

Минобрнауки РФ  
Бузулукский гуманитарно-технологический институт (филиал)  
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
высшего образования  
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра физики, информатики и математики

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
**ДИСЦИПЛИНЫ**  
*«Линейная алгебра»*

Уровень высшего образования  
**БАКАЛАВРИАТ**

Направление подготовки

38.03.01 Экономика

(код и наименование направления подготовки)

Финансы и кредит

(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Тип образовательной программы

Программа академического бакалавриата

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная, заочная

Год набора 2017

Фонд оценочных средств предназначен для контроля знаний обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 Экономика по дисциплине «Линейная алгебра»

Фонд оценочных средств рассмотрен и утвержден на заседании кафедры  
физики, информатики и математики

*наименование кафедры*

протокол № \_\_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2017г.

Первый заместитель директора по учебной работе \_\_\_\_\_

*подпись*

*расшифровка подписи*

*Исполнители:*

Л.Г. Шабалина

*должность*

*подпись*

*расшифровка подписи*

**Раздел 1. Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины**

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Виды оценочных средств/ шифр раздела в данном документе
<p><b>ОПК-3:</b> способностью выбирать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы</p>	<p><b><u>Знать:</u></b> – основные положения теоретического курса, четко представлять его органическую связь с приложениями в экономике; основы линейной алгебры и аналитической геометрии; – основные понятия, категории и инструменты линейной алгебры и аналитической геометрии для решения прикладных экономических задач; – о задачах, решаемых математическими методами; о возможных альтернативных подходах к нахождению решения задач оптимизации; – системное представление об основных, в т. ч. последних разработках по анализу экономических ситуаций в современном мире, связанных с математикой, их связь с другими процессами, происходящими в обществе;</p>	<p><b>Блок А –</b> –Тестирование по лекционному материалу –Тесты Устное индивидуальное собеседование – по вопросам для собеседования</p>
	<p><b><u>Уметь:</u></b> – анализировать исходные данные, производить правильную постановку задачи, строить математические модели практических и прикладных задач, решать типовые задачи линейной алгебры и аналитической геометрии, в том числе, свободно использовать координатный, векторный, матричный или операторный способ записи математических соотношений; – анализировать результаты математических расчетов и обосновывать полученные выводы;</p>	<p><b>Блок В –</b> - Письменные работы. – Задания для контрольных работ Типовые задачи – Задания для выполнения практических работ Проверочные контрольные работы – Задания</p>
	<p><b><u>Владеть:</u></b> – методами линейной алгебры и аналитической геометрии; навыками использования математического инструментария для решения практических задач в области экономики.</p>	<p><b>Блок С –</b> Выполнение индивидуального творческого задания. – Задания для творческой работы Решение прикладных задач. Провести исследование по теме (Групповые и/или индивидуальные творческие задания/проекты)</p>

**Раздел 1. Типовые контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки планируемых результатов обучения по дисциплине (оценочные средства). Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания**

**Блок А - Оценочные средства для диагностирования сформированности уровня компетенций – «знать»**

**А.0 Фонд тестовых заданий по дисциплине**, разработанный и утвержденный в соответствии с Положением о Фонде тестовых заданий.

**1. Выберите правильный ответ:**

а) Таблица чисел вида  $a_{ij}$  и обозначаемая  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix}$  - называется матрицей состоящей

из  $n$  строк и  $m$  столбцов размерности  $n \times m$ .

б) Таблица вида  $a_{ij}$  называется матрицей

$A_{11}$	$A_{12}$	$A_{13}$
$A_{14}$	$A_{15}$	$A_{16}$
$A_{17}$	$A_{18}$	$A_{19}$

в) Таблица вида  $A = \begin{pmatrix} \text{стол} & \text{парта} \\ \text{стул} & \text{кресло} \end{pmatrix}$  и обозначаемая  $A$  называется матрицей состоящей из  $m$  строк и  $n$  столбцов размерности  $n \times m$ .

**2. Выберите правильный ответ:**

- а) Если  $n = m$ , то  $A$  - квадратная матрица  $n$  – ого порядка.
- б) Если  $n = 1$  и  $m > 1$ , то  $A$  - квадратная матрица порядка  $n$
- в) Если  $n > 1$  и  $m = 1$ , то  $A$  - квадратная матрица порядка  $m$

**3. Выберите правильный ответ:**

а) Матрица вида  $E = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}$  называется единичной

б) Матрица вида  $E = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$  называется единичной

в) Матрица вида  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$  называется единичной

**4. Выберите правильный ответ:**

а) Матрицы  $A$  и  $B$  ( $A = B$ ) называются равными, если они одинакового размера и их соответствующие элементы равны

b) Матрицы  $A$  и  $B$  ( $A = B$ ) называются равными, если  $a_{11} = b_{11}$ ,  $a_{12} = b_{21}$ ,

$a_{13} = b_{31}$ ,  $a_{14} = b_{41}$ , ...,  $a_{ij} = b_{ji}$

c) Матрицы  $A$  и  $B$  ( $A = B$ ) называются равными, если они одинакового размера

### 5. Выберите правильный ответ:

a) Матрица  $A^T$  называется транспонированной к матрице  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix}$ , если определитель матрицы равен нулю.

b) Матрица  $A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$  называется транспонированной к матрице

$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$ , т.е. если все элементы строк сделать элементами столбцов с тем же

номером.

c) Матрица  $A^T$  называется транспонированной к матрице  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix}$ , если все элементы

главной диагонали матрицы  $A$  заменить нулями.

### 6. Выберите правильный ответ: Если существует матрица $A + A^T$ , то матрица $A$ ....

a) может быть произвольной

b) является квадратной

c) является нулевой (размера  $n \times m$ , где  $n \neq m$ )

d) может быть единичной

### 7. Выберите правильный ответ:

a) Матрица  $A$  называется нуль – матрицей, если все элементы матрицы равны нулю.

b) Матрица  $A$  называется нуль – матрицей, если определитель матрицы равен нулю, а элементы не равны нулю.

c) Матрица  $A$  называется нуль – матрицей, если все элементы по главной диагонали равны нулю, а остальные отличны от нуля.

