения P(A/B) или $P_B(A)$)

Рассмотрим два события – E и F, которые происходят друг за другом. P (E) вероятность события E. Отсюда возникают две альтернативные ситуации:

1. F от E не зависит, и на вероятность события F не влияет то, произошло ли уже событие E или нет.

2. E и F – зависимы, т.е. вероятность события F зависит от того, произошло ли уже событие E или нет. В этом случае вероятность события F называется **условной.** Вероятность F при условии, что E произошло, обозначается так:

P(F при условии E) или P(F/E).

Если E и F независимы, тогда: P (F при условии E) = P (F).

Пример 1.11. В коробке 8 красных шаров и 6 голубых. Какова вероятность того, что из двух вытащенных наугад шаров последний будет красным?

Решение

Возможны два варианта:

1. Первым вытащен красный шар, в коробке осталось 7 красных и 6 голубых шаров;

2. Первым вытащен голубой шар, осталось 8 красных и 5 голубых шаров.

В случае 1 вероятность того, что второй вытащенный шар будет красным, равна 7/13.

В случае 2 вероятность равна 8/13.

$$P(A/B)=\frac{P(AB)}{P(B)}$$

Теорема умножения вероятностей. Вероятность произведения двух событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную при том условии, что первое событие произошло

$P(AB)=P(A)P(B/A)=P(B)P(A/B)$.

Событие В называют ***независимым от события А****, если вероятность события В не изменяется от того, произошло событие А или нет.*

События *А* и *В* называются *независимыми*, если $P(A/B)=P(A)$.

Два события называются *независимыми,* если появление одного из них не изменяет вероятность появления другого.

Теорема умножения вероятностей для независимых событий. Вероятность произведения двух независимых событий равна произведению вероятности этих событий: $P(AB) = P(A)P(B)$.

Следствие 1. Если события *A* и *B* несовместные и *P(A)≠0*, *P(B)≠0*, то они зависимы.

Формула полной вероятности. Формулы Байеса

Пусть *A* - произвольное событие, которое может наступить при условии появления одного из попарно независимых событий $B_1, B_2, \ldots, B_n$, образующих *полную группу событий*, т.е. $\sum_{i=1}^{n} B_i = \Omega$. События $B_1, B_2, \ldots, B_n$, в этом случае называются *гипотезами*. Вероятности появления гипотез $P(B_1), P(B_2), \ldots, P(B_n)$, а также условные вероятности появления события А при наступлении каждой гипотезы $P_{B_1}(A), P_{B_2}(A), \ldots. P_{B_n}(A)$ будем считать известными

Теорема. Вероятность события А, которое может наступить лишь при условии появления одного из попарно независимых событий $P(B_1), P(B_2), \ldots, P(B_n)$, образующих полную группу, равна сумме произведений вероятностей каждого из этих событий на соответствующую условную вероятность события А:

$$P(A) = \sum_{k=1}^{n} P(B_k)P(A/B_k)$$

– *формула полной вероятности*, или

$$P(A) = P(B_1)\cdot P_{B_1}(A) + P(B_2)\cdot P_{B_2}(A) + \ldots + P(B_n)\cdot P_{B_n}(A)$$

Пусть известно, что в результате реализации испытания событие А наступило. Однако, какая именно гипотеза $B_1, B_2, \ldots, B_n$ привела к появлению события А., неизвестно. Необходимо найти условные вероятности $P_A(B_1), P_A(B_2), \ldots. P_A(B_n)$ Условные вероятности гипотез находятся по *формуле Байеса*.

$$P(B_k / A) = \frac{P(B_k)P(A/B_k)}{\sum_{k=1}^{n} P(B_k)P(A/B_k)}.$$

Формулы Байеса оценивают вероятности гипотез после того, как становится известным результат испытания, в итоге которого появилось событие А. В отличие от «доопытных» вероятностей $P(B_i)$, $P_A(B_i)$, $(i=1,2,\ldots,n)$ называют «послеопытными» вероятностями гипотез.

Повторение испытаний

Пусть производится *n* независимых друг от друга испытаний, в каждом из которых случайное событие А может либо произойти, либо не произойти.. Результат каждого испытания – случайное событие, вероятность которого естественно считать независящей от результатов других бросаний. Вероятность того, что событие А состоится в каждом испытании, одна и та же и равна *p*. Следовательно, вероятность того, что событие А не произойдет, равна 1-*p*. Обозначим эту величину через $q=1-p$ Зададимся вопросом, какова будет вероятность того, что при *n* испытаниях событие А наступит в *k* из них и, соответственно, в *n*-*k* испытаниях не наступит? На этот вопрос дают ответ ряд формул,

где $P_n(k)$ - вероятность появления события *A* ровно *k* раз при *n* независимых испытаниях; *p* - вероятность появления события *A* при каждом испытании.

Вероятность того, что при этом событие *A*:

1) наступит *n* раз: $P_n(n) = p^n$;

2) не наступит ни разу: $P_n(0) = (1-p)^n$;

3) наступит хотя бы один раз: $P = 1-(1-p)^n$;

4) наступит не более *k* раз: $P = P_n(0) + P_n(1) + \ldots + P_n(k)$;

5) наступит не менее *k* раз: $P = P_n(k) + P_n(k+1) + \ldots + P_n(n)$.

Локальная теорема Лапласа

$$P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi np(1-p)}} e^{-t^2/2},$$

где $P_n(k)$ - вероятность появления события *A* ровно *k* раз при *n* независимых испытаниях; *p* - вероятность появления события *A* при каждом испытании; $t = \frac{k-np}{\sqrt{np(1-p)}}$.

Формула Лапласа дает приемлемую точность , если выполняется условие *npq* ≥20

Если число независимых испытаний *n*, проводимых по отношению к событию А, неограниченно возрастает, а вероятность *p* при каждом испытании неограниченно убывает (*p→0*)(то есть событие А маловероятное, при этом k - величина небольшая), то вероятность $\mathrm{P}_n(k)$ вычисляется по формуле Пуассона: $\mathrm{P}_n(k) \approx \frac{a^m}{m!} e^{-a}$, где *a*=*np*.

Обычно эту формулу применяют, когда $n \geq 100$, а $np < 10$. Функция Пуассона табулирована при различных значениях a и m.

Интегральная теорема Лапласа

$$P(k_1 \leq k \leq k_2) \approx \Phi(x_2) - \Phi(x_1),$$

где $P(k_1 \leq k \leq k_2)$ - вероятность того, что в n независимых испытаниях событие A появится не менее k_1 и не более k_2 раз; $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-t^2/2}dt$ - функция Лапласа; $x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{np(1-p)}}$; $x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{np(1-p)}}$.

Функция Лапласа табулирована.

Оценка отклонения относительной частоты от постоянной вероятности

$$P\left(\left|\frac{k}{n} - p\right| \leq \varepsilon\right) \approx 2\Phi\left(\varepsilon\sqrt{\frac{n}{p(1-p)}}\right),$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-t^2/2}\,dt.$$

Наивероятнейшее число k_0 появления события A при n независимых испытаниях

$$np - (1-p) \leq k_0 < np + p$$

(n - число испытаний; p - вероятность появления события при одном испытании).

Предельная теорема Пуассона

Пусть проводятся повторные испытания, в которых наступление интересующего нас события – явление редкое (рождение близнецов, достижение столетнего возраста, «сбой» в автоматическом соединении, опечатка в книге…). Оценку для $P_n(k)$ дает так называемая предельная теорема Пуассона.

Предельная теорема Пуассона. Пусть $n \to \infty$, а $p \to 0$, притом так, что величина $\lambda = np$ остается постоянной (λ=const). Тогда справедливо равенство

$$lim P_n(k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}.$$

Из предельной теоремы Пуассона вытекают следующие приближенные формулы Пуассона. При больших n и малых p справедливы приближенные равенства $P_n(k) \approx \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$,

$$\sum_{k=k_1}^{k=k_2} P_n(k) \approx \sum_{k=k_1}^{k=k_2} \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

Для выражения $\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$, рассматриваемого как функция переменных k и λ, составлена таблица значений.

Схема решения задач по теории вероятностей

Решение задач по теории вероятностей надо проводить по следующей схеме.

1. Прежде чем перейти к определению вероятности с помощью теорем о сложении и умножении вероятностей, проверьте, нельзя ли использовать классическое или геометрическое определение вероятности.
2. Определите, не идет ли речь о ситуациях с полной группой событий (применяем формулу полной вероятности) или о вероятности гипотез (применяем формулу Байеса).
3. Определите главное событие, вероятность которого требуется найти по условию задачи.
4. Определите составные события как составные части главного события.
5. Определите связь между составными событиями: «и», «или».
6. Если связь «и», можно применять теоремы ля произведения событий.
7. Если связь «или», можно применять теоремы для суммы событий.
8. При применении теоремы для произведения событий необходимо проверить события на зависимость и применять соответствующую теорему.
9. При применении теоремы для суммы событий необходимо проверить события на совместимость и применять соответствующую теорему.

2.3.3 Статистические методы обработки информации

Элементы математической статистики

Математическая статистика – раздел математики, в котором изучаются методы сбора, систематизации и обработки результатов наблюдений массовых случайных явлений для выявления существующих закономерностей.

Предметом математической статистики является изучение случайных величин (или случайных событий, процессов) по результатам наблюдений. Полученные в результате наблюдения (опыта, эксперимента) данные сначала надо каким-либо образом обработать: упорядочить, представить в удобном для обозрения и анализа виде. Это первая задача. Вторая задача, оценить, хотя бы приблизительно, интересующие нас характеристики наблюдаемой случайной величины. Следующей задачей, является проверка статистических гипотез, т.е. решение вопроса согласования результатов оценивания с опытными данными.

Предметом исследования в математической статистике является совокупность объектов, однородных относительно некоторых признаков.

Совокупность всех подлежащих изучению объектов или возможных результатов всех мыслимых наблюдений, производимых в неизменных условиях над одним объектом, называется *генеральной совокупностью*.

Для решения задач исследования проводится эксперимент (измерение, тестирование, анкетирование), в результате которого получают значение некоторой случайной величины (результаты тестирования, количество баллов). Если в эксперименте участвуют все объекты генеральной совокупности, то такое обследование называют сплошным.

Часто проводить сплошное обследование, когда изучаются все объекты (например – перепись населения), трудно или дорого, а иногда невозможно. Поэтому обычно применяют выборочный метод, который заключается в том, что из генеральной совокупности случайным образом извлекают n элементов. Эти элементы называются *выборочной* совокупностью или выборкой. Количество элементов в выборке называется ее объемом. Исследователь изучает и анализирует выборочную совокупность и на основании полученных показателей делает вывод о параметрах генеральной совокупности.

Допустим, из генеральной совокупности извлечена выборка объемом n, измерена некоторая величина X, в результате чего получен ряд значений $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Этот ряд называется *простым статистическим рядом*.

Пример

Измерена масса тела 10 девочек 6 лет. Полученные данные образуют простой статистический ряд:

24 22 23 28 24 23 25 27 25 25

Отдельные значения статистического ряда называются *вариантами*. Если варианта x_i появилась m раз, то число m называют *частотой*, а ее отношение к объему выборки $p=m/\,n$ – *относительной частотой*.

Последовательность вариант, записанная в возрастающем (убывающем) порядке, называется *ранжированным* рядом.

Пример

Ранжированный ряд:

22 23 23 24 24 25 25 25 27 28

Полученная таким образом последовательность x_1 , x_2 , ... , x_n значений случайной величины X называется *вариационным рядом.*

Вариационные ряды бывают дискретными и интервальными.

Дискретные вариационные ряды строят обычно в том случае, если значения

изучаемого признака могут отличаться друг от друга не менее чем на некоторую конечную величину. В дискретных вариационных рядах задаются точечные значения признака. Общий вид дискретного ряда показан в таблице (2.12).

Таблица 2.12 Общий вид дискретного ряда

Значение	x_1	x_2	...	x_k

признака (x_i)				
Частоты (mi)	m_1	m_2	...	m_k

Если выборка представлена большим количеством различных значений непрерывной случайной величины, то группировку данных проводят в виде интервального вариационного ряда. Для этого диапазон варьирования признака разбивают на несколько (5-10) равных интервалов и указывают количество вариант, попавших в каждый интервал.

Алгоритм построения интервального вариационного ряда

1. Исходя из объема выборки n, определить количество интервалов k.
2. Вычислить размах ряда: $R=X_{max}-X_{min}$
3. Определить ширину интервала: h=R/(k-1)
4. Найти начало первого интервала $X_0 = X_{min} - h/2$
5. Составить интервальный вариационный ряд.

Пример

Измерена масса тела 100 женщин 30 лет, получены значения от 60 до 90 кг (табл. 2.13).

Таблица 2.13Данные к примеру

Интервалы	60-65	65-70	70-75	75-80	80-85	85-90
Количество	14	34	29	15	6	2

Размах ряда: $R=X_{max}-X_{min}=90-60=30$

Ширина интервала: h=R/(k-1)=30/5=6

Интервальный вариационный ряд (табл. 2.14):

Таблица 2.14 Интервальный ряд

интервал	Середина интервала	m	m/h
60-65	62,5	14	2,33
65-70	67,5	34	5,87
70-75	72,5	29	4,83
75-80	77,5	15	2,50
80-85	82,5	6	1,00
85-90	87,5	2	0,33

Графическим изображением интервального вариационного ряда является *гистограмма*. Для ее построения на оси OX откладывают интервалы шириной h, на каждом интервале строят прямоугольник высотой m/h. Величина m/h называется плотностью частоты. Гистограмма является эмпирическим аналогом графика дифференциальной функции распределения.