### 8. Выберите правильный ответ:

a) Суммой матриц  $A$  и  $B$ , одинакового размера, называется число, равное сумме всех элементов матриц  $A$  и  $B$ .

b) Суммой матриц  $A$  и  $B$  называется матрица  $C$  ( $A+B = C$ ), составленной присоединением к матрице  $A$  справа, элементы матрицы  $B$

c) Суммой матриц  $A$  и  $B$ , одинакового размера, называется матрица  $C$  ( $A+B=C$ ), элементы которой равны сумме соответственных элементов матриц  $A$  и  $B$

**9. Выберите правильный ответ:**

- a) Сложение матриц коммутативно, ассоциативно, при сложении матрицы  $A$  с нулевой матрицей получится матрица  $A$
- b) Сложение матриц не коммутативно, ассоциативно, при сложении матрицы  $A$  с нулевой матрицей получится матрица  $A$
- c) Сложение матриц коммутативно, не ассоциативно, при сложении матрицы  $A$  с нулевой матрицей получится нулевая матрица

**10. Выберите правильный ответ:**

- a) Разностью матриц  $A$  и  $B$ , одинакового размера, называется число равное разности: сумма всех элементов матрицы  $A$  минус сумма всех элементов матрицы  $B$
- b) Разностью матриц  $A$  и  $B$ , называется матрица  $C$  ( $A - B = C$ ), составленной присоединением к матрице  $A$  слева, элементы матрицы  $B$
- c) Разностью матриц  $A$  и  $B$ , одинакового размера, называется матрица  $C$  ( $A - B = C$ ), элементы которой равны разности соответственных элементов матриц  $A$  и  $B$

**11. Выберите правильный ответ:**

- a) Произведением матрицы  $A$  на число  $\lambda$ , называется число равное произведению числа  $\lambda$  на сумму всех элементов матрицы  $A$
- b) Произведением матрицы  $A$  на число  $\lambda$ , называется матрица  $B$  того же размера, что и матрица  $A$  и элементы которой равны произведению числа  $\lambda$  на соответствующие элементы матрицы  $A$
- c) Произведением матрицы  $A$  на число  $\lambda$ , называется матрица  $B$  и элемент которой равен произведению числа  $\lambda$  на сумму всех элементов матрицы  $A$

**12. Выберите правильный ответ:**

- a) При умножении матрицы  $A$  на нуль получится число равное сумме произведений всех элементов матрицы  $A$  и нуля, при умножении матрицы  $A$  на единицу получится матрица  $A$
- b) При умножении матрицы  $A$  на нуль получится нуль-матрица, при умножении матрицы  $A$  на единицу получится матрица  $A$
- c) При умножении матрицы  $A$  на нуль получится нуль-матрица, при умножении матрицы  $A$  на единицу получится единичная матрица

**13. Выберите правильный ответ:**

- a) При умножении матрицы  $A$  на матрицу  $B$  необходимо:
  - 1) чтобы количество строк матрицы  $A$  было равно количеству столбцов матрицы  $B$ ;
  - 2) составить матрицу, элементы которой равны произведению сумм каждого элемента каждой строки матрицы  $A$  и каждый элемент каждого столбца матрицы  $B$
  - 3) полученные суммы поставить в соответствующую строку и столбец
- b) При умножении матрицы  $A$  на матрицу  $B$  необходимо:
  - 1) чтобы количество строк матрицы  $A$  было равно количеству столбцов матрицы  $B$ ;
  - 2) составить матрицу, элементы которой равны сумме произведений каждого элемента каждой строки матрицы  $A$  на каждый элемент каждого столбца матрицы  $B$
- c) При умножении матрицы  $A$  на матрицу  $B$  необходимо:
  - 1) чтобы количество столбцов матрицы  $A$  было равно количеству строк матрицы  $B$ ;
  - 2) составить матрицу, элементы которой равны сумме произведений каждого элемента каждой строки матрицы  $A$  на каждый элемент каждого столбца матрицы  $B$
  - 3) полученные суммы поставить в соответствующую строку и столбец

**14 Выберите правильный ответ:**

- a) Умножение матриц не коммутативно, ассоциативно, дистрибутивно, умножение матрицы  $A$  на единичную матрицу коммутативно и получится матрица  $A$
- b) Умножение матриц не коммутативно, не ассоциативно, умножение матрицы  $A$  на единичную матрицу не коммутативно и получится матрица  $A$

с) Умножение матриц не коммутативно, ассоциативно, умножение матрицы  $A$  на единичную матрицу не коммутативно и получится единичная матрица

**15 Выберите правильный ответ:**

а) При возведении произвольной матрицы  $A$  в  $n$ -ую степень, необходимо матрицу  $A$  умножить саму на себя  $n$  раз, для любого натурального  $n$

**б) При возведении матрицы  $A$  в  $n$ -ую степень, необходимо матрицу  $A$  умножить саму на себя  $n$  раз, при условии что матрица  $A$  квадратная**

с) Действие возведение матриц в степень неопределенно

**16. Выберите правильный ответ:**

**а) Определителем матрицы называется число поставленное в соответствие каждой квадратной матрице по определенному правилу или закону**

б) Определителем матрицы называется матрица поставленная в соответствие каждой квадратной матрице по определенному правилу или закону

с) Определителем матрицы называется число поставленное в соответствие любой матрице по определенному правилу или закону

**17. Выберите правильный ответ:**

а) Определители матрицы  $A$  и матрицы  $A^T$  равны по значению, но противоположны по знаку

**б) Определители матрицы  $A$  и матрицы  $A^T$  равны**

с) Определители матрицы  $A$  и матрицы  $A^T$  не равны

**18. Выберите правильный ответ:**

а) Определитель матрицы  $A$  меняет знак на противоположный, если к элементам какой либо строки или столбца прибавить соответствующие элементы другой строки или столбца, умноженные на одно и то же число

б) Определитель матрицы  $A$  изменяется, если к элементам какой либо строки или столбца прибавить соответствующие элементы другой строки или столбца, умноженные на одно и то же число

**с) Определитель матрицы  $A$  не меняется, если к элементам какой либо строки или столбца прибавить соответствующие элементы другой строки или столбца, умноженные на одно и то же число**

**19. Выберите правильный ответ:**

а) Определитель матрицы  $A$  не изменяется, если поменять местами его две строки или два столбца

б) Определитель матрицы  $A$  меняется по значению, если поменять местами его две строки или два столбца

**с) Знак определителя матрицы  $A$  изменяется на противоположный, если поменять местами его две строки или два столбца**

**20. Выберите правильный ответ:**

а) Определитель матрицы  $A$  увеличится в  $k$ -раз, если все элементы какой-либо строки или какого-либо столбца увеличить в  $k$ -раз, т.е. общий множитель строки или столбца можно вынести за знак определителя

б) Определитель матрицы  $A$  увеличится в  $k$ -раз, если все элементы матрицы увеличить в  $k$ -раз