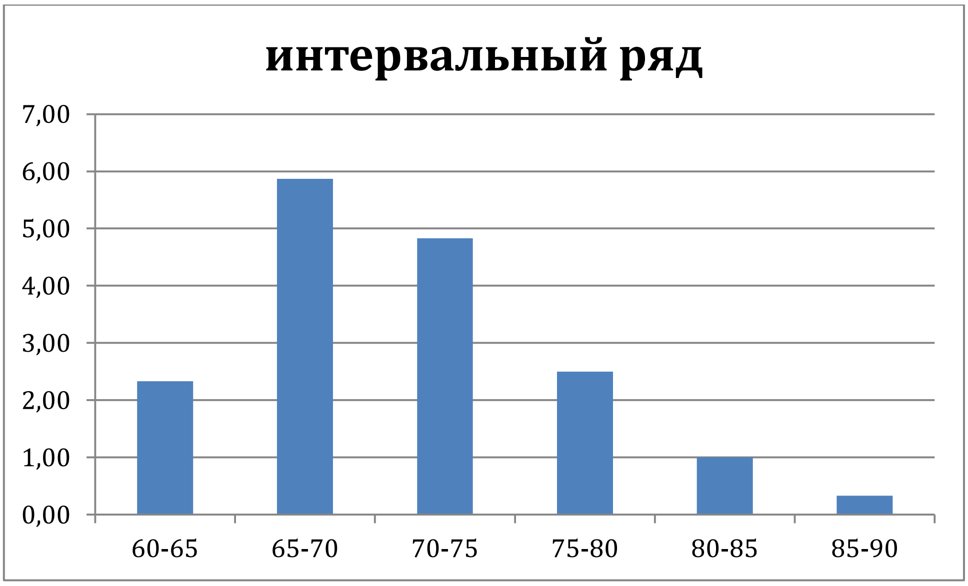


Рис. 2.10 Гистограмма интервального ряда

Основные характеристики вариационного ряда

Построение вариационного ряда является только первым шагом в изучении статистических данных. Для более глубокого исследования материала необходимы обобщающие количественные показатели, вскрывающие общие свойства статистической совокупности. Эти показатели, во-первых, дают общую картину, показывают тенденцию развития процесса или явления, нивелируя случайные индивидуальные отклонения, во-вторых, позволяют сравнивать вариационные ряды и, наконец, используются во всех

разделах математической статистики при более полном и сложном математическом анализе статистической совокупности.

Существуют характеристики вариационного ряда: меры уровня, или средние.

Меры уровня, или средние. Наиболее употребительными в статистических исследованиях являются три вида средних: средняя арифметическая, мода и медиана.

Выбор типа средней для характеристики вариационного ряда зависит от цели, для которой исчисляется средняя, от особенностей исходного материала и от возможностей той или иной средней.

Прежде чем перейти к характеристике отдельных видов средней, сформулируем некоторые, самые общие требования к средней.

Средняя, представляет собой количественную характеристику качественно однородной совокупности. Нарушение этого требования приводит к неверным выводам, искажает суть явления.

Кроме того, необходимо, чтобы *средняя не была слишком абстрактной, а имела ясный смысл в решении задачи.* Желательно, чтобы процедура вычисления средней была проста. При прочих равных условиях предпочтение отдается той средней, которая проще вычисляется. При выборе средней желательно *свести к минимуму влияние случайных колебаний выборки.* Так, если одной и той же совокупности взять несколько групп элементов, то средние, им соответствующие, будут, как правило, различаться по величине. Рекомендуется использовать вид средней, у которой эти различия минимальны.

Наиболее распространённой мерой уровня - является *средняя арифметическая:*

$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + \cdots + x_k n_k}{n_1 + n_2 + \cdots + n_k}$

где Σ– знак суммирования от 1 до k; x_i-варианты с порядковым номером i;

$\sum_{i=1}^{k} n_i = n$ - объем совокупности (число элементов совокупности); n_i- частота варианта x_i, k - число варианта. Если вместо частоты заданы частости q_i, то формула имеет вид

$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i q_i}{\sum_{i=1}^{k} q_i}$,

где $\sum_{i=1}^{k} q_i = 1$ 100%

Пример: вычислим среднее арифметическое массы тела девочек 6 лет (ранжированный ряд 22 23 23 24 24 25 25 25 26 27).

$$\bar{x} = \frac{22 + 23 * 2 + 24 * 2 + 25 * 3 + 26 + 27}{10} = 24{,}6$$

В том случае, когда статистические данные представлены в виде интервального вариационного ряда, при вычислении выборочного среднего значениями вариант считают середины интервалов.

Пример*:* вычислить среднее значение массы тела женщин 30 лет.

$$\bar{x} = \frac{62.5 * 14 + 67.5 * 34 + 72.5 * 29 + 77.5 * 15 + 82.5 * 6 + 87.5 * 2}{100} = 71.5$$

Выборочное среднее является основной характеристикой положения, показывает центр распределения совокупности, позволяет охарактеризовать исследуемую совокупность одним числом, проследить тенденцию развития, сравнить различные совокупности.

Непараметрическими характеристиками положения являются *мода и медиана*. *Модой* называется варианта, имеющая наибольшую частоту.

Медианой называется варианта, расположенная в центре ранжированного ряда. Если ряд состоит из четного числа вариант, то медианой считают среднее арифметическое двух вариант, расположенных в центре ранжированного ряда.

Пример: найти моду и медиану выборочной совокупности по массе тела девочек 6 лет

Mo = 25; Me = 24,5

Более ценными для характеристики рассеяния признака являются показатели, при расчете которых используются отклонения всех вариант от некоторой средней (например, средней арифметической, медианы). К таким мерам рассеяния, в частности, относятся дисперсия и среднее квадратичное отклонение. Последние меры рассеяния меньше любой другой меры подвержены случайным колебаниям выборки. Среднее квадратичное отклонение и дисперсия нашли широкое применение почти во всех разделах математической статистики.

Дисперсия, или *средний квадрат отклонения* (обозначим σ2) есть средняя

арифметическая из квадратов отклонений вариант от их средней арифметической, т. е. в математической записи

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{k} q_i}$$

где x_i-варианта с порядковым номером i; x - средняя арифметическая; k- число вариант; q_i – частота или частость с порядковым номером i.

Часто для исследования удобно представлять меру рассеяния в тех же единицах измерения, что и варианты. Тогда вместо дисперсии используют среднее квадратичное отклонение, которое является квадратным корнем из дисперсии, т. е. среднее квадратичное отклонение вычисляется по формуле

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{k} q_i}}$$

Проблемы измерения и виды шкал

Виды шкал

Измерение – это приписывание числовых форм объектам. Выделяют четыре типа измерительных шкал:

1) номинативная (номинальная, категориальная);

2)порядковая (ранговая);

3) интервальная;

4) шкала отношений.

Последние две шкалы называют метрическими шкалами.

Номинативная шкала – это шкала, в которой не выражены количественные характеристики объектов. Учитывается только то свойство объектов, что они разные. Эта шкала используется для классификации объектов (табл. 2.15)

Таблица 2.15 Пример номинативной шкалы

Испытуемый	Выполнение тестового задания
Королев	Выполнил
Панкратов	Выполнил
Ермолаев	Не выполнил
Васильев	Выполнил
Артамонов	Не выполнил
Михайлов	Выполнил

Номинативные шкалы только с двумя разрядами (см. табл. 2.15) называются *номинативными бинарными шкалами*.

Интервальная шкала – это шкала, классифицирующая по принципу «больше (меньше) на определенное количество единиц (табл. 2.16).

Таблица 2.16 Пример интервальной шкалы

Время решения задания	Испытуемый
Произвольная точка отсчета	Королев
На 7 с дольше Королева	Панкратов
На 10 с дольше Королева	Ермолаев
На 15 с дольше Королева	Васильев

То есть по этой шкале уже можно количественно зафиксировать степень выраженности.

На этой шкале может быть нулевая отметка, но выбранная произвольно.

Порядковая (ранговая) шкала позволяет ранжировать объекты (присваивать им ранги) по какому-либо признаку (табл. 2.17).

Таблица 2.17 Пример порядковой шкалы

Испытуемый	Очередность решения задания
Королев	1
Панкратов	2
Ермолаев	3
Васильев	4

Абсолютная шкала (шкала отношений) – это шкала, классифицирующая по принципу «больше (меньше) в определенное количество раз» (табл. 2.18).

Таблица 2.18 Пример абсолютной шкалы

Испытуемый	Время решения задания, с
Королев	15
Панкратов	22
Ермолаев	25
Васильев	30

Типы данных

Данные – это основные элементы, подлежащие классифицированию или разбитые на категории с целью обработки. Определение типа данных позволяет определиться со шкалой. Выделяют три типа данных.

– *Номинативные данные* – категориальные (качественные) данные, представляющие собой особые свойства элементов выборки. Например, цвет глаз у испытуемых. Эти данные нельзя измерить, но можно оценить частоту их встречаемости. Если возможны только два значения номинативных параметров (например, выполнил тест – не выполнил тест), то такие данные называют бинарными.

– *Ранговые данные* – данные, соответствующие местам элементов в последовательности, полученной при их расположении в возрастающем порядке. Их можно представить в виде порядковой шкалы.

– *Метрические данные* – количественные данные, получаемые при измерениях и выраженные в соответствующих единицах (кг, IQ, тестовые баллы и т.д.). Их можно распределить на шкале интервалов или отношений.

2.4 Методические указания к выполнению контрольной работы

2.4.1 Пояснительная записка

Контрольная работа является одним из видов самостоятельной работы студентов. Она выполняется в соответствии с рабочей программой дисциплины и способствует развитию необходимых навыков практического использования методов решения задач, изученных на лекционных занятиях.

Целью написания контрольной работы является углубление и проверка знаний студентов по изучаемой дисциплине, полученных в ходе теоретических и практических занятий, развитие умений ориентироваться в вопросах методики преподавания, привитие студентам навыков самостоятельного подбора, осмысления и обобщения информации, полученной из периодической, учебной и научной литературы. Выполнение контрольной работы должно отразить самостоятельное изучение студентами курса и степень усвоения ими материала.

Задания для контрольной работы по данному курсу ориентированы на развитие умений использовать информационные технологии в профессиональной деятельности. Главной особенностью заданий по курсу «Основы математической обработки информации» является их ориентация на формирование способности оценивать приоритеты и ограничения при выборе средств информационных технологий для решения профессиональных и образовательных задач, а также на мотивирование самообразовательной деятельности с использованием информационно-коммуникационных технологий.

Учебным планом направления подготовки, предусматривается написание контрольной работы по дисциплине. Этот вид письменной работы выполняется по вариантам, выбранным в соответствии с рекомендациями (порядок выбора варианта см. ниже).

Цель выполняемой работы: получить специальные знания по разделам курса;

Основные задачи выполняемой работы:

1) закрепление полученных ранее теоретических знаний;

2) выработка навыков самостоятельной работы;

3) выяснение подготовленности студента к будущей практической работе.

Весь процесс написания контрольной работы можно условно разделить на следующие этапы:

а) определение варианта работы;

б) сбор научной информации, изучение литературы;

в) изучение теоретических вопросов по заданию;

г) разбор задачи, методов ее решения (примеры решения задач разобраны).

2.4.2 Общие методические указания по выполнению работы

2.4.2.1 Общие требования к выполнению контрольной работы

Подготовку контрольной работы следует начинать с повторения соответствующего раздела учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций. Приступать к выполнению работы без изучения основных положений и понятий науки, не следует, так как в этом случае студент, как правило, плохо ориентируется в материале, не может отграничить смежные вопросы и сосредоточить внимание на основных, первостепенных проблемах рассматриваемой темы.

Номер варианта выбирается по последней цифре номера в журнале. (Цифра 0 соответствует 10 варианту.)

2.4.2.2 Требования к оформлению:

Контрольная работа должна состоять из:

– титульного листа;
– содержания;
– выполненных заданий по варианту;
– списка использованных источников;
– приложения (при необходимости).

При выполнении варианта необходимо:

- решить и оформить задания в текстовом редакторе MS Word;

-решение задач должно быть приведено полностью, с указанием используемых формул и ответа.

Работа должна быть оформлена в печатном виде на листах формата А4. шрифт – Times New Roman, размер основного текста– 14, заголовков первого уровня – 16;

междустрочный интервал – одинарный

поля: левое – не менее 30 мм; правое – не менее 10 мм; верхнее и нижнее – не менее 20 мм.

Страницы следует нумеровать арабскими цифрами, соблюдая сквозную нумерацию по всему тексту. Номер страницы проставляют в центре нижней части листа без точки.

1. Выполнив контрольную работу, студент должен указать используемую литературу.
2. Проверенные работы сохраняются и предоставляются на зачете.
3. Студент должен ознакомиться с рецензией и ответить на все замечания, чтобы быть готовым к ответу по работе. Если работа не зачтена, то ее нужно переделать в соответствии с указаниями преподавателя и сдать на повторную рецензию.2 Задания для выполнения контрольной работы

В содержании контрольной работы необходимо показать знание рекомендованной литературы по данной теме. Кроме рекомендованной специальной литературы, можно использовать любую дополнительную литературу, которая необходима для выполнения контрольной работы.

Перед выполнением контрольной работы студент должен изучить соответствующие разделы курса по учебным пособиям, рекомендуемым в списке литературы.

В ходе написания контрольной работы студенты расширяют полученные знания по изученным темам и закрепляют их. Контрольная работа должна соответствовать требованиям логического и последовательного изложения материала.

Содержание разделов, изучаемых в курсе, и соответствующие источники по темам приведены в разделе 2.2.

2.4.3Контрольные задания по курсу

По каждому приведенному заданию в пункте 2.2 разбирается пример решения.

Задание 1

Создать класс из 15 учащихся, заполнить таблицу их успеваемости по результатам учебы по 10 предметам в I, II, III и IY четвертях на отдельных листах. По созданным данным провести мониторинг успеваемости.

1. Для каждой четверти определить балл каждого ученика по всем предметам.
2. Средний балл класса по каждому предмету.
3. Четвертные и годовые оценки.
4. Определить процент качества и процент успеваемости за год.
5. Выделить отстающих (средний балл ниже 3) и отличников (средний балл выше 4,5).
6. создать таблицу изменений в успеваемости от четверти к четверти.
7. Построить диаграммы изменений в успеваемости для пяти учеников с максимальным изменением успеваемости.
8. Определить по результатам года статус каждого ученика как отстающего, троечника, хорошиста или отличника.
9. Подсчитать количество учащихся, успевающих на 4 и 5.
10. Определить долю мальчиков и девочек среди успевающих на 4 и 5. Построить диаграмму.
11. Проранжировать результаты учебы по каждому предмету и в целом по всем предметам.
12. Определить вид и качество связи успеваемости по двум предметам на ваш выбор.

Задание 2

Рассчитать и построить гистограмму относительных частот по сгруппированным данным (вариант и данные указаны в таблице 1), где m_i – частота попадания вариант в промежуток ($x; x_{i+1}$]. Рассчитать точечные оценки.

Таблица 1

вариант	i	$x_i<X\leq x_{i+1}$	m_i	вариант	i	$x_i<X\leq x_{i+1}$	m_i
1	1	2-4	5	6	1	5-8	5
	2	4-6	8		2	8-11	7
	3	6-8	16		3	11-14	4
	4	8-10	12		4	14-17	1
	5	10-15	9		5	17-20	3
2	1	2-7	4	7	1	4-6	3
	2	7-11	6		2	6-8	9
	3	11-15	9		3	8-10	7
	4	15-19	10		4	10-12	22
	5	19-23	11		5	12-14	9
3	1	-6÷-2	2	8	1	1 – 5	4
	2	-2 – 2	8		2	5 – 9	5
	3	2 – 6	14		3	9 – 13	9
	4	6 – 10	6		4	13 – 17	10
	5	10 – 14	10		5	17 – 21	2
4	1	4 – 8	5	9	1	10 – 14	3
	2	8 – 12	7		2	14 – 18	16
	3	12 – 16	10		3	18 – 22	8
	4	16 – 20	12		4	22 – 26	7
	5	20 – 24	6		5	26 – 30	6
5	1	7 – 9	5	10	1	20 – 22	4
	2	9 – 11	4		2	22 – 24	6
	3	11 – 13	8		3	24 – 26	10
	4	13 – 15	12		4	26 – 28	4
	5	15 – 17	11		5	28 - 30	6

Задание 3

Найти несмещенную выборочную дисперсию на основании данного распределения выборки (табл. 2).

Таблица 2

Вариант	распределение					Вариант	распределение				
1	x_i	-6	-2	3	6	6	x_i	-3	1	4	8
	n_i	12	14	16	8		n_i	2	3	1	4
2	x_i	-10	-5	-1	4	7	x_i	16	20	22	30
	n_i	25	44	16	15		n_i	14	26	17	3
3	x_i	4	8	16	24	8	x_i	38	42	43	
	n_i	31	14	28	27		n_i	52	36	12	
4	x_i	430	450	500		9	x_i	15	26	31	
	n_i	20	18	12			n_i	426	318	256	
5	x_i	0,01	0,04	0,08	0,14	10	x_i	4	8	10	14

	n_i	19 28 31 22		n_i	12 24 38 26

Задание 4

Вариант1 В классе 26 человек. Получены следующие результаты педагогического измерения.

уровень	Низкий	Ниже среднего	Средний	Выше среднего	Высокий
Количество человек	1	6	7	10	2

Рассчитайте числовые характеристики данного распределения.

Оформите результаты в виде диаграммы, соответствующей типу таблицы.

Вариант2 В классе 23 человека. Получены следующие результаты педагогического измерения.

уровень	Низкий	Ниже среднего	Средний	Выше среднего	Высокий
Количество человек	1	4	6	10	2

Рассчитайте числовые характеристики данного распределения.

Оформите результаты в виде диаграммы, соответствующей типу таблицы.

Вариант3 В классе 25 человек. Получены следующие результаты педагогического измерения.

уровень	Низкий	Ниже среднего	Средний	Выше среднего	Высокий
Количество человек	1	5	7	10	2

Рассчитайте числовые характеристики данного распределения.

Оформите результаты в виде диаграммы, соответствующей типу таблицы.

Вариант4 В классе 24 человека. Получены следующие результаты педагогического измерения.

уровень	Низкий	Ниже среднего	Средний	Выше среднего	Высокий
Количество человек	1	4	7	10	2

Рассчитайте числовые характеристики данного распределения.

Оформите результаты в виде диаграммы, соответствующей типу таблицы.

Вариант5 В классе 21 человек. Получены следующие результаты педагогического измерения.

уровень	Низкий	Ниже среднего	Средний	Выше среднего	Высокий

Количество человек	1	4	6	8	2

Рассчитайте числовые характеристики данного распределения.

Оформите результаты в виде диаграммы, соответствующей типу таблицы.

Вариант6 В классе 31 человек. Получены следующие результаты педагогического измерения.

уровень	Низкий	Ниже среднего	Средний	Выше среднего	Высокий
Количество человек	2	7	8	10	4

Рассчитайте числовые характеристики данного распределения.

Оформите результаты в виде диаграммы, соответствующей типу таблицы.

Вариант7 В классе 22 человека. Получены следующие результаты педагогического измерения.

уровень	Низкий	Ниже среднего	Средний	Выше среднего	Высокий
Количество человек	1	4	6	9	2

Рассчитайте числовые характеристики данного распределения.

Оформите результаты в виде диаграммы, соответствующей типу таблицы.

Вариант8 В классе 29 человек. Получены следующие результаты педагогического измерения.

уровень	Низкий	Ниже среднего	Средний	Выше среднего	Высокий
Количество человек	2	5	8	11	3

Рассчитайте числовые характеристики данного распределения.

Оформите результаты в виде диаграммы, соответствующей типу таблицы.

Вариант 9 В классе 30 человек. Получены следующие результаты педагогического измерения.

уровень	Низкий	Ниже среднего	Средний	Выше среднего	Высокий
Количество человек	2	7	8	10	3

Рассчитайте числовые характеристики данного распределения.

Оформите результаты в виде диаграммы, соответствующей типу таблицы.

Вариант 10 В классе 27 человек. Получены следующие результаты педагогического измерения.

уровень	Низкий	Ниже сред-	Средний	Выше сред-	Высокий

		него		него	
Количество человек	2	5	7	10	3

Рассчитайте числовые характеристики данного распределения.

Оформите результаты в виде диаграммы, соответствующей типу таблицы.

Задание 5

Проверить нулевую гипотезу о том, что заданное значение a_0 является математическим ожиданием нормально распределенной случайной величины при 5%- м уровне значимости для двусторонней критической области, если в результате обработки выборки объема n =10 получено выборочное среднее $\overline{x}$, а несмещенное среднее квадратичное отклонение равно s.

Вариант	a_0	$\overline{x}$	s
1	10	12	1
2	20	22	4
3	20	18	2
4	40	44	3
5	58	56	4
6	60	64	6
7	70	66	8
8	70	72	5
9	50	48	2
10	30	34	4

Задание 6

При уровне значимости α=0,1 проверить гипотезу о равенстве дисперсий двух нормально распределенных случайных величин X и Y на основе выборочных данных при альтернативной гипотезе H_1: $\sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$

Вариант	X		Y		Вариант	X		Y	
	x_i	n_i	y_i	m_i		x_i	n_i	y_i	m_i
1	142 145 146 148	3 1 2 4	140 146 147 151	5 3 2 2	6	42 45 46 50	15 17 12 16	84 87 92 96	3 2 4 1
2	37 38 40 41 42	2 1 4 3 6	38 39 40 41 43	4 3 2 2 3	7	30 32 33 34 36	4 5 8 1 2	30 31 32 34 35	6 4 3 5 2
3	39 43 45	4 2 3	75 80 84	4 2 3	8	42 ,44 48	4 8 3	44 45 46	16 12 11

	47	4	91	4		50	5	51	6
	51	2	94	2		53	10	55	5
	3,5	1	3,6	3		31	7	29	8
	3,7	3	3,7	5		35	3	32	9
4	3,9	5	3,8	2	9	40	4	33	12
	4,0	4	4,4	1		42	2	35	10
	4,1	4	4,2	4		44	4	39	11
	9	4	9	5		61	5	60	4
	10	5	10	6		62	4	63	3
5	11	3	11	4	10	64	6	64	2
	12	2	13	8		67	2	68	6
	14	1	14	3		68	3	70	5

Задание 7

Вариант 1

Задача 1 При определении степени выраженности некоторого психического свойства в опытной группе были получены следующие результаты.

Опытная группа – 18, 15, 16, 11, 14,15, 16,16, 16, 22, 17, 12, 11, 12, 18, 19, 20

Построить кривую распределения признака и дать заключение об отклонении данного распределения от нормального.

Вариант 2

Задача 1При определении степени выраженности некоторого психического свойства в контрольной группе были получены следующие результаты.

Контрольная – 14, 8, 13, 12, 25, 22, 13, 14, 21, 20, 14, 16, 17, 16, 9, 11, 16

Построить кривую распределения признака и дать заключение об отклонении данного распределения от нормального.

Вариант 3

Задача 1При определении степени выраженности некоторого психического свойства в опытной группе были получены следующие результаты.

Опытная группа – 19, 16, 17, 12, 15,16, 17,17, 21, 23, 18, 13, 13, 13, 19, 20, 21

Построить кривую распределения признака и дать заключение об отклонении данного распределения от нормального.

Вариант 4

Задача 1При определении степени выраженности некоторого психического свойства в контрольной группе были получены следующие результаты.

Контрольная – 27, 16, 15, 13, 23, 23, 14, 15, 22, 21, 16, 16, 18, 17, 10, 12, 17

Построить кривую распределения признака и дать заключение об отклонении данного распределения от нормального.

Вариант 5

Задача 1При определении степени выраженности некоторого психического свойства в опытной группе были получены следующие результаты.

Опытная группа – 16, 13, 14, 9, 10,13, 14,14, 18, 20, 15, 10, 9, 10, 16, 17, 18

Построить кривую распределения признака и дать заключение об отклонении данного распределения от нормального.

Вариант 6

Задача 1При определении степени выраженности некоторого психического свойства в контрольной группе были получены следующие результаты.

Контрольная группа – 24, 6, 9, 10, 23, 20, 11, 12, 19, 18, 13, 14, 12, 14, 7, 9, 14

Построить кривую распределения признака и дать заключение об отклонении данного распределения от нормального.

Вариант 7

Задача 1При определении степени выраженности некоторого психического свойства в опытной группе были получены следующие результаты.

Опытная группа – 15, 12, 13, 8, 11,12, 13,13, 17, 19, 14, 9, 8, 9, 15, 16, 17

Построить кривую распределения признака и дать заключение об отклонении данного распределения от нормального.

Вариант 8

Задача 1При определении степени выраженности некоторого психического свойства в контрольной группе были получены следующие результаты.

Контрольная – 23, 5, 9, 9, 22, 19, 10, 11, 18, 17, 13, 13, 14, 13, 6, 8, 13 Построить кривую распределения признака и дать заключение об отклонении данного распределения от нормального.

Вариант 9

Задача 1По методике Цунга была исследована группа студентов факультета психологии. Измерялся уровень депрессивного состояния. Построить кривую распределения уровня депрессивного состояния у студентов-психологов. Отличается ли распределение признака от нормального?

Результаты тестирования: 53 51 49 47 46 45 44 44 42 42 42 41 41 41 41 40 40 40 39 39 39 38 38 37 36 36

Вариант 10

Задача 1По методике Цунга была исследована группа студентов факультета психологии. Измерялся уровень депрессивного состояния. Построить кривую распределения уровня депрессивного состояния у студентов-психологов. Отличается ли распределение признака от нормального?

Результаты тестирования: 39 39 37 37 36 36 36 35 35 35 35 35 34 34 34 33 32 31 30 30 30 29 29 28 25

2.4.4 Примеры решения заданий

Задание 1

Рассчитать и построить гистограмму относительных частот по сгруппированным данным, где m_i – частота попадания вариант в промежуток $(x; x_{i+1}]$. Рассчитать точечные оценки.

1. Составим исходную таблицу рассматриваемого признака.

Путем опроса $n=19+10=29$ студентов собраны данные о размере их обуви.

Размер обуви (X)	36	37	38	39	40	41	42	43
Число студентов (n_i)	2	3	8	7	3	3	2	1

2. Составим дискретный вариационный ряд признака X.

x_i	36	37	38	39	40	41	42	43
n_i	2	3	8	7	3	3	2	1

3. Составим статистическое распределение частот и относительных частот признака X. Построим соответствующие им полигоны.