**с) Определитель матрицы  $A$  увеличится в  $k$ -раз, если все элементы какой-либо строки или какого-либо столбца увеличить в  $k$ -раз, т.е. общий множитель матрицы можно вынести за знак определителя**

**21. Выберите правильный ответ:**

а) Определитель матрицы  $A$  равен единице, если все элементы какой-либо строки или столбца равны нулю

**б) Определитель матрицы  $A$  равен нулю, если все элементы какой-либо строки или какого-либо столбца равны нулю**

с) Определитель матрицы  $A$  равен нулю, если все элементы главной диагонали равны нулю

**22. Выберите правильный ответ:**

а) Определитель матрицы равен нулю, если матрица единичная

**б) Определитель матрицы  $A$  равен нулю, если элементы двух строк или двух столбцов соответственно пропорциональны**

с) Определитель нуль -матрицы равен единице

**23. Выберите правильный ответ:**

**а) Минором элемента  $a_{ij}$  ( $M_{ij}$ ) называется определитель полученный из данного вычеркиванием  $i$  – строки и  $j$  - столбца**

б) Минором элемента  $a_{ij}$  ( $M_{ij}$ ) называется число полученное вычитанием из определителя матрицы  $A$  элемента  $a_{ij}$

с) Минором элемента  $a_{ij}$  ( $M_{ij}$ ) называется элемент  $a_{ij}$  взятый с противоположным знаком

**24. Выберите правильный ответ:**

а) Алгебраическим дополнением элемента  $a_{ij}$  ( $A_{ij}$ ) называется его минор, взятый со знаком  $(-1)^{i+j}$

б) Алгебраическим дополнением элемента  $a_{ij}$  ( $A_{ij}$ ) называется его минор, взятый со знаком  $(-1)^{i*j}$

с) Алгебраическим дополнением элемента  $a_{ij}$  ( $A_{ij}$ ) называется его минор, взятый со знаком  $(-1)^{i-j}$

**25. Выберите правильный ответ:**

а) Определитель матрицы  $A$  равен произведению сумм элементов какой-либо строки (столбца) и их алгебраические дополнения

б) Определитель матрицы  $A$  равен разности произведений элементов какой-либо строки (столбца) на их алгебраические дополнения

**с) Определитель матрицы  $A$  равен сумме произведений элементов какой-либо строки (столбца) на их алгебраические дополнения**

**26. Выберите правильный ответ:**

**а) Для вычисления определителя  $n$ -ого порядка необходимо выполнить разложение определителя  $|A|$  по элементам строки или столбца, при  $n > 1$**

б) Для вычисления определителя  $n$ -ого порядка необходимо выполнить разложение определителя  $|A|$  по элементам строки или столбца

с) Для вычисления определителя  $n$ -ого порядка необходимо выполнить разложение определителя  $|A|$  по элементам каждой строки, при  $n > 2$

**27. Выберите правильный ответ:**

а) Определитель произведения квадратных матриц  $A$  и  $B$  одного порядка, равен произведению определителей перемножаемых матриц, т.е. если  $C=A*B$ , то  $|C|=|A|*|B|$

б) Определитель произведения матриц, равен произведению определителей перемножаемых матриц, т.е. если  $C=A*B$ , то  $|C|=|A|*|B|$

с) Определитель произведения квадратных матриц одного порядка, равен  $|C|=1/(|A|*|B|)$

**28. Выберите правильный ответ:**



а) Обратной матрицей называется матрица  $A^{-1}$ , удовлетворяющая условию  $A^{-1}A = E$  и вычисляемая

по формуле  $A^{-1} = (1/|A|) * \tilde{A}$ , где  $\tilde{A} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}$

б) Если матрица  $A$  квадратная, то обратной для нее матрицей называется матрица  $A^{-1}$ , удовлетворяющая условиям  $A^{-1}A = E$  и  $A^{-1}A = E$  и вычисляемая по формуле  $A^{-1} = |A|^{-1} * \tilde{A}$ , где

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}$$

с) Если матрица  $A$  квадратная, то обратной для нее матрицей называется матрица  $A^{-1}$ , удовлетворяющая условиям  $A^{-1}A = E$  и  $A^{-1}A = E$  и вычисляемая по формуле

$$A^{-1} = (1/|A|) * \tilde{A}, \text{ где } \tilde{A} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}$$

### 29. Выберите правильный ответ:

- а) Если определитель матрицы равен нулю, то матрица  $A$  называется вырожденной, если определитель матрицы равен единице, то матрица  $A$  называется невырожденной
- б) Если определитель матрицы равен нулю, то матрица  $A$  называется вырожденной, в противном случае матрица  $A$  называется невырожденной**
- с) Если определитель матрицы равен единице, то матрица  $A$  называется вырожденной, в противном случае матрица  $A$  называется невырожденной

### 30. Выберите правильный ответ:

- а) Если матрица  $A$  вырожденная, то для нее существует обратная матрица
- б) Если матрица  $A$  невырожденная, то для нее существует обратная матрица**
- с) Если матрица  $A$  невырожденная, то для нее не существует обратная матрица

### 31. Выберите правильный ответ:

- а) Рангом матрицы  $A$  называется наивысший порядок минора, составленного из элементов  $A$ , отличный от единицы
- б) Рангом матрицы  $A$  называется наивысший порядок алгебраического дополнения, составленного из элементов  $A$ , отличный от нуля
- с) Рангом матрицы  $A$  называется наивысший порядок минора, составленного из элементов  $A$ , отличный от нуля**

### 32. Выберите правильный ответ:

- а) Ранг ступенчатой матрицы равен количеству ее нулевых строк
- б) Ранг ступенчатой матрицы равен количеству ее ненулевых строк
- с) Ранг ступенчатой матрицы равен количеству ее всех строк матрицы**

### 33. Выберите правильный ответ:

- а) Ранг нулевой матрицы равен порядку матрицы
- б) Ранг нулевой матрицы равен количеству строк
- с) Ранг нулевой матрицы равен нулю**

**34. Выберите правильный ответ:**

- a) К элементарным преобразованиям над матрицами относят: перемена местами двух строк ( столбцов); умножение строки ( столбца ) на число отличное от нуля; прибавление к элементам одной строки ( столбца ) соответствующих элементов строки ( столбца )
- b) К элементарным преобразованиям над матрицами относят: перемена местами двух строк (столбцов); умножение строки (столбца) на число отличное от нуля; прибавление к элементам одной строки (столбца) соответствующих элементов столбца (строки); сложение матриц
- c) К элементарным преобразованиям над матрицами относят: перемена местами двух строк (столбцов); умножение строки (столбца) на число отличное от нуля; прибавление к элементам одной строки (столбца) соответствующих элементов строки (столбца); умножение матрицы на единичную матрицу

**35. Выберите правильный ответ:**

- a) Матрица  $B$ , полученная из матрицы  $A$  с помощью элементарных преобразований, называется эквивалентной матрице  $A$  ( обозначается  $B \sim A$  )
- b) Матрица  $B$ , полученная из матрицы  $A$  с помощью элементарных преобразований, называется эквивалентной матрице  $A$  ( обозначается  $B \approx A$  )
- c) Матрица  $B$ , полученная из матрицы  $A$  с помощью сложения матриц, называется эквивалентной матрице  $A$  ( обозначается  $B \sim A$  )

**36. Выберите правильный ответ:**

- a) При элементарных преобразованиях ранг матрицы не изменяется
- b) При элементарных преобразованиях ранг матрицы изменяется
- c) При элементарных преобразованиях ранг матрицы не изменяется по значению, но изменяется по знаку.