Статистическое распределение частот имеет вид:

x_i	36	37	38	39	40	41	42	43
n_i	2	3	8	7	3	3	2	1

Найдем статистическое распределение относительных частот:

Объем выборки n=29

Найдем относительные частоты $\omega_i = \frac{n_i}{n}$:

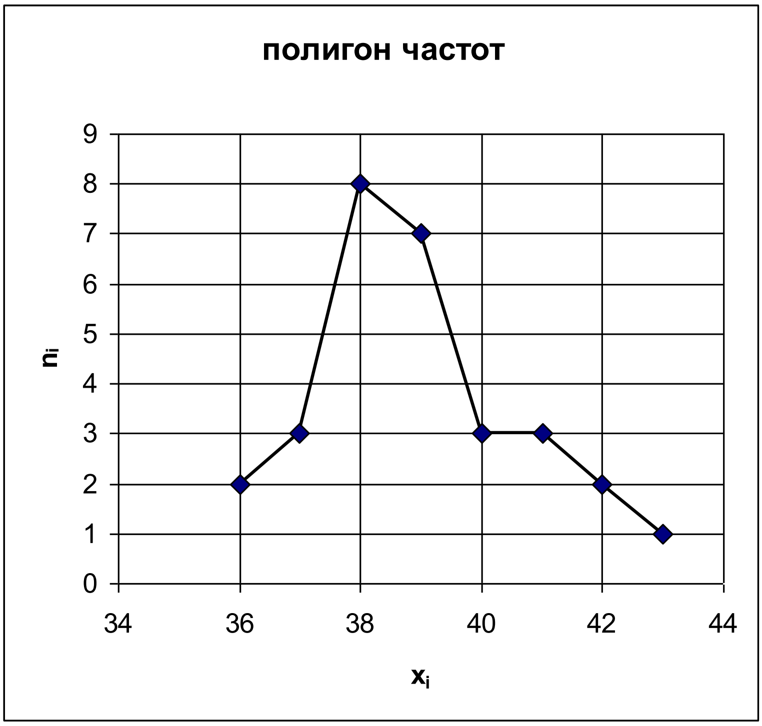
$\omega_1 = \frac{2}{29} = 0{,}07$; $\omega_2 = \frac{3}{29} = 0{,}1$; $\omega_3 = \frac{8}{29} = 0{,}28$; $\omega_4 = \frac{7}{29} = 0{,}24$; $\omega_5 = \frac{3}{29} = 0{,}1$; $\omega_6 = \frac{3}{29} = 0{,}1$;

$\omega_7 = \frac{2}{29} = 0{,}07$; $\omega_8 = \frac{1}{29} = 0{,}03$

Статистическое распределение относительных частот:

x_i	36	37	38	39	40	41	42	43
ω_i	0,07	0,1	0,28	0,24	0,1	0,1	0,07	0,04

Контроль: 0,07+0,1+0,28,+0,24+0,1+0,1+0,07+0,04=1



Найдем точечные характеристики вариационного ряда: среднее арифметическое, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации.

x_i	36	37	38	39	40	41	42	43
n_i	2	3	8	7	3	3	2	1

Выборочную среднюю $\overline{x_в}$ найдем по формуле $\overline{x_в} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} n_i x_i\right)}{n}$

$$\overline{x_в} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} n_i x_i\right)}{n} = \frac{161 \cdot 4 + 163 \cdot 8 + 165 \cdot 6 + 167 \cdot 6 + 169 \cdot 5}{29} = 165$$

Найдем выборочную дисперсию:

$$D_B = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} \left(x_i - \overline{x_в}\right)^2 \cdot n_i$$

$$D_B = \frac{(161-165)^2 \cdot 4 + (163-165)^2 \cdot 8 + (165-165)^2 \cdot 6 + (167-165)^2 \cdot 6 + (169-165)^2 \cdot 5}{29} = 6{,}9$$

Среднее квадратическое отклонение равно: $\sigma_B = \sqrt{D_B}$; $\sigma_B = \sqrt{6{,}9} = 2{,}63$

Задание 2

Найти несмещенную выборочную дисперсию на основании данного распределения выборки.

$$\overline{x_в} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} n_i x_i\right)}{n} = \frac{161 \cdot 4 + 163 \cdot 8 + 165 \cdot 6 + 167 \cdot 6 + 169 \cdot 5}{29} = 165$$

Вычислим исправленную среднюю квадратическую погрешность n измерений по формуле:

$$S = \sqrt{\frac{\sum n_i (x_i - \overline{x_B})^2}{n-1}}$$

$$S = \sqrt{\frac{(161-165)^2 \cdot 4 + (163-165)^2 \cdot 8 + (165-165)^2 \cdot 6 + (167-165)^2 \cdot 6 + (169-165)^2 \cdot 5}{28}} = \sqrt{\frac{200}{28}} = 2.67$$

Задание 3

В классе 24 человека. Получены следующие результаты педагогического измерения.

уровень	Низкий	Ниже среднего	Средний	Выше среднего	Высокий
Количество человек	1	4	7	10	2

Придадим числовые значения качественным показателям.

уровень	Низкий	Ниже среднего	Средний	Выше среднего	Высокий
	1	2	3	4	5
Количество человек	1	4	7	10	2

Рассчитайте числовые характеристики данного распределения.

$$\overline{x_{\text{в}}} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} x_i \cdot n_i\right)}{n} = \frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 7 + 4 \cdot 10 + 5 \cdot 2}{24} = 3{,}33$$

Найдем выборочную дисперсию:

$$D_{\text{в}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} (x_i - \overline{x_{\text{в}}})^2 \cdot n_i}{n} =$$

$$\frac{(1-3.33)^2 \cdot 1 + (2-3.33)^2 \cdot 4 + (3-3.33)^2 \cdot 7 + (4-3.33)^2 \cdot 10 + (5-3.33)^2 \cdot 2}{24}$$

$$\frac{5.43 + 1.77 + 0.11 + 0.45 + 2.79}{24} = 0.44$$

Среднее квадратическое отклонение равно:

$$\sigma_{\text{в}} = \sqrt{D_{\text{в}}} = \sqrt{0{,}44} = 0{,}66$$

Оформите результаты в виде диаграммы, соответствующей типу таблицы.

Задание 4

Проверить нулевую гипотезу о том, что заданное значение a_0 является математическим ожиданием нормально распределенной величины при 5%-м уровне значимости для двусторонней области, если в результате обработки выборки объема n =10 получено выборочное среднее $\bar{x}$, а несмещенное среднее квадаратическое отклонение равно s.

Решение: Предположим, что случайная величина X подчинена нормальному закону распределения. Требуется проверить гипотезу о числовом значении математического ожидания нормально распределенной величины (генеральной средней) при неизвестной генеральной дисперсии. В этом случае в качестве критерия выбирают функцию

$$T = \frac{\bar{X} - a_0}{S/_{\sqrt{n-1}}}$$

где $\overline{\mathrm{X}}$ - выборочная средняя, a_0 – математическое ожидание, s – «исправленное» среднее квадаратическое отклонение. Случайная величина T - имеет t- распределение (распределение Стьюдента) с l = n-1 степенями свободы. В данной задаче речь идет о сравнении выборочной средней $\bar{x}$ с гипотетическим математическим ожиданием a_0, при этом «исправленное» выборочное среднее квадаратическое отклонение равно s.

Требуется найти критическую область для нулевой гипотезы H_0: a_0 = (значение из условия) при альтернативной гипотезе H_1: $a_0 \neq$ (значение из условия). Критическая область двусторонняя, поэтому по таблице t- распределения для l= 10-1=9 и 5%-го уровня значимости находим $t_{кр}$ = 2,23, то есть критическая область есть интервалы (-∞; -2,23) и (2,23; ∞).

Рассчитаем T:

$$T = \frac{\bar{X} - a_0}{s/\sqrt{n-1}}$$

Если рассчитанное значение T попадает в критическую область, то нулевая гипотеза H_0 отвергается, в противном случае – принимается.

Задание 5

При уровне значимости α=0,1 проверить гипотезу о равенстве дисперсий двух нормально распределенных случайных величин X и Y на основе выборочных данных при альтернативной гипотезе H_1: $\sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$.

Решение: в предположении о нормальном распределении величин выдвигается нулевая гипотеза H_0: σ_x^2=σ_y^2 и альтернативная ей H_1: $\sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$

Вычисляются $\bar{x}$ и $\bar{y}$, а также их выборочные дисперсии σ_x^2 и σ_y^2.

«Исправленные» выборочные дисперсии s_x^2 и s_y^2 находят по формуле

$$s^2 = \frac{n}{n-1}\sigma_{x(y)}^2$$

Затем сравнивают s_x^2 и s_y^2

Если $s_x^2 > s_y^2$, то

$$F_{\text{расч}} = \frac{s_x^2}{s_y^2}$$

Критическое значение F находят из условия, что

$P(F(l_1=n-1,\ l_2=m-1)>F_{\text{кр}})=\alpha/2=0{,}05$
Если же $s_x^2 < s_y^2$, то

$$F_{\text{расч}} = \frac{s_y^2}{s_x^2}$$

Критическое значение F находят из условия, что

$P(F(l_1=m-1,\ l_2=n-1)>F_{\text{кр}})=\alpha/2=0{,}05$

По таблице F-распределения определяется критическое значение F. В данном случае критическая область двусторонняя, но можно использовать только правостороннюю область ($f_{\text{кр}}$, ∞).

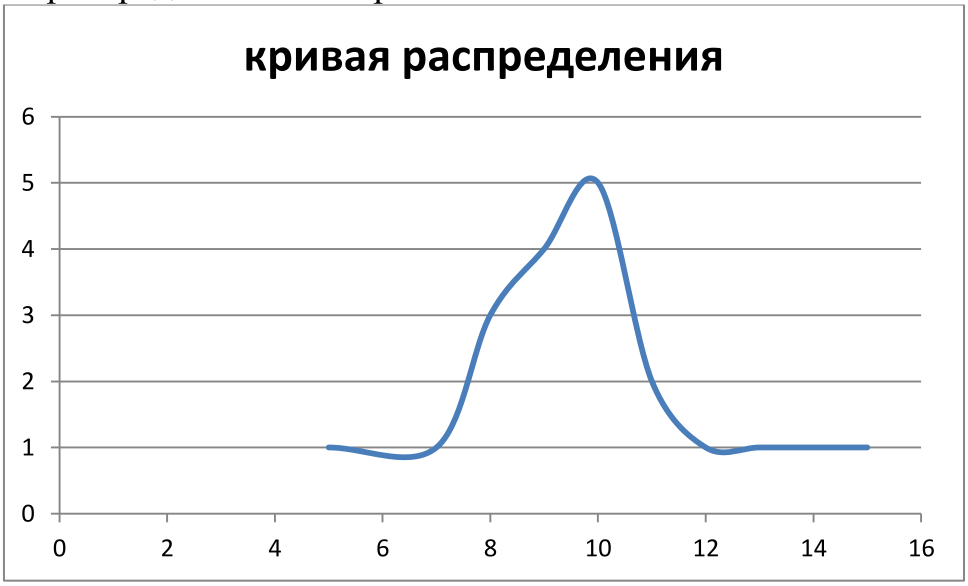
Если расчетное значение попадает в критическую область, то гипотеза о равенстве дисперсий (H_0) отвергается, иначе - принимается

Задание 6

При определении степени выраженности некоторого психического свойства в опытной группе были получены следующие результаты.

Опытная группа – 11, 13, 12,10, 9, 10,11,8,10,15,14,8,7,10,10,5,8

Построить кривую распределения признака и дать заключение об отклонении данного распределения от нормального.



Действовать будем по следующему алгоритму:

1) рассчитаем критические значения показателей асимметрии и эксцесса по формулам Е.И. Пустыльника и сопоставим с ними эмпирические значения;

2) если эмпирические значения показателей окажутся ниже критических, сделаем вывод о том, что распределение признака не отличается от нормального.

Расчет эмпирических показателей асимметрии и эксцесса будем производить по формулам данным ранее.

Сначала сделаем расчет промежуточных значений, который удобно выполнять поэтапно, занося данные в таблицу (Таблица 1).

Таблица 1. Расчет промежуточных значений

№	x_i	$(x_i-\bar{x})$	$(x_i-\bar{x})^2$	$(x_i-\bar{x})^3$	$(x_i-\bar{x})^4$
1	11	0,94	0,884	0,831	0,781
2	13	2,94	8,644	25,412	74,712
3	12	1,94	3,764	7,301	14,165
4	9	−1,06	1,124	−1,191	1,262
5	10	−0,06	0,004	−0,000	0,000
6	11	0,94	0,884	0,831	0,781
7	8	−2,06	4,244	−8,742	18,009
8	10	−0,06	0,004	−0,000	0,000
9	15	4,94	24,404	120,554	595,536
10	14	3,94	15,524	61,163	240,982
11	8	−2,06	4,244	−8,742	18,009
12	7	−3,06	9,364	−28,653	87,677
13	10	−0,06	0,004	−0,000	0,000
14	10	−0,06	0,004	−0,000	0,000
15	5	−5,06	25,604	−129,554	655,544
16	8	−2,06	4,244	−8,742	18,009
Суммы	161		102,944	30,468	1725,467

Для расчетов в таблице, необходимо значение среднего арифметического, которое вычисляется по формуле:

$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$,

где x_i – каждое наблюдаемое значение признака;

n – количество наблюдений.

В данном случае: $\bar{x} = \frac{161}{16} = 10{,}06$

Стандартное отклонение вычисляется по формуле: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n-1}}$

где x_i – каждое наблюдаемое значение признака;

$\bar{x}$ – среднее значение (среднее арифметическое;

n – количество наблюдений.