**37. Выберите правильный ответ:**

- a) Если  $|A| = 0$ , то  $|A^{-1}| = 0$
- b) Если  $|A| = 0$ , то  $|A^{-1}|$  - не существует, т.к. не существует  $A^{-1}$
- c) Если  $|A| = 0$ , то для вычисления  $|A^{-1}|$  необходимо знать саму матрицу  $A$

**38. Выберите правильный ответ:**

- a)  $X = \frac{B}{A}$  является решением матричного уравнения вида  $A * X = B$
- b)  $X = A^{-1} * B$  является решением матричного уравнения вида  $A * X = B$
- c)  $X = B * A^{-1}$  является решением матричного уравнения вида  $A * X = B$

**39. Выберите правильный ответ:**

- a) Система вида 
$$\begin{cases} a_{11} * x_1 + a_{12} * x_2 + \dots + a_{1n} * x_n = b_1 \\ a_{21} * x_1 + a_{22} * x_2 + \dots + a_{2n} * x_n = b_2 \\ \dots + \dots + \dots = \dots \\ a_{m1} * x_1 + a_{m2} * x_2 + \dots + a_{mn} * x_n = b_m \end{cases}$$
, называется системой линейных

уравнений из  $m$  уравнений с  $n$  неизвестными, где  $a_{ij}$  ( $i=1,2,\dots,m$ ;  $j = 1,2,\dots,n$ ) – коэффициенты системы,  $b_1, \dots, b_m$  – свободные члены системы

b) Система вида 
$$\begin{cases} a_{11} * x_1^2 + a_{12} * x_2^2 + \dots + a_{1n} * x_n^2 = b_1 \\ a_{21} * x_1^2 + a_{22} * x_2^2 + \dots + a_{2n} * x_n^2 = b_2 \\ \dots + \dots + \dots = \dots \\ a_{m1} * x_1^2 + a_{m2} * x_2^2 + \dots + a_{mn} * x_n^2 = b_m \end{cases}$$
, называется системой линейных урав-

нений из  $m$  уравнений с  $n$  неизвестными, где  $a_{ij}$  ( $i=1,2,\dots,m; j=1,2,\dots,n$ ) – коэффициенты системы,  $b_1, \dots, b_m$  – свободные члены системы

c) Система вида 
$$\begin{cases} a_{11} * x_1 + a_{12} * x_2 + \dots + a_{1n} * x_n = b_1 \\ a_{21} * x_1 + a_{22} * x_2 + \dots + a_{2n} * x_n = b_2 \\ \dots + \dots + \dots = \dots \\ a_{m1} * x_1 + a_{m2} * x_2 + \dots + a_{mn} * x_n = b_m \end{cases}$$
, называется системой линейных уравне-

ний из  $n$  уравнений с  $m$  неизвестными, где  $a_{ij}$  ( $i=1,2,\dots,m; j=1,2,\dots,n$ ) – свободные члены системы,  $b_1, \dots, b_m$  – коэффициенты системы

#### 40. Выберите правильный ответ:

a) Краткая запись системы линейных уравнений из  $m$  уравнений с  $n$  неизвестными имеет вид:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} * x_j = b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

b) Краткая запись системы линейных уравнений имеет вид: 
$$\sum_{j=1}^{\infty} a_{ij} * x_j = b_j, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

c) Краткая запись системы линейных уравнений имеет вид: 
$$\sum_1^g a_{ij} * x_j = b_n, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

#### 41. Выберите правильный ответ:

a) Решением системы 
$$\begin{cases} a_{11} * x_1 + a_{12} * x_2 + \dots + a_{1n} * x_n = b_1 \\ a_{21} * x_1 + a_{22} * x_2 + \dots + a_{2n} * x_n = b_2 \\ \dots + \dots + \dots = \dots \\ a_{m1} * x_1 + a_{m2} * x_2 + \dots + a_{mn} * x_n = b_m \end{cases}$$
 является такой набор чисел ( $c_1 = b_1$

$\dots, b_m = c_n$ ), при подстановки которых в каждое уравнение системы вместо  $b_1, \dots, b_m$ , получаем верные тождества

b) Решением системы 
$$\begin{cases} a_{11} * x_1 + a_{12} * x_2 + \dots + a_{1n} * x_n = b_1 \\ a_{21} * x_1 + a_{22} * x_2 + \dots + a_{2n} * x_n = b_2 \\ \dots + \dots + \dots = \dots \\ a_{m1} * x_1 + a_{m2} * x_2 + \dots + a_{mn} * x_n = b_m \end{cases}$$
 является такой набор чисел ( $c_1,$

$\dots, c_n$ ), при подстановки которых в каждое уравнение системы вместо соответствующего неизвестного, получаем верные тождества

c) Решением системы 
$$\begin{cases} a_{11} * x_1 + a_{12} * x_2 + \dots + a_{1n} * x_n = b_1 \\ a_{21} * x_1 + a_{22} * x_2 + \dots + a_{2n} * x_n = b_2 \\ \dots + \dots + \dots = \dots \\ a_{m1} * x_1 + a_{m2} * x_2 + \dots + a_{mn} * x_n = b_m \end{cases}$$
 является такое число  $c$ , при подста-

новки которых в одно из уравнений системы получаем верное тождество

#### 42. Выберите правильный ответ:

- a) Система линейных уравнений называется несовместной, если система имеет хотя бы одно решение
- b) Система линейных уравнений называется совместной, если система не имеет ни одно решения
- c) Система линейных уравнений называется совместной, если система имеет хотя бы одно решение**

**43. Выберите правильный ответ:**

- a) Система линейных уравнений называется определенной, если система имеет единственное решение**
- b) Система линейных уравнений называется определенной, если система имеет хотя бы одно решение
- c) Система линейных уравнений называется неопределенной, если система имеет единственное решение