В данном случае: $\sigma = \sqrt{\frac{102{,}944}{16-1}} = \sqrt{6{,}893} = 2{,}62$

Подставляя в формулы для расчета А и Е полученные значения n, σ и соответствующие значения из таблицы, получаем:

$$A = \frac{+30.468}{16 \cdot 2.62^3} = +0.106$$

$$E = \frac{1725.467}{16 \cdot 2.62^4} - 3 = -0.711$$

Теперь рассчитаем критические значения для показателей А и Е по формулам Е.И. Пустыльника:

$$A_{пр} = 3 \cdot \sqrt{\frac{6 \cdot (n-1)}{(n+1) \cdot (n+3)}}$$

$$E_{пр} = 5 \cdot \sqrt{\frac{24 \cdot n \cdot (n-2) \cdot (n-3)}{(n+1)^2 \cdot (n+3) \cdot (n+5)}},$$

где n – количество наблюдений.

В данном случае

$$A_{пр} = 3 \cdot \sqrt{\frac{6 \cdot (16-1)}{(16+1) \cdot (16+3)}} = 3 \cdot \sqrt{\frac{90}{323}} = 1{,}58$$

$$E_{пр} = 5 \cdot \sqrt{\frac{24 \cdot 16 \cdot (16-2) \cdot (16-3)}{(16+1)^2 \cdot (16+3) \cdot (16+5)}} = 5 \cdot \sqrt{\frac{69888}{115311}} = 3{,}89$$

$A_{эмп}=0{,}106$

$A_{эмп} < A_{кр}$;

$E_{эмп} =-0{,}711$

$E_{эмп} < E_{кр}$

Так как эмпирические значения А и Е меньше критических значений, то можно сделать следующий вывод: распределение результативного признака в данном примере не отличается от нормального распределения.

2.4.5 Критерии оценивания

Уровень качества письменной контрольной работы студента определяется с использованием следующей системы оценок:

’’Зачтено’’ выставляется, в случае если студент показывает хорошие знания изученного учебного материала; хорошо владеет основными терминами и понятиями по дисциплине; самостоятельно, логично и последовательно излагает и интерпретирует материалы результаты выполненных действий; получает правильный результат заданий; показывает умение формулировать выводы и обобщения по теме заданий. Работа оценивается удовлетворительно при условии выполнения не менее 70% заданий.

Каждое задание, в свою очередь, считается выполненным и может быть зачтено, если выполнены 70%-94% условий и требований, сформулированных в нем.

’’Не зачтено – выставляется при наличии серьезных упущений в процессе решения задач, неправильного использования формул, отсутствия аргументации, вычислительных ошибок; неудовлетворительном знании базовых терминов и понятий курса, практические задания выполнены неверно; если работа выполнена без учета требований, предъявляемых к данному виду заданий.

Контрольная работа, выполненная небрежно, не по своему варианту, без соблюдения правил, предъявляемых к ее оформлению, возвращается с проверки с указанием причин, которые доводятся до студента. В этом случае контрольная работа выполняется повторно.

При выявлении заданий, выполненных несамостоятельно, преподаватель вправе провести защиту студентами своих работ. По результатам защиты преподаватель выносит решение либо о зачете контрольной работы, либо об ее возврате с изменением варианта. Защита контрольной работы предполагает свободное владение студентом материалом, изложенным в работе и хорошее знание учебной литературы, использованной при написании.

В случае неудовлетворительной оценки работы, она возвращается на доработку студенту. В *этой же* работе студент должен устранить замечания и сдать на повторную проверку. Обучающиеся, не выполнившие задания и не представившие результаты самостоятельной работы, аттестуются по курсу «неудовлетворительно» и к итоговой аттестации по курсу не допускаются.

2.5 Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

2.5.1 Пояснительная записка

Рабочей программой дисциплины предусмотрено три практических занятия, содержание которых раскрыто ниже

Данное издание предназначено для студентов направления подготовки 44.03.01Педагогическое образование всех профилей, поскольку дисциплина «Основы математической обработки информации» относится к базовой части дисциплин.

Цель практических занятий:

- развитие навыков и компетенций в процессе аудиторной и самостоятельной исследовательской деятельности;
- отработка навыков аргументированной защиты выводов и предложений.
- углубить и закрепить знания, полученные на лекциях и в ходе самостоятельной работы;
- проверить эффективность и результативность самостоятельной работы обучающихся над учебным материалом;
- привить будущим бакалаврам навыки поиска, обобщения и изложения учебного материала в аудитории, развить навыки самостоятельной исследовательской деятельности;
- выработать умение формулировать, обосновывать и излагать собственное суждение по обсуждаемому вопросу, умение отстаивать свои взгляды;
- формирование навыков использования математических моделей и ППП для принятия целесообразных решений в различных ситуациях.

Содержание занятий нацелено на формирование у обучающихся компетенций, связанных с умением работать с информацией.

В данном пособии представлены два раздела: теоретического и практического характера.

Материал изложен по трем темам в соответствии с содержанием курса:

– Использование математического языка для записи и обработки информации;
– Вероятностные методы обработки информации;
– Статистические методы обработки информации.

В практической части издания предлагаются теоретические вопросы к каждому занятию, перечисляются основные термины, знание которых необходимо для занятия, предлагается список источников, которые помогут при подготовке к занятию. Также в практической части предлагаются задания и задачи, выполнение которых способствует формированию соответствующих компетенций у будущих педагогов.

2.5.2 Методические указания по подготовке к практическим занятиям

Подготовку к участию в практическом занятии целесообразно организовать в следующей последовательности:

- подобрать учебную, справочную и другую литературу, необходимую для получения более полной информации по теме предстоящего занятия;
- повторить соответствующий теоретический материал, обращая особое внимание на список терминов (словарь занятия), необходимых для участия в занятии;
- разобрать примеры, иллюстрирующие решение задач, приведенные в литературе, в теоретическом материале данного пособия;
- найти ответы на контрольные вопросы;
- отобрать термины, необходимые для освещения теоретических вопросов занятия, составить план выступления.

Порядок проведения практического занятия:

– входной контроль подготовки обучающихся и вводный инструктаж; (терминологический диктант, тест на знание терминов занятия);
– обсуждение вопросов занятия в указанной последовательности;
– решение задач по теме занятия
– общее подведение итогов.

Каждый обучающийся должен иметь на занятии рабочую тетрадь, конспект лекций.

Желательно при подготовке к занятиям придерживаться следующих рекомендаций:

1. При изучении конспектов лекций, учебников, учебных пособий, интернет-ресурсов и других материалов необходима его собственная интерпретация. Не следует жёстко придерживаться терминологии лектора, а правильно уяснить сущность и передать её в наиболее удобной форме.

2. При изучении основной рекомендуемой литературы следует сопоставить учебный материал темы с конспектом, выявить основные моменты изучаемой темы, обратить внимание на особенности изложения материала авторами учебников. При этом нет необходимости составлять дополнительный конспект, достаточно в основном конспекте сделать пояснительные записи (желательно другим цветом).

3. Приступая к решению задачи, студент должен прежде всего уяснить содержание задачи: данные и требование задачи. Составить модель задачи (изобразить графически, в виде таблицы, схемы). Затем найти необходимые теоремы и формулы, составить план решения задачи.

2.5.2.1 Использование математического языка для записи и обработки информации

Формируемые компетенции:

ОК-3 способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве

Задачи:

– дать представление об основах языка математических методов анализа данных;

– рассмотреть методологические вопросы применения математических методов в педагогике и психологии;

– формировать основы вычислительной и алгоритмической культуры педагога

Вопросы к занятию

1. Аксиоматический метод как основа построения математических теорий.

2. Математическое моделирование как один из основных методов познания

3. Математические средства представления информации в виде знаковых информационных моделей

Словарь занятия

1. Определение, теорема, аксиома, следствие, первичные термины, первичные утверждения, дедукция, математическая индукция.

2. Модель, моделирование, признаки классификации моделей.

Классификация моделей: по целям использования, по области знаний, по фактору времени.

Способы представления моделей: материальные и нематериальные модели, информационные, образные, знаковые информационные модели, естественные и формальные языки построения моделей.

Формальные языки: язык математики (алгебры, алгебры логики), формализация.

3. Формулы.

Таблицы. Статистическая таблица: подлежащее таблицы, сказуемое таблицы.

Простые таблицы. Распределение обучающихся по нарушениям осанки и зрения.

Групповые таблицы. Распределение обучающихся по нарушениям осанки и зрения и динамика изменений этих нарушений у обучающихся в зависимости от возраста

Комбинированные таблицы. Распределение обучающихся по нарушениям осанки и зрения и динамика изменений этих нарушений у обучающихся в зависимости от возраста и пола.

По характеру разработки: таблицы с простой и сложной разработкой показателей сказуемого.

Основные правила оформления, составления и анализа таблиц.

Графики. Виды графиков: в виде ломаной (посещаемость библиотеки в 2009 году); радиальные диаграммы: замкнутые (замкнутая диаграмма успеваемости обучающихся) и спиральные (спиральная диаграмма успеваемости обучающихся 5-8 классов); столбчатый (График успеваемости учащегося в 1 четверти, график успеваемости учащегося по данным предметам и четвертям); круговой (кольцевой) (круговая диаграмма предпочтения предметов; кольцевая диаграмма предпочтения предметов для нескольких факультетов); ленточный (ленточный график распределения времени студентов в среднем за сутки); z-образный (анализ опозданий в сентябре, в учебном году)

Литература к занятию:

– Бельчик, Т.А. Основы математической обработки информации с помощью SPSS [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Т.А. Бельчик. - Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2013. - 232 с. - ISBN 978-5-8353-1265-8. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php? page=book&id=232214 - Лекции №1, №2, №5.

– Математические методы в психологии [Электронный ресурс]: учеб. пособие/А.И.Новиков, Н.В.Новикова - Москва: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 256 с. – ISBN 978-5-16-009891-3 - Режим доступа: http://znanium.com/catalog/product/460890 - введение стр. 3-10, п 1.1

– Пункт 2.1 данного издания

Задания к занятию

1. Всего 25 школьников писали контрольную работу по математике: два ученика получили неудовлетворительные оценки, пять написали на «отлично», получивших «хорошо» и «удовлетворительно» одинаковое число. Представьте данную информацию в виде таблицы

2. Подсчитайте, сколько времени в среднем Вы тратите на дорогу, учебу, сон, развлечения, и представьте эту информацию в виде круговой диаграммы.

3. В школе два класса соревновались по прыжкам в длину. Из 5 «А» класса 10 мальчиков участвовали в соревнованиях: Антонов прыгнул на 305 см, Белов – 296, Викторов – 321, Горелов – 310, Данилов – 315, Ермаков – 317, Калинин – 307, Морозов – 320, Павлов – 309, Яковлев – 312 см. Из 5 «А» также 10 мальчиков участвовали в соревнованиях: Акимов прыгнул на 327 см, Викулов – 299, Громов – 304, Дмитриев – 318, Искрин – 306, Корочкин – 309, Мальцев – 316, Новичков – 317, Орешкин – 321, Рукавишников – 314 см. Представьте информацию о результатах соревнований в виде таблицы.

4. Средняя температура в январе –20 °C, в феврале –25, в марте –5, в апреле +5, в мае +10, в июне +12, в июле +20, в августе +18, в сентябре +7, в октябре +1, в ноябре –11, в декабре –20 °C. Представьте данную информацию в форме таблицы, графика, диаграммы.

5. Постройте z-образный график для анализа успеваемости ученика 5-го класса за 2014/15 учебный год по математике, используя данные таблицы 1.1.

Таблица 1.1 Успеваемость (средний балл) обучающегося 5-го класса по математике

2013/14 учебный год, месяц	Средний балл по математике	2014/15 учебный год, месяц	Средний балл по математике
Сентябрь	4,2	Сентябрь	4,89
Октябрь	4,5	Октябрь	4,7
Ноябрь	4,9	Ноябрь	4,9
Декабрь	4,7	Декабрь	5,0
Февраль	4,8	Февраль	4,9
Март	4,6	Март	4,7
Апрель	4,6	Апрель	4,8
Май	4,9	Май	5,0

Проанализируйте построенный график.

6. проанализируйте свой день, заполните таблицу 1.2. Постройте ленточный график изменения распределения времени в зависимости от того, какой период времени рассматриваем.

Таблица 1.2 Распределение времени обучающегося в разные периоды времени.

Вид занятости	Учебное время	Каникулы
Сон		
Дорога		
Уроки в школе		
Дополнительные занятия		
Отдых и развлечения		

2.5.2.2 Вероятностные методы обработки информации

Формируемые компетенции:

ОК-3 способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве;

ПК-11 готовность использовать систематизированные и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования.

Задачи:

– дать представление о способах математической обработки информации с помощью теории вероятностей;

– научить использовать современные информационно-коммуникационные технологии для сбора, обработки и анализа информации с помощью теории вероятностей;

– формировать навыки практических расчетов типовых для педагогики задач

Вопросы к занятию

1. События. Классификация событий.
2. Вероятность. Определения вероятностей.
3. Основные теоремы теории вероятностей.
4. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
5. Схема решения задач по теории вероятностей.
6. Решение задач по теории вероятностей с помощью графов.

Словарь занятия

1. События: испытания, опыт, события.

Виды событий: достоверные, случайные, невозможные.

Элементарное событие (исход), пространство элементарных событий.

Совместимые и несовместные события; противоположные события, зависимые и независимые события.

2. Вероятность: статистическое определение вероятности: относительная частота, статистическая вероятность; классическое определение вероятности, равновозможные и единственно возможные события, свойства вероятностей; геометрическое определение вероятности.

3. Основные теоремы теории вероятностей: сумма событий, теорема сложения вероятностей; произведение событий, теорема умножения вероятностей; условная вероятность; расширенная теорема сложения.

4. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Литература к занятию

– Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебник / Н.Ш. Кремер . – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2015 . – 552 с. – ISBN 978-5-238-01270-4 . – Режим доступа: https://lib.rucont.ru/efd/352650 – Раздел 1: гл. 1.