**44. Выберите правильный ответ:**

- a) Две системы линейных уравнений с одинаковым числом неизвестных называются эквивалентными, если множество всех решений этих систем совпадают**
- b) Две системы линейных уравнений с одинаковым числом неизвестных называются эквивалентными, если ни одно из решение этих систем не совпадают
- c) Две системы линейных уравнений с одинаковым числом неизвестных называются эквивалентными, если хотя бы одно из решений этих систем совпадают

**45. Выберите правильный ответ:**

- a) Если  $x_1 = x_2 = \dots = x_n = 0$ , то система
 
$$\begin{cases} a_{11} * x_1 + a_{12} * x_2 + \dots + a_{1n} * x_n = b_1 \\ a_{21} * x_1 + a_{22} * x_2 + \dots + a_{2n} * x_n = b_2 \\ \dots + \dots + \dots = \dots \\ a_{m1} * x_1 + a_{m2} * x_2 + \dots + a_{mn} * x_n = b_m \end{cases}$$
 называется однородной

- b) Если  $b_1 = b_2 = \dots = b_m = 0$ , то система**

$$\begin{cases} a_{11} * x_1 + a_{12} * x_2 + \dots + a_{1n} * x_n = b_1 \\ a_{21} * x_1 + a_{22} * x_2 + \dots + a_{2n} * x_n = b_2 \\ \dots + \dots + \dots = \dots \\ a_{m1} * x_1 + a_{m2} * x_2 + \dots + a_{mn} * x_n = b_m \end{cases}$$
 называется однородной

- c) Если  $a_{11} = a_{12} = \dots = a_{mn} = 1$ , то система
 
$$\begin{cases} a_{11} * x_1 + a_{12} * x_2 + \dots + a_{1n} * x_n = b_1 \\ a_{21} * x_1 + a_{22} * x_2 + \dots + a_{2n} * x_n = b_2 \\ \dots + \dots + \dots = \dots \\ a_{m1} * x_1 + a_{m2} * x_2 + \dots + a_{mn} * x_n = b_m \end{cases}$$
 называется однородной

**46. Выберите правильный ответ:**

a) Систему 
$$\begin{cases} a_{11} * x_1 + a_{12} * x_2 + \dots + a_{1n} * x_n = b_1 \\ a_{21} * x_1 + a_{22} * x_2 + \dots + a_{2n} * x_n = b_2 \\ \dots + \dots + \dots = \dots \\ a_{m1} * x_1 + a_{m2} * x_2 + \dots + a_{mn} * x_n = b_m \end{cases}$$
 можно записать в матричной форме  $A * X = B$ ,

где  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$  - матрица системы,  $X = (x_1 \dots x_n)$  - матрица неизвестных системы,  $B = \begin{pmatrix} b_1 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix}$  - матри-

ца свободных членов

b) Систему 
$$\begin{cases} a_{11} * x_1 + a_{12} * x_2 + \dots + a_{1n} * x_n = b_1 \\ a_{21} * x_1 + a_{22} * x_2 + \dots + a_{2n} * x_n = b_2 \\ \dots + \dots + \dots = \dots \\ a_{m1} * x_1 + a_{m2} * x_2 + \dots + a_{mn} * x_n = b_m \end{cases}$$
 можно записать в матричной форме  $A * X =$

$B$ , где  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$  - матрица системы,  $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$  - матрица неизвестных системы,  $B = \begin{pmatrix} b_1 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix}$  -

матрица свободных членов

c) Систему 
$$\begin{cases} a_{11} * x_1 + a_{12} * x_2 + \dots + a_{1n} * x_n = b_1 \\ a_{21} * x_1 + a_{22} * x_2 + \dots + a_{2n} * x_n = b_2 \\ \dots + \dots + \dots = \dots \\ a_{m1} * x_1 + a_{m2} * x_2 + \dots + a_{mn} * x_n = b_m \end{cases}$$
 можно записать в матричной форме  $A * X = B$ ,

где  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$  - матрица системы,  $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$  - матрица неизвестных системы,  $B = (b_1, \dots, b_m)$  -

матрица свободных членов

#### 47. Выберите правильный ответ:

a) Матрица  $(A|B) = \left( \begin{array}{c|ccc} b_1 & a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_m & a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{array} \right)$  называется расширенной матрицей СЛУ

b) Матрица  $(A|B) = \left( \begin{array}{c|ccc} a_{11} & \dots & a_{1n} & x_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} & x_m \end{array} \right)$  называется расширенной матрицей СЛУ

c) Матрица  $(A|B) = \left( \begin{array}{c|ccc} a_{11} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} & b_m \end{array} \right)$  называется расширенной матрицей СЛУ

#### 48. Выберите правильный ответ:

a) Система линейных уравнений несовместна тогда и только тогда, когда ранг матрицы системы равен рангу расширенной матрицы системы:

$r(A) = r(A|B)$

b) Система линейных уравнений совместна тогда и только тогда, когда ранг матрицы системы не равен рангу расширенной матрицы системы:

$$r(A) \neq r(A|B)$$

с) Система линейных уравнений совместна тогда и только тогда, когда ранг матрицы системы равен рангу расширенной матрицы системы:

$$r(A) = r(A|B)$$

**49. Выберите правильный ответ:**

a) Если  $r(A) > r(A|B)$ , система несовместна

b) Если  $r(A) < r(A|B)$ , система совместна

с) Если  $r(A) < r(A|B)$ , система несовместна

**50. Выберите правильный ответ:**

a) Если  $r(A) = r(A|B) = n$  (где  $n$  - число неизвестных), то система совместна и неопределенна

b) Если  $r(A) = r(A|B) = n$  (где  $n$  - число неизвестных), то система совместна и определена

с) Если  $r(A) = r(A|B) = n$  (где  $n$  - число неизвестных), то система несовместна и определена

**51. Выберите правильный ответ:**

a) Если  $r(A) = r(A|B) < n$  (где  $n$  - число неизвестных), то система несовместна и определена

b) Если  $r(A) = r(A|B) < n$  (где  $n$  - число неизвестных), то система совместна и неопределенна

с) Если  $r(A) = r(A|B) < n$  (где  $n$  - число неизвестных), то система совместна и определена

**52. Выберите правильный ответ:**

a) Решение, выражающее произвольное решение называют частным решением системы

b) Решение, выражающее только одно решение, называют общим решением системы

с) Решение, выражающее произвольное решение называют общим решением системы

**53. Выберите правильный ответ:**

a) Переменные, коэффициенты при которых образуют ненулевой (базисный) минор, называют главными

b) Переменные, коэффициенты при которых образуют нулевой (базисный) минор, называют главными

с) Переменные, коэффициенты при которых образуют ненулевой (базисный) минор, называют свободными

**54. Выберите правильный ответ:**

a) Формулы Крамера для решения систем линейных уравнений имеют вид:  $x_n = \frac{\Delta_n}{\Delta}$ , где  $\Delta_n$  - главный определитель,  $\Delta$  - определитель матрицы коэффициентов, у которой  $n$  столбец, заменен на столбец свободных членов

b) Формулы Крамера для решения систем линейных уравнений имеют вид:  $x_n = \frac{\Delta}{\Delta_n}$ , где  $\Delta$  - главный определитель,  $\Delta_n$  - определитель матрицы коэффициентов, у которой  $n$  столбец, заменен на столбец свободных членов

с) Формулы Крамера для решения систем линейных уравнений имеют вид:  $x_n = \frac{\Delta_n}{\Delta}$ , где  $\Delta$  - главный определитель,  $\Delta_n$  - определитель матрицы коэффициентов, у которой  $n$  столбец, заменен на столбец свободных членов

**55. Выберите правильный ответ:**

- а) Метод Гаусса – это метод последовательного исключения переменных путем некоторых элементарных преобразований, в результате чего система приводится к ступенчатому виду с единицами ниже главной диагонали
- б) Метод Гаусса - это метод при котором, путем некоторых элементарных преобразований, элементы главной диагонали приводят к единице, элементы ниже и выше главной диагонали приводят к нулю
- с) **Метод Гаусса – это метод последовательного исключения переменных путем некоторых элементарных преобразований, в результате чего система приводится к ступенчатому виду с нулями ниже главной диагонали**

**56. Выберите правильный ответ:**

- а) Метод Гаусса – Жордана - это метод последовательного исключения переменных, при котором, путем некоторых элементарных преобразований, элементы главной диагонали приводят к единице, элементы ниже и выше главной диагонали приводят к нулю
- б) Метод Гаусса – Жордана это метод последовательного исключения переменных путем некоторых элементарных преобразований, в результате чего система приводится к ступенчатому виду с нулями ниже главной диагонали
- с) **Метод Гаусса – Жордана это метод последовательного исключения переменных, при котором, путем некоторых элементарных преобразований, элементы главной диагонали приводят к нулю, элементы ниже и выше главной диагонали приводят к единице**

**57. Выберите правильный ответ:**

- а) **Метод обратной матрицы: из матричного уравнения  $A * X = B$  следует  $X = A^{-1} * B$ , т.е. необходимо найти обратную матрицу  $A^{-1}$  и умножить ее на матрицу свободных членов, получаем матрицу переменных**
- б) Метод обратной матрицы: из матричного уравнения  $X * A = B$  следует  $X = A^{-1} * B^{-1}$ , т.е. необходимо найти обратную матрицу  $A^{-1}$  и умножить ее на обратную матрицу свободных членов, получаем матрицу переменных
- с) Метод обратной матрицы: из матричного уравнения  $A * X = B$  следует  $X = B * A^{-1}$ , т.е. необходимо умножить матрицу свободных членов на обратную матрицу  $A^{-1}$ , получаем матрицу переменных

**58. Выберите правильный ответ:**

- а) Однородная система линейных уравнений всегда несовместна
- б) Однородная система линейных уравнений всегда является определенной
- с) **Однородная система линейных уравнений всегда совместна**

**59. Выберите правильный ответ:**

- а) **Решение однородной системы линейных уравнений вида  $x_1 = x_2 = \dots = x_n = 0$  называют нулевым или тривиальным**
- б) Бесчисленное множество решений однородной системы линейных уравнений называют тривиальным
- с) Решение однородной системы линейных уравнений вида  $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 2, \dots, x_n = n - 1$  называют тривиальным

**60. Выберите правильный ответ:**

- а) Систему линейных уравнений из  $m$  уравнений с  $n$  неизвестными можно решить любым способом: метод Гаусса, метод Гаусса – Жордана, по формулам Крамера и методом обратной матрицы

**б) Систему линейных уравнений из  $m$  уравнений с  $n$  неизвестными можно решить любым способом: метод Гаусса, метод Гаусса – Жордана**

с) Систему линейных уравнений из  $m$  уравнений с  $n$  неизвестными можно решить любым способом: по формулам Крамера или методом обратной матрицы

**61. Выберите правильный ответ:**

а) Однородная система линейных уравнений может не иметь фундаментальных решений, если определитель матрицы, составленной из коэффициентов при неизвестных, равен нулю

**б) Однородная система линейных уравнений может не иметь фундаментальных решений, если определитель матрицы, составленной из коэффициентов при неизвестных, отличен от нуля**

с) Однородная система линейных уравнений может не иметь фундаментальных решений, если определитель матрицы, составленной из коэффициентов при неизвестных, меньше нуля

**62. Выберите правильный ответ:**

**а) Однородная система неопределенна тогда и только тогда, когда  $r(A) < n$**

б) Однородная система неопределенна тогда и только тогда, когда  $r(A) = n$

с) Однородная система неопределенна тогда и только тогда, когда  $r(A) > n$

**63. Выберите правильный ответ:**

Система из трех уравнений с тремя переменными, заданная в матричном виде  $AX=B$ , совместна и определена в следующих случаях:

а)  $r(A) = r(A/B) = 1$ ;

б)  $r(A) = 2, r(A/B) = 3$ ;

**с)  $r(A) = r(A/B) = 3$**

**64. Выберите правильный ответ:**

а) Вектором называется направленный отрезок, который обозначается  $\overline{a}, \overline{b}, \dots, \overline{AB}, \overline{CD}, \dots$

б) Вектором называется множество точек, расположенных между двумя точками, который обозначается  $AB, CP$ .

с) Вектором называется множество точек расположенных по одну сторону от данной точки, который обозначается  $a, b, c$ .