– Катальников, В.В. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]/ В.В. Катальников, Ю.В. Шапарь ; науч. ред. И.А. Шестакова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина. - 2-е изд., перераб. - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. - 72 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7996-1158-3. – Режим доступа: **Ошибка! Недопустимый объект**

гиперссылки. – Разделы А, Б, В, Г.

– Применение математических знаний в профессиональной деятельности: пособие для саморазвития бакалавра[Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н.П. Пучков, Т.В. Жуковская, Е.А. Молоканова и др. ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет». - Тамбов : Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2013. - Ч. 2. Теория вероятностей и математическая статистика. - 65 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-8265-1186-2. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=277934 - Разделы 1-3

– Пункт 2.2 данного издания

Задания к занятию

1. КОМБИНАТОРНЫЕ ПОДСЧЕТЫ. ДЕЙСТВИЯ НАД СОБЫТИЯМИ.

1. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1,2,3,4,5, если каждую из них можно использовать не более одного раза?

2. Сколько имеется пятизначных чисел, которые делятся на пять?

3. Сколько есть двузначных чисел, у которых обе цифры четные?

4. Пассажир оставил вещи в автоматической камере хранения, а когда пришел получать вещи, выяснилось, что он забыл номер. Он только помнит, что в номере были числа 23 и 37. Чтобы открыть камеру, нужно правильно набрать пятизначный номер. Какое наибольшее количество номеров нужно перебрать, чтобы открыть камеру?

5. В роте имеется три офицера и сорок солдат. Сколькими способами может быть выделен наряд, состоящий из одного офицера и трех солдат?

6. На рояле 88 клавиш. Сколько существует последовательностей из шести попарно различных звуков? (В последовательности звуки идут один за другим) Сколько существует аккордов из шести звуков? (Аккорд получается, если любые 6 клавиш нажаты одновременно).

7. Сколькими способами можно выбрать 6 карт из колоды, содержащей 52 карты, так, чтобы среди них были карты каждой масти?

8. Сколькими способами можно посадить за круглый стол n мужчин и n женщин так, чтобы никакие два лица одного пола не сидели рядом?

9. В урне 2 красных, 3 синих , 4 зеленых шара. Сколькими способами можно вынуть из урны три шара так, чтобы все они были разных цветов?

10. Из корзины в которой лежат мячи красного и зеленого цвета, последовательно достают три мяча. Пусть событие A_1= «первый мяч – красный», A_2= «второй мяч – красный», A_3= «третий мяч - зеленый». Выразить через A_1, A_2, A_3 событие A= «среди выбранных мячей нет ни одного красного ».

11. Опыт состоит в том, что стрелок производит три выстрела по мишени. Событие A_k – « попадание в мишень при k-том выстреле» (k=1,2,3)». Выразить через A_1, A_2, A_3 следующие события: A – «хотя бы одно попадание», B – «три промаха», C – «три попадания», D – «хотя бы один промах»; E – «не меньше двух попаданий»; G – «попадание после первого выстрела».

12. Опыт – извлечение детали из ящика, в котором находятся изделия трех сортов. Обозначения событий: А – «извлечена деталь первого сорта», В – «извлечена деталь второго сорта», С – «извлечена деталь третьего сорта». Что представляют собой следующие события: А+В; $\overline{A+C}$; АС; АВ+С?

13. Через произвольные события А, В, С найти выражения для следующих событий: а) произошло только событие А; б) произошло А и В, но С не произошло; в) произошли все три события; г) произошло, по крайней мере, два события; е) произошло одно и только одно событие; ж) произошли два и только два события; з) ни одно событие не произошло; и) произошло не более двух событий.

2. ВЕРОЯТНОСТЬ СОБЫТИЯ. НЕПОСРЕДСТВЕННЫЙ ПОДСЧЕТ ВЕРОТНОСТЕЙ.

1. Подброшены две монеты. Какова вероятность того, что выпадут: а) два герба; б) хотя бы один герб?

2. Подброшены три монеты. Какова вероятность того, что выпадут: а) три решки; б) не менее двух гербов?

3. Брошены две игральные кости. Какова вероятность того, что: а) сумма выпавших очков равна 5; б) произведение выпавших очков равно 12; в) сумма выпавших очков не менее 8?

4. *Задача («парадокс») де Мере.* Имеются три правильные игральные кости. Почему выпадения в сумме сила 11 более вероятно, чем 12, хотя оба разбиваются в сумму 6 способами:

11= (6+4+1, 6+3+2, 5+5+1, 5+4+2, 5+3+3, 4+4+3)

12=(6+5+1, 6+4+2, 6+3+3, 5+5+2, 5+4+3, 4+4+4)?

Найти эти вероятности.

5. В книге 205 страниц. Какова вероятность того, что порядковый номер наудачу открытой страницы будет оканчиваться цифрой 4?

6. Профессор вызвал через старосту группы на обязательную консультацию трех студентов из шести отстающих. Староста забыл фамилии студентов и назвал наудачу трех отстающих студентов. Какова вероятность того, что староста назвал именно тех студентов, которых вызвал профессор?

7. В партии из 35 деталей 30 стандартные. Наудачу отобраны 5 деталей. Какова вероятность того, что среди отобранных деталей 3 стандартные?

8. Из группы, состоящей из 15 юношей и 5 девушек, выбирают по жребию делегацию из 4 человек. Какова вероятность того, что в числе избранных окажутся: а) все юноши; б) девушек и юношей поровну?

9. На тепловой электростанции 10 сменных инженеров, 4 из которых женщины. В смену заняты 3 человека. Какова вероятность того, что в случайно выбранную смену будут заняты: а) все женщины; б) одна женщина; в)хотя бы один мужчина?

10. На шести карточках написаны буквы А,В,М,О,С,К. Какова вероятность того, что: а) разложив их в ряд, получим слово «МОСКВА»; б) разложив в ряд по четыре случайно отобранные карточки, получим слово «КВАС»; в) разложив в ряд три случайно отобранные карточки, получим слово «СОК».

11. Изготовлено 12 изделий, 8 из которых отличного качества. Наудачу отобрано 9 изделий. Какова вероятность того, что среди них 5 изделий отличного качества?

12. В партии готовой продукции, состоящей из 20 деталей, 3 бракованные. Определить вероятность того, что при случайном выборе четырех изделий одновременно все они окажутся набракованными. Какова вероятность того, что бракованных и набракованных изделий окажется поровну?

13. Студент знает 40 из 48 вопросов программы. Его экзаменационный билет содержит три вопроса. Найти вероятность того, что студент знает: а) все три вопроса; б) только один вопрос билета.

14. В конверте 50 фотокарточек, из них две разыскиваемые. Из конверта наудачу извлечены 5 фотокарточек. Найти вероятность того, что среди них: а) окажется только одна разыскиваемая; б) окажутся обе разыскиваемые; в) не окажется ни одной разыскиваемой; г) окажется хотя бы одна разыскиваемая.

15. *Задача о встрече*. Пара влюбленных работает в разных, но близко расположенных фирмах. Обеденный перерыв длительностью в один час они стремятся использовать для встречи друг с другом в близлежащем кафе. Но, в силу производственных причин, они уходят на перерыв в случайное время, и, придя в кафе, каждый может ждать другого полчаса. Какова вероятность того, что они встретятся?

3. КОМБИНАТОРНЫЕ ПОДСЧЕТЫ. ДЕЙСТВИЯ НАД СОБЫТИЯМИ.

1. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1,2,3,4,5, если каждую из них можно использовать не более одного раза?

2. Сколько имеется пятизначных чисел, которые делятся на пять?

3. Сколько есть двузначных чисел, у которых обе цифры четные?

4. Пассажир оставил вещи в автоматической камере хранения, а когда пришел получать вещи, выяснилось, что он забыл номер. Он только помнит, что в номере были числа 23 и 37. Чтобы открыть камеру, нужно правильно набрать пятизначный номер. Какое наибольшее количество номеров нужно перебрать, чтобы открыть камеру?

5. В роте имеется три офицера и сорок солдат. Сколькими способами может быть выделен наряд, состоящий из одного офицера и трех солдат?

6. На рояле 88 клавиш. Сколько существует последовательностей из шести попарно различных звуков? (В последовательности звуки идут один за другим) Сколько существует аккордов из шести звуков? (Аккорд получается, если любые 6 клавиш нажаты одновременно).

7. Сколькими способами можно выбрать 6 карт из колоды, содержащей 52 карты, так, чтобы среди них были карты каждой масти?

8. Сколькими способами можно посадить за круглый стол n мужчин и n женщин так, чтобы никакие два лица одного пола не сидели рядом?

9. В урне 2 красных, 3 синих , 4 зеленых шара. Сколькими способами можно вынуть из урны три шара так, чтобы все они были разных цветов?

10. Из корзины в которой лежат мячи красного и зеленого цвета, последовательно достают три мяча. Пусть событие A_1= «первый мяч – красный», A_2= «второй

мяч – красный», A_3= «третий мяч - зеленый». Выразить через A_1, A_2, A_3 событие A= «среди выбранных мячей нет ни одного красного ».

11. Опыт состоит в том, что стрелок производит три выстрела по мишени. Событие A_k – « попадание в мишень при k-том выстреле» (k=1,2,3)». Выразить через A_1, A_2, A_3 следующие события: A – «хотя бы одно попадание», B – «три промаха», C – «три попадания», D – «хотя бы один промах»; E – «не меньше двух попаданий»; G – «попадание после первого выстрела».

12. Опыт – извлечение детали из ящика, в котором находятся изделия трех сортов. Обозначения событий: A – «извлечена деталь первого сорта», B – «извлечена деталь второго сорта», C – «извлечена деталь третьего сорта». Что представляют собой следующие события: A+B; $\overline{A+C}$; AC; AB+C?

13. Через произвольные события A, B, C найти выражения для следующих событий: а) произошло только событие A; б) произошло A и B, но C не произошло; в) произошли все три события; г) произошло, по крайней мере, два события; е) произошло одно и только одно событие; ж) произошли два и только два события; з) ни одно событие не произошло; и) произошло не более двух событий.

4. ВЕРОЯТНОСТЬ СОБЫТИЯ. НЕПОСРЕДСТВЕННЫЙ ПОДСЧЕТ ВЕРОТНОСТЕЙ.

1. Подброшены две монеты. Какова вероятность того, что выпадут: а) два герба; б) хотя бы один герб?

2. Подброшены три монеты. Какова вероятность того, что выпадут: а) три решки; б) не менее двух гербов?

3. Брошены две игральные кости. Какова вероятность того, что: а) сумма выпавших очков равна 5; б) произведение выпавших очков равно 12; в) сумма выпавших очков не менее 8?

4. *Задача («парадокс») де Мере.* Имеются три правильные игральные кости. Почему выпадения в сумме сила 11 более вероятно, чем 12, хотя оба разбиваются в сумму 6 способами:

11= (6+4+1, 6+3+2, 5+5+1, 5+4+2, 5+3+3, 4+4+3)

12=(6+5+1, 6+4+2, 6+3+3, 5+5+2, 5+4+3, 4+4+4)?

Найти эти вероятности.

5. В книге 205 страниц. Какова вероятность того, что порядковый номер наудачу открытой страницы будет оканчиваться цифрой 4?

6. Профессор вызвал через старосту группы на обязательную консультацию трех студентов из шести отстающих. Староста забыл фамилии студентов и назвал наудачу трех отстающих студентов. Какова вероятность того, что староста назвал именно тех студентов, которых вызвал профессор?

7. В партии из 35 деталей 30 стандартные. Наудачу отобраны 5 деталей. Какова вероятность того, что среди отобранных деталей 3 стандартные?

8. Из группы, состоящей из 15 юношей и 5 девушек, выбирают по жребию делегацию из 4 человек. Какова вероятность того, что в числе избранных окажутся: а) все юноши; б) девушек и юношей поровну?

9. На тепловой электростанции 10 сменных инженеров, 4 из которых женщины. В смену заняты 3 человека. Какова вероятность того, что в случайно выбранную смену будут заняты: а) все женщины; б) одна женщина; в)хотя бы один мужчина?

10. На шести карточках написаны буквы А,В,М,О,С,К. Какова вероятность того, что: а) разложив их в ряд, получим слово «МОСКВА»; б) разложив в ряд по четыре случайно отобранные карточки, получим слово «КВАС»; в) разложив в ряд три случайно отобранные карточки, получим слово «СОК».

11. Изготовлено 12 изделий, 8 из которых отличного качества. Наудачу отобрано 9 изделий. Какова вероятность того, что среди них 5 изделий отличного качества?

12. В партии готовой продукции, состоящей из 20 деталей, 3 бракованные. Определить вероятность того, что при случайном выборе четырех изделий одновременно все они окажутся набракованными. Какова вероятность того, что бракованных и набракованных изделий окажется поровну?

13. Студент знает 40 из 48 вопросов программы. Его экзаменационный билет содержит три вопроса. Найти вероятность того, что студент знает: а) все три вопроса; б) только один вопрос билета.

14. В конверте 50 фотокарточек, из них две разыскиваемые. Из конверта наудачу извлечены 5 фотокарточек. Найти вероятность того, что среди них: а) окажется только одна разыскиваемая; б) окажутся обе разыскиваемые; в) не окажется ни одной разыскиваемой; г) окажется хотя бы одна разыскиваемая.

15. *Задача о встрече*. Пара влюбленных работает в разных, но близко расположенных фирмах. Обеденный перерыв длительностью в один час они стремятся использовать для встречи друг с другом в близлежащем кафе. Но, в силу производственных причин, они уходят на перерыв в случайное время, и, придя в кафе, каждый может ждать другого полчаса. Какова вероятность того, что они встретятся?