**65. Выберите правильный ответ:**

а) Длина отрезка  $AB$  называется длиной или модулем вектора  $\overline{a}, \overline{b}, \dots, \overline{AB}, \overline{CD}, \dots$  и обозначается  $|\overline{a}|, |\overline{b}|, \dots, |\overline{AB}|, |\overline{CD}|, \dots$

б) Длина прямой  $AB$  называется длиной или модулем вектора  $\overline{a}, \overline{b}, \dots, \overline{AB}, \overline{CD}, \dots$  и обозначается  $|\overline{a}|, |\overline{b}|, \dots, |\overline{AB}|, |\overline{CD}|, \dots$

с) Длина отрезка  $AB$  называется длиной или модулем вектора  $\overline{a}, \overline{b}, \dots, \overline{AB}, \overline{CD}, \dots$  и обозначается  $\{\overline{a}\}, \{\overline{b}\}, \dots, \{\overline{AB}\}, \{\overline{CD}\}, \dots$

**66. Выберите правильный ответ:**

а) Вектор называется нулевым, если координаты начала вектора равны  $(0,0)$ . Вектор называется единичным, если его длина равна единице

б) Вектор, длина которого равна нулю, называется нулевым. Вектор называется единичным, если его длина равна единице

с) Вектор называется нулевым, если координаты конца вектора равны  $(0,0)$ . Вектор называется единичным, если его координаты равны  $(1,1)$

**67. Выберите правильный ответ:**



- а) Векторы  $\vec{a}$ , и  $\vec{b}$ , называются коллинеарными, если они лежат на пересекающихся прямых
- в) Векторы  $\vec{a}$ , и  $\vec{b}$ , называются коллинеарными, если они лежат на перпендикулярных прямых
- с) Векторы  $\vec{a}$ , и  $\vec{b}$ , называются коллинеарными, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых

**68. Выберите правильный ответ:**

- а) Три вектора  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  и более называются компланарными, если они лежат в одной плоскости или параллельных плоскостях
- в) Векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ , называются компланарными, если они лежат в одной плоскости или параллельных плоскостях
- с) Три вектора  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  называются компланарными, если они лежат на одной прямой или параллельных прямых

**69. Выберите правильный ответ:**

- а) Векторы  $\vec{a}$ , и  $\vec{b}$ , называются равными ( $\vec{a} = \vec{b}$ ), если они коллинеарные, сонаправлены и имеют равные длины
- в) Векторы  $\vec{a}$ , и  $\vec{b}$ , называются равными ( $\vec{a} = \vec{b}$ ), если они коллинеарные и сонаправлены
- с) Векторы  $\vec{a}$ , и  $\vec{b}$ , называются равными ( $\vec{a} = \vec{b}$ ), если они имеют равные длины

**70. Выберите правильный ответ:**

- а) Если векторы сонаправлены, то угол между ними равен  $180^\circ$ ; если противоположно направлены - угол между ними равен нулю
- в) Если векторы сонаправлены, то угол между ними равен нулю; если противоположно направлены - угол между ними равен  $180^\circ$
- с) Если векторы сонаправлены, то угол между ними равен  $90^\circ$ ; если противоположно направлены - угол между ними равен  $180^\circ$

**71. Выберите правильный ответ:**

- а) Суммой двух векторов ( $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ ) называется число, равное сумме длин векторов  $\vec{a}$ , и  $\vec{b}$ ,
- в) Суммой двух векторов ( $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ ) называется вектор  $\vec{c}$ , соединяющий начало вектора  $\vec{a}$  с концом вектора  $\vec{b}$ , отложенного от конца вектора  $\vec{a}$
- с) Суммой двух векторов ( $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ ) называется вектор  $\vec{c}$ , соединяющий начало вектора  $\vec{b}$  с концом вектора  $\vec{a}$ , отложенного от конца вектора  $\vec{a}$

**72. Выберите правильный ответ:**

- а) Разностью двух векторов ( $\vec{a} - \vec{b} = \vec{c}$ ) называется число, равное разности длин векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$
- в) Разностью двух векторов ( $\vec{a} - \vec{b} = \vec{c}$ ) называется вектор  $\vec{c}$  такой, что  $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b}$
- с) Разностью двух векторов ( $\vec{a} - \vec{b} = \vec{c}$ ) называется вектор  $\vec{c}$  такой, что  $\vec{b} + \vec{c} = \vec{a}$

**73. Выберите правильный ответ:**

- а) Произведением вектора  $\vec{a} \neq 0$  на число  $\lambda \neq 0$  называется вектор, имеет направление вектора  $\vec{a}$ , если  $\lambda > 0$  и противоположное, если  $\lambda < 0$
- в) Произведением вектора  $\vec{a} \neq 0$  на число  $\lambda \neq 0$  называется вектор, который имеет длину  $|\lambda| \cdot |\vec{a}|$ , направление вектора  $\vec{a}$

с) Произведением вектора  $\vec{a} \neq 0$  на число  $\lambda \neq 0$  называется вектор, который имеет длину  $|\lambda| \cdot |\vec{a}|$ , направление вектора  $\vec{a}$ , если  $\lambda > 0$  и противоположное, если  $\lambda < 0$

**74. Выберите правильный ответ:**

а) Два ненулевых вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  коллинеарны тогда и только тогда, когда  $\vec{b} \neq \lambda \vec{a}$

в) Два ненулевых вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  коллинеарны тогда и только тогда, когда  $\vec{b} = \vec{a}$

с) Два ненулевых вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  коллинеарны тогда и только тогда, когда  $\vec{b} = \lambda \vec{a}$

**75. Выберите правильный ответ:**

а) Три ненулевых вектора  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  компланарны тогда и только тогда, когда один из них не является линейной комбинацией других, например  $\vec{c} \neq \lambda_1 \vec{a} + \lambda_2 \vec{b}$  ( $\lambda_1 \neq 0$  и  $\lambda_2 \neq 0$  одновременно)

в) Три ненулевых вектора  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  компланарны тогда и только тогда, когда один из них является линейной комбинацией других, например  $\vec{c} = \lambda_1 \vec{a} + \lambda_2 \vec{b}$  ( $\lambda_1 \neq 0$  и  $\lambda_2 \neq 0$  одновременно)

с) Три ненулевых вектора  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  компланарны тогда и только тогда, когда один из них является линейной комбинацией других, например  $\vec{c} = \lambda_1 \vec{a} + \lambda_2 \vec{b}$  ( $\lambda_1 = 0$  и  $\lambda_2 = 0$  одновременно)

**76. Выберите правильный ответ:**

а) Система  $e_1, e_2, \dots, e_m$   $n$ -мерных векторов называется *линейно независимой*, если найдутся такие числа  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ , из которых хотя бы одно отлично от нуля, что выполняется равенство  $\lambda_1 e_1 + \lambda_2 e_2 + \dots + \lambda_m e_m = 0$ ;

в) Система  $e_1, e_2, \dots, e_m$   $n$ -мерных векторов называется *линейно зависимой*, если найдутся такие числа  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ , из которых хотя бы одно отлично от нуля, что выполняется равенство  $\lambda_1 e_1 + \lambda_2 e_2 + \dots + \lambda_m e_m = 0$

с) Система  $e_1, e_2, \dots, e_m$   $n$ -мерных векторов называется *линейно зависимой*, если найдутся такие числа  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ , что выполняется равенство  $\lambda_1 e_1 + \lambda_2 e_2 + \dots + \lambda_m e_m = 0$ ;

**77. Выберите правильный ответ:**

а) **Базисом** называется совокупность линейно независимых векторов.