5. ТЕОРЕМЫ СЛОЖЕНИЯ И УМНОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

5.1 Теорема сложения вероятностей для несовместных и несовместных событий.

1. Подбрасывается игральный кубик. Чему равна вероятность того, что выпадет четное число очков?

2. В урне 40 шаров: 15 синих, 5 зеленых и 20 белых. Какова вероятность того, что из урны будет извлечен цветной шар?

3. Подбрасываются два игральных кубика. Найти вероятность события А – «сумма выпавших очков не превосходит четырех».

4. Спортсмен стреляет по мишени, разделенной на 3 сектора. Вероятность попадания в первый сектор равна 0,4, во второй – 0,3. Какова вероятность попадания либо в первый, либо во второй сектор?

5. Вероятность попадания в мишень для первого спортсмена 0,85, а для второго – 0,8. Спортсмены независимо друг от друга сделали по одному выстрелу. Найти вероятность того, что в мишень попадет хотя бы один спортсмен?

6. В денежно-вещевой лотерее на каждые 1000 билетов приходится 5 денежных и 25 вещевых выигрышей. Какова вероятность выигрыша по одному билету?

7. В ящике имеется 25 деталей, из которых 20 стандартные. Сборщик наудачу извлекает три детали. Какова вероятность того, что среди них окажутся: а)не менее двух деталей стандартные; б) по крайней мере одна деталь стандартная?

8. В ящике находится 20 совершенно одинаковых по виду и весу деталей, помеченных номерами от 1 до 20. Какова вероятность того, что наудачу вынутая деталь имеет номер, кратный 2 или 5?

5.2 Зависимые и независимые события. Условная вероятность события. Теорема умножения вероятностей.

1. Из урны с 8 белыми и 6 черными шарами случайным образом берут 4 шара. Найти вероятности событий:

а) все взятые шары – белые;

б) взято 2 черных шара;

в) взято белых шаров больше, чем черных;

г) взято белых шаров меньше, чем черных.

2. У сборщика имеется 3 конусных и 7 эллиптических валиков. Сборщик наудачу взял один валик, а затем второй. Найти вероятность того, что первый взятый валик эллиптический, а второй – конусный.

3. В цехе имеется три резервных мотора. Вероятность того, что в данный момент включен первый мотор, равна 0,7; второй – 0,9 и третий – 0,6. Упомянутые вероятности определены ранее при специальных статистических испытаниях и здесь принимаются заданными. Найти вероятность того, что в данный момент включены: а) только один мотор; б) хотя бы один мотор; в) по крайней мере два мотора?

4. В ящике имеется 15 деталей, среди которых 10 окрашены. Сборщик наудачу извлекает 3 детали. Найти вероятность того, что: а) только две детали окрашены: б) не менее двух деталей окрашены.

5. Три исследователя независимо один от другого производят измерения некоторой физической величины. Вероятность того, что первый исследователь допусти ошибку при считывании показаний прибора, равна 0,1. Для второго и третьего исследователей эта вероятность равна, соответственно, 0,15 и 0,2. Найти вероятность того, что при однократном измерении хотя бы один из исследователей допустит ошибку.

6. В читальном зале имеется 7 учебников по теории вероятностей, из которых 3 в переплете. Библиотекарь наугад взял 3 учебника. Какова вероятность того, что среди них окажется: а) не более одного в переплете; б) хотя бы один учебник в переплете?

7. Заводом послана автомашина за различными материалами на четыре базы. Вероятность наличия нужного материала на первой базе равна 0,9; на второй – 0,92; на третьей – 0,8; на четвертой – 0,7. найти вероятность того, что нужная деталь содержится: а) в двух ящиках; б) хотя бы на одной базе окажется нужный материал.

8. В магазине выставлены для продажи 20 изделий, среди которых 4 изделия некачественные. Какова вероятность того, что взятые случайным образом 3 изделия будут некачественными?

9. Спортсмен стреляет по мишени, разделенной на три сектора. Вероятность попадания в первый сектор равна 0,4, во второй – 0,3. Какова вероятность попадания либо в первый, либо во второй сектор?

5.3 Формула полной вероятности. Формула Байеса

1. На трех станках различной марки изготовляется определенная деталь. Производительность первого станка за смену составляет 50 деталей, второго – 65, третьего – 45 деталей. При проведении специальных испытаний на точность установлено, что 2%, 1% и 3% продукции этих станков, соответственно, имеет скрытые дефекты. В конце смены взята одна деталь. Какова вероятность, что она стандартная?

2. Рабочий обслуживает три станка, на которых обрабатываются однотипные детали. Установлено, что вероятность брака для первого станка равна 0,03, для второго – 0,04, а для третьего – 0,02. Производительность первого станка в 2 раза больше второго, а третьего в 3 раза меньше второго. Наудачу взятая деталь оказалась бракованной. Какова вероятность того, что она обработана на втором станке?

3. На сборочное предприятие поступили однотипные комплектующие с трех заводов в количестве 25с первого завода, 35 со второго, 40 с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе 0,9, на втором 0,8, на третьем 0,7. Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет качественным?

4. Электрические лампочки изготовляются на трех заводах. Первый из них производит 40% общего количества лампочек, второй – 35%, третий – 25%. Продукция первого завода содержит 95% стандартных ламп, второго 98%, третьего 97%. Продукция всех трех заводов поступает в магазин. Какова вероятность того, что купленная в магазине лампа окажется стандартной?

5. Среди студентов академии 30% - первокурсники, 35% студентов учатся на втором курсе; на третьем и четвертом курсах их 20% и 15%, соответственно. По данным деканатов известно, что на первом курсе 20% студентов сдали сессию только на "отлично"; на втором - 30%, на третьем – 35%, на четвертом - 40% отличников. Наудачу вызванный студент оказался отличником. Чему равна вероятность того, что он первокурсник.

6. Литье в болванках поступает из трех заготовительных цехов: 60 штук из первого цеха, а из второго и третьего, соответственно, в 2 и 4 раза больше. чем из первого. При этом материал первого цеха имеет 1% брака, второго - 2%, а третьего - 2,5%. Найти вероятность того, что наудачу взятая болванка окажется без дефектов.

7. В одной студенческой группе обучаются 24 студента, во второй - 36 студентов, в третьей - 40 студентов. По теории вероятностей получили отличные оценки 6 студентов первой группы, 6 студентов второй группы, и 4 студента третьей группы. Наудачу выбранный студент оказался получившим по теории вероятностей оценку "отлично". Какова вероятность того, что он учится во второй группе?

5.4 Повторные испытания. Формула Бернулли. Асимптотические формулы (Пуассона и Муавра-Лапласа)

1. Вероятность изготовления на станке-автомате нестандартной детали равна 0,03. Какова вероятность того, что среди наудачу взятых восьми деталей окажется: а) пять стандартных деталей; б) не менее семи стандартных деталей; в) хотя бы одна деталь стандартная. Определить наиболее вероятное число стандартных деталей

2. Вероятность того, что изготовленная на конвейере деталь стандартная, равна 0,92. Найти вероятность того, что из 400 изготовленных на конвейере деталей 360 окажутся стандартными.

3. Завод сортовых семян выпускает семена кукурузы. Известно, что семена первого сорта составляют 95%. Определить вероятность того, чтоиз взятых на проверку 450 семян от 100 до 420 будут первого сорта.

4. Некоторое электронное устройство выходит из строя из-за отказа определенной микросхемы с вероятностью, равной 0,005. Какова вероятность того, что из 1000 электронных устройств у трех откажет микросхема?

5. Вероятность того, что телевизор потребует ремонта в течение гарантийного срока , равна 0,2. Найти вероятность того, что в течение гарантийного срока из шести телевизоров потребуют ремонта не более одного телевизора.

6. При данном технологическом процессе 75% всей произведенной продукции оказывается продукцией высшего сорта. Найти наивероятнейшее число изделий высшего сорта в партии из 150 изделий. Найти вероятность того, что в этой партии окажется наивероятнейшее число изделий высшего сорта.

7. При автоматической штамповке наблюдается в среднем 92% стандартных деталей. Сколько должно быть стандартных деталей из партии в 400 деталей, чтобы вероятность такого числа деталей была равна 0,00675?

8. Вероятность того, что абонент позвонит на коммутатор в течение часа, равна 0,01. Телефонная станция обслуживает 400 абонентов. Какова вероятность того, что в течение часа позвонят три абонента?

9. Применяемый метод лечения приводит к выздоровлению в 90% случаев. Какова вероятность того, что из5 больных поправятся не менее 4?

10. 30. Производятся независимые испытания, в каждом из которых событие А может появиться с вероятностью, равной 0,001. Какова вероятность того, что при 2000 испытаниях событие А появится не менее двух и не более четырех раз.

11. Какова вероятность наступления события А в каждом испытании, если наивероятнейшее число наступления события А в 120 испытаниях равна 32?

12. Подбрасывается 5 симметричных монет. Найти вероятность того, что: выпало ровно два герба; выпало более одного герба.

13. Производство электронно-лучевых трубок для телевизоров дает 2% брака. Найти вероятность наличия 247 годных трубок в партии из 250 штук.

14. Автоматическая штамповка клемм для предохранителей дает 3% отклонений от принятого стандарта. Сколько стандартных клемм должно быть в партии из 700 клемм, чтобы вероятность появления такого числа клемм была равна 0,0122?

15. В трамвайном парке 100 трамваев. Известно, что вероятность выхода из строя электродвигателя в течение дня равна 0,07. Какова вероятность того, что в определенный день окажутся неисправными менее трех трамваев?

16. По данным длительной проверки качества выпускаемых запчастей определенного вида брак составляет 3%. Определить вероятность того, что в проверенной партии из 700 запчастей пригодных будет 677 шт.

17. Магазин получил 1000 бутылок минеральной воды. Вероятность того, что при перевозке бутылка окажется разбитой, равна 0,003. Какова вероятность того, что магазин получит более двух разбитых бутылок.

18. Производство электронно-лучевых трубок для телевизоров дает 2% брака. Найти вероятность наличия 247 годных трубок в партии из 250 шт.

19. Завод отправил на базу 500 изделий. Вероятность повреждения изделия в пути равна 0,002. Найти вероятность того, что в пути будет повреждено более трех изделий.

20. Завод сортовых семян выпускает семена кукурузы. Известно, что семена первого сорта составляют 95%. Определить вероятность того, что из взятых на проверку 450 семян 420 будут первого сорта.

21. В банк отправлено 2000 вакуумных пакетов денежных знаков. Вероятность того, что пакет содержит недостаточное или избыточное число денежных знаков, равна 0,0005. Найти вероятность того, что при проверке отправленных пакетов будет обнаружено менее трех ошибочно укомплектованных пакетов.

2.5.2.3 Статистические методы обработки информации

Формируемые компетенции:

ОК-3 способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве;

ПК-11 готовность использовать систематизированные и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования.

Задачи:

– дать представление о способах математической обработки информации средствами математической статистики;

– научить использовать современные информационно-коммуникационные технологии (включая пакеты прикладных программ, локальные и глобальные компьютерные сети) для сбора, обработки и анализа информации;

– формировать навыки практических расчетов типовых для педагогики и психологии статистических задач.

Вопросы к занятию

1. Основные понятия математической статистики.

2. Проблема измерения и виды шкал.
3. Описательные статистики.

Словарь занятия

1. Математическая статистика, случайная величина, дискретная случайная величина, непрерывная случайная величина, закон распределения вероятностей случайной величины, математическое ожидание, свойства математического ожидания, дисперсия случайной величины и ее свойства, генеральная совокупность, выборка, объем выборки, сплошное обследование.

2. Измерения и виды шкал: номинативная шкала (номинативная бинарная шкала); порядковая (ранговая) шкала; интервальная шкала; абсолютная шкала; типы данных; правила ранжирования.

3. Описательные статистики: меры центральной тенденции: мода, среднее арифметическое значение, медиана; меры изменчивости: размах, дисперсия, стандартное отклонение; первичное описание исходных данных: статистическая совокупность, варианта, вариационный ряд, частота, объем выборки, относительная частота, статистический ряд, полигон частот, столбчатая диаграмма, круговая диаграмма, плотность относительной частоты, интервальный метод; характеристики рассеивания: дисперсия и ее свойства, групповая дисперсия и межгрупповая дисперсия, внутригрупповая дисперсия

4. Ранговые корреляции и взаимосвязи в педагогических экспериментах: корреляционное отношение: коэффициент детерминации, эмпирическое корреляционное отношение; коэффициент вариации, ошибка репрезентативности выборочной средней; доверительные интервалы: точечная оценка, интервальная оценка, статистическая зависимость.

Литература к занятию

– Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебник / Н.Ш. Кремер . – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2015 . – 552 с. – ISBN 978-5-238-01270-4 . – Режим доступа: https://lib.rucont.ru/efd/352650– Раздел 2: гл. 8, 9, 11, 12.

– Бельчик, Т.А. Основы математической обработки информации с помощью SPSS [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Т.А. Бельчик. - Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2013. - 232 с. - ISBN 978-5-8353-1265-8. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php? page=book&id=232214 – Лекции №3, №4.