в) Базисом называется совокупность линейно зависимых векторов.

с) Базисом называется совокупность любых трех векторов.

**78. Выберите правильный ответ:**

а) Базисом на плоскости называется любая пара коллинеарных векторов этой плоскости или совокупность фиксированной точки и 2-х коллинеарных векторов, проведенных к ней.

в) **Базисом на плоскости называется любая пара не коллинеарных векторов этой плоскости или совокупность фиксированной точки и 2-х неколлинеарных векторов, проведенных к ней.**

с) Базисом на плоскости называется любая тройка не коллинеарных векторов этой плоскости или совокупность фиксированной точки и 3-х не коллинеарных векторов,

**79. Выберите правильный ответ:**

а) Базисом в пространстве наз. любая тройка компланарных векторов или совокупность фиксированной точки в пространстве и 3-х компланарных векторов.

в) Базисом в пространстве наз. любой набор векторов или совокупность фиксированной точки в пространстве и  $n$  - векторов.

с) **Базисом в пространстве наз. любая тройка некопланарных векторов или совокупность фиксированной точки в пространстве и 3-х некопланарных векторов.**

**80. Выберите правильный ответ:**

- а) Любой вектор на плоскости может быть разложен по векторам базиса на плоскости и притом единственным образом  
 в) Любой вектор на плоскости может быть разложен по векторам базиса на плоскости, различными способами  
 с) Не каждый вектор на плоскости может быть разложен по векторам базиса на плоскости.

**81. Выберите правильный ответ:** если  $\vec{a} = x_1i + y_1j + z_1k$ ;  $\vec{b} = x_2i + y_2j + z_2k$ , то

- а)  $\lambda * \vec{a} = \lambda * x_1i + y_1j + z_1k$ ;  $\vec{a} \pm \vec{b} = (x_1 * x_2)i + (y_1 * y_2)j + (z_1 * z_2)k$   
 в)  $\lambda * \vec{a} = \lambda * (x_1i + y_1j + z_1k) = \lambda * (x_1)i + \lambda * (y_1)j + \lambda * (z_1)k$ ,  
 $\vec{a} \pm \vec{b} = (x_1 \pm x_2)i + (y_1 \pm y_2)j + (z_1 \pm z_2)k$   
 с)  $\lambda * \vec{a} = \lambda * (x_1)i + \lambda * (y_1)j + \lambda * (z_1)k$ ,  
 $\vec{a} \pm \vec{b} = (x_1 + x_2)i \pm (y_1 + y_2)j \pm (z_1 + z_2)k$

**82. Выберите правильный ответ:** Для двух коллинеарных векторов с координатами  $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$   $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$

- а)  $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = k$   
 в)  $(x_1 * x_2) + (y_1 * y_2) + (z_1 * z_2) = 0$   
 с)  $\frac{x_1}{x_2} \neq \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = k$

**83. Выберите правильный ответ:**

- а) Углом между  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  называется угол  $\varphi$  на который надо повернуть один из векторов до его совпадения со вторым вектором после приведения этих векторов к общему началу.  
 в) Углом между  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  называется меньший угол  $\varphi$  ( $0 \leq \varphi \leq \pi$ ) на который надо повернуть один из векторов до его совпадения со вторым вектором после приведения этих векторов к общему началу.  
 с) Углом между  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  называется меньший угол  $\varphi$  ( $0 \leq \varphi \leq \pi$ ) на который надо повернуть один из векторов до его совпадения со вторым вектором .

**84. Выберите правильный ответ:** Для двух ортогональных векторов с координатами  $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$   $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$

- а)  $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = k$   
 в)  $x_1 * x_2 + y_1 * y_2 + z_1 * z_2 = 0$   
 с)  $\frac{x_1}{x_2} \neq \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = k$

**85. Выберите правильный ответ:**

- а) Проекция вектора  $\vec{a}$  на ось  $l$  равна произведению его модуля (длины) на  $\sin\varphi$  между этим вектором и осью  $l$ :  $\text{пр}_l \vec{a} = |\vec{a}| * \sin\varphi$   
 в) Проекция вектора  $\vec{a}$  на ось  $l$  равна произведению вектора на  $\cos\varphi$  между этим вектором и осью  $l$ :  $\text{пр}_l \vec{a} = \vec{a} * \cos\varphi$

с) Проекция вектора  $\vec{a}$  на ось  $l$  равна произведению его модуля (длины) на  $\cos\varphi$  между этим вектором и осью  $l$ :  $\text{пр}_l \vec{a} = |\vec{a}| \cdot \cos\varphi$

**86. Выберите правильный ответ:**

а) Скалярным произведением 2-х векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  называется число, равное произведению длин этих векторов на  $\sin$  угла между ними.

( $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ) - скалярное произведение:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin\varphi$ .

в) Скалярным произведением 2-х векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  называется число, равное произведению этих векторов на  $\cos$  угла между ними.

( $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ) - скалярное произведение:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\varphi$ .

с) Скалярным произведением 2-х векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  называется число, равное произведению длин этих векторов на  $\cos$  угла между ними.

( $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ) - скалярное произведение:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\varphi$ .

**87. Выберите правильный ответ:**

а) Равенство “0” скалярного произведения двух векторов, необходимое и достаточное условие их перпендикулярности (ортогональности), т.е.  $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ .

в) Равенство “1” скалярного произведения необходимое и достаточное условие их перпендикулярности (ортогональности), т.е.  $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ .

с) Равенство “0” скалярного произведения необходимое, но не достаточное условие их перпендикулярности (ортогональности), т.е.  $\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ .

**88. Выберите правильный ответ:**

а) Скалярное произведение 2-х векторов равно разности произведений соответствующих координат этих векторов:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 - y_1y_2 - z_1z_2$

в) Скалярное произведение 2-х векторов равно произведению сумм соответствующих координат этих векторов:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = (x_1+x_2) \cdot (y_1+y_2) \cdot (z_1+z_2)$

с) Скалярное произведение 2-х векторов равно сумме произведений соответствующих координат этих векторов:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$

**89. Выберите правильный ответ:**

$$\text{а) } \cos\varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

$$\text{в) } \cos\varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{(x_1 + x_2) \