– Математические методы в психологии [Электронный ресурс]: учеб. пособие/А.И.Новиков, Н.В.Новикова - Москва: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 256 с. – ISBN 978-5-16-009891-3 - Режим доступа: http://znanium.com/catalog/product/460890 - гл. 1, 2, 4, 5

– Катальников, В.В. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]/ В.В. Катальников, Ю.В. Шапарь ; науч. ред. И.А. Шестакова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина. - 2-е изд., перераб. -

Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. - 72 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7996-1158-3. – Режим доступа: **Ошибка! Недопустимый объект гиперссылки.** – Раздел Г

– Применение математических знаний в профессиональной деятельности: пособие для саморазвития бакалавра[Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н.П. Пучков, Т.В. Жуковская, Е.А. Молоканова и др. ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет». - Тамбов : Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2013. - Ч. 2. Теория вероятностей и математическая статистика. - 65 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-8265-1186-2. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=277934 - разделы 5-7

– Сильченкова, С.В. Разработка системы применения статистических методов в педагогическом исследовании / С. В. Сильченкова // Alma mater: Вестник высшей школы, 2012. - N 5. - С. 38-41. - Библиогр.: с. 41 (5 назв.).

– Пункт 2.3 данного издания

Задания к занятию

1. По трем населенным пунктам имеются следующие данные (табл.1.3) Определите среднее значение каждого признака.

Таблица 1.3 Информация по трем населенным пунктам

Населенные пункты	Число жителей всего, тыс. Чел.	Лица старше 18 лет, %	Лица старше 18 лет, занятые в общественном производстве
	a	*b*	*c*
1	100	60	70
2	60	69	75
3	85	54	83

2. Учебные достижения учащихся некоторого класса по математике характеризуются данными, представленными в таблице 1.4. Постройте полигон частот.

Таблица 1.4 Учебные достижения по математике

Количество баллов (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Число учащихся (n)	1	1	2	3	4	4	6	5	3	3	2	1

3. В таблице 1.5 представлены данные о количестве баллов, которые набрали по олимпиаде представители одного города. Вычислите по этим данным описательные статистики: меры центральной тенденции и меры изменчивости.

Таблица 1.5 Баллы, набранные на олимпиаде

Варианта (x)	2	3	5	6	8	9	10	11	15	18
Частота (n)	1	2	4	3	2	2	2	3	1	1

4. Вычислите медиану по данным таблицы, в которой приведена информация об успеваемости по математике 100 учащихся 7-х классов (успеваемость оценивается по 12-балльной шкале) (таблица 1.6).

Таблица 1.6 Успеваемость по математике учащихся 7-х классов

Количество баллов	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Число учащихся	3	4	4	9	11	12	18	14	9	8	6	2

5. В таблице 1.7 представлено распределение личного состава подразделения по приведенным воинским званиям. Найдите моду и медиану приведенной совокупности.

Таблица 1.7 Распределение личного состава подразделения.

Звание	Число военнослужащих
Рядовой	25
Ефрейтор	18
Младший сержант	7
Сержант	5
Старший сержант	2

6. Вычислите моду по данным таблицы 1.8.

Таблица 1.8 Баллы, набранные учащимися

Количество баллов	Число учащихся (n_i)	x_i	$x_i n_i$
1 – 3	26	2	52
4 – 6	478	5	2390
7 – 9	369	8	2952
10 – 12	127	11	1397
$\sum$	1000	-	6791

7. Имеются данные (таблица 1.9) о продолжительности 20 разговоров в минутах. Получите распределение частот, используя семь интервалов.

Таблица 1.9 Данные о продолжительности разговоров

11	29	6	33	14
21	18	17	22	38

31	22	27	19	22
23	26	39	34	27

8. В приведенных ниже примерах переменных укажите, шкалой какого типа измеряется значение этих переменных:

а) температура воздуха в лекционной аудитории;

б) возраст сотрудника;

в) пол студента;

г) семейное положение;

д) место жительства;

е) религиозные предпочтения;

ж) время на подготовку домашнего задания;

з) трудолюбие.

9. В следующих примерах укажите исследуемую переменную (признак), границы генеральной совокупности и выборку:

а) среди 200 случайно выбранных телезрителей 19% выключат телевизор в течение ближайших 15 минут;

б) 4 из 15 опрошенных читателей газеты поддержат кандидатуру нынешнего губернатора на очередных выборах;

в) время подготовки к занятиям превышает 3 ч в день у половины студентов;

г) 48% выпускников университета работают по специальности.

10. Исследование, приведенное ниже (табл. 1.10), показало, что в течение дня несколько испытуемых выпили некоторое количество чашек кофе. Постройте распределение частот. Нарисуйте гистограмму.

Таблица 1.10 Данные о количестве чашек кофе.

0	2	2	1	1	2
3	5	3	2	2	2
1	0	0	2	4	2
0	1	1	1	4	4
2	2	2	1	1	5

11. Ниже собраны данные (таблица 1.11) о возрасте 40 преподавателей одной из школ. Постройте распределение частот, используя восемь интервалов. Нарисуйте гистограмму.

Таблица 1.11 Данные о возрасте преподавателей школы

37	41	41	47	62	27	44	43	40	58
62	43	50	61	53	65	58	45	50	27
36	65	43	41	30	42	29	32	48	31
63	38	37	47	26	50	35	31	49	34

12. При тестировании уровня подготовки студентов были получены приведенные ниже данные (табл. 1.12) о количестве выполненных заданий. Постройте распределение частот. Нарисуйте гистограмму.

Таблица 1.12 Количество выполненных заданий на тестировании студентов

7	2	8	2	3	2	4	3	7
5	2	4	11	7	4	7	1	7
2	4	1	1	9	1	6	6	5
8	3	1	4	4	3	2	3	0

13. Вычислите меры центральной тенденции и меры вариации. Сделайте выводы.

А. Отобраны пятнадцать студентов 3-го курса. Им задан вопрос: «Сколько времени вы потратили на подготовку к экзамену по статистике?» Их ответы записаны ниже, ч:

8, 6, 3, 0, 0, 5, 9, 2, 1, 3, 7, 10, 0, 3, 6.

Б. Были протестированы двенадцать членов университетской туристической секции. Выяснилось, сколько минут каждый из них совершает пробежку перед тренировкой: 32, 28, 35, 37, 43, 51, 61, 39, 48, 51, 53, 49.

В. При тестировании 108 студентов колледжа были выявлены следующие показатели IQ (табл. 1.13)

Таблица 1.13 Результаты тестирования

IQ	Частота
90 – 98	6
99 – 107	22
108 – 116	43
117 – 125	28
126 – 137	9

Г. Количество книг, прочитанных студентами за ноябрь. Опрошено 28 человек (табл. 1.14).

Таблица 1.14 Количество прочитанных книг

Число книг	Частота
0	5
1	6
2	12
3	5
4	3

14. Имеются данные о возрасте актеров и актрис, в котором они были удостоены премии «Оскар».

Актеры: 32, 37, 36, 32, 51, 53, 33, 61, 35, 45, 55, 39, 76, 37, 42, 40, 32, 60, 38, 56, 48, 48, 40, 43, 62, 43, 42, 44, 41, 56, 39, 46, 31, 47, 45, 60, 46, 40, 36.

Актрисы: 50, 44, 35, 80, 26, 28, 41, 21, 61, 38, 49, 33, 74, 30, 33, 41, 31, 35, 41, 42, 37, 26, 34, 34, 35, 26, 61, 60, 34, 24, 30, 37, 31, 27, 39, 34, 26, 25, 33.

Проведите исследовательский анализ данных и сделайте выводы.

15. Обеспокоенные родители посчитали количество рекламы (табл. 1.15), показанной в течение пяти детских программ. Найдите среднее, дисперсию и среднее квадратическое отклонение для распределения.

Таблица 1.15 Количество рекламы

Количество рекламы (X)	5	6	7	8	9
Вероятность ($P(X)$)	0,2	0,25	0,38	0,10	0,07

16. Создать класс из 15 учащихся, заполнить таблицу их успеваемости по результатам учебы по 10 предметам в I, II, III и IY четвертях на отдельных листах. По созданным данным провести мониторинг успеваемости.

1. Для каждой четверти определить балл каждого ученика по всем предметам.
2. Средний балл класса по каждому предмету.
3. Четвертные и годовые оценки.
4. Определить процент качества и процент успеваемости за год.
5. Выделить отстающих (средний балл ниже 3) и отличников (средний балл выше 4,5).
6. создать таблицу изменений в успеваемости от четверти к четверти.
7. Построить диаграммы изменений в успеваемости для пяти учеников с максимальным изменением успеваемости.
8. Определить по результатам года статус каждого ученика как отстающего, троечника, хорошиста или отличника.
9. Подсчитать количество учащихся, успевающих на 4 и 5.
10. Определить долю мальчиков и девочек среди успевающих на 4 и 5. Построить диаграмму.
11. Проранжировать результаты учебы по каждому предмету и в целом по всем предметам.
12. Определить вид и качество связи успеваемости по двум предметам на ваш выбор.

3. Контроль и управление самостоятельной работой студентов

Самостоятельная работа является одним из видов учебной работы обучающихся.

Целью самостоятельной работы является:

– систематизация, закрепление и расширение полученных теоретических знаний и практических умений;

– формирование умений самостоятельно работать с информацией, использовать нормативную, правовую, справочную, учебную и научную литературу;

– развитие познавательных способностей и активности обучающихся: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;

– формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;

– развитие исследовательских умений.

Конкретное содержание для самостоятельной работы, ее виды и объем могут иметь вариативный и дифференцированный характер,

3.1 Организация самостоятельной работы

Самостоятельная работа обучающихся осуществляется в сроки, определяемые календарно-тематическим планом и расписанием занятий, с учетом специфики направления, профиля, индивидуальных особенностей обучающегося.

Выдача заданий обучающимся на внеаудиторную самостоятельную работу должна сопровождаться со стороны преподавателя подробным инструктажем по ее выполнению, включающим изложение цели задания, его содержания, сроков выполнения, ориентировочного объема работы, основных требований к результатам работы и к отчету по ним, сведения о возможных ошибках и критериях оценки выполнения работ. Инструктаж проводится преподавателем.

В ходе выполнения заданий самостоятельной работы и при необходимости студенты могут обращаться к выдавшему задание преподавателю за дополнительной консультацией. Студент может получить устную консультацию у преподавателя в соответствии с графиком консультаций преподавателя, о котором можно узнать на сайте института.

Контроль результатов самостоятельной работы проходит в письменной форме с представлением обучающимися отчетов о своей деятельности в виде контрольной работы.

Контрольная работа должна быть сдана на нормоконтроль в соответствии с графиком самостоятельной работы студента.

Работа оценивается удовлетворительно при условии выполнения не менее 70% заданий. Каждое задание, в свою очередь, считается выполненным и может быть зачтено, если выполнены 70%-94% условий и требований, сформулированных в нем.

В случае неудовлетворительной оценки работы, она возвращается на доработку студенту. В *этой же* работе студент должен устранить замечания и сдать на повторную проверку. Обучающиеся, не выполнившие задания и не представившие результаты самостоятельной работы, аттестуются по курсу «неудовлетворительно» и к аттестации по дисциплине не допускаются.

3.2 Материалы к промежуточной аттестации

Вопросы к зачету

1. Формализация задачи, объекта исследования: статистические методы как базовый инструментарий обработки данных измерений.
2. Формализация задачи, объекта исследования: статистические методы в педагогике и психологии.
3. Формализация задачи, объекта исследования: методологические приемы формализации объекта исследования, схемы сравнительного эксперимента.
4. Полигон и гистограмма.
5. Эмпирическая функция распределения.
6. Статистические оценки параметров распределения.
7. Генеральная средняя. Выборочная средняя.
8. Генеральная дисперсия . Выборочная дисперсия.
9. Точность оценки. Доверительный интервал.
10. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания.
11. Корреляционная таблица.
12. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии среднеквадратической регрессии по сгруппированным данным.
13. Выборочный коэффициент корреляции, методика его вычисления.
14. Основные понятия, используемые в математической обработке данных: признаки и переменные; распределение признака.
15. Основные понятия, используемые в математической обработке данных: шкалы измерения.
16. Основные понятия, используемые в математической обработке данных: параметры распределения.
17. Основные понятия, используемые в математической обработке данных: статистические гипотезы; статистические критерии.
18. Основные понятия, используемые в математической обработке данных: уровни статистической достоверности; мощность критериев.
19. Основные понятия, используемые в математической обработке данных: принятие решения о выборе метода математической обработки.
20. Виды распределения данных: нормальное распределение, показательное распределение, биномиальное распределение.

Практическая задача к зачету

Создать класс из 10 учащихся, заполнить таблицу (в ППП MS Excel) их успеваемости по результатам обучения по 5 предметам в 1 и 2 четвертях на отдельных листах.

1. Для каждой четверти определить балл каждого ученика по всем предметам.
2. Средний балл класса по каждому предмету.
3. Определить процент качества и процент успеваемости за год.
4. Выделить отстающих (средний балл ниже 3) и отличников (средний балл выше 4,5).

5. Построить диаграммы изменений в успеваемости для пяти учеников.

6. Определить долю мальчиков и девочек среди успевающих на 4 и 5. Построить диаграмму.

Критерии оценивания на зачете

Зачтено – оценка ставится за знание фактического материла по дисциплине, владение понятиями системы знаний по дисциплине, личную освоенность знаний, умение объяснять сущность понятий, умение выделять главное в учебном материале, готовность к самостоятельному выбору, решению, умение найти эффективный способ решения проблемной ситуации, умение использовать знания в стандартных и нестандартных ситуациях, логичное и доказательное изложение учебного материала, владение точной речью, умение аргументировано отвечать па вопросы; вступать в обсуждение, умение аргументировать выбор представленного решения выполненного задания

Не зачтено – оценка ставится за отсутствие знаний по дисциплине, представления по вопрос, непонимание материала по дисциплине, отсутствие решения задачи, наличие коммуникативных «барьеров» в общении, отсутствие ответа на предложенный вопрос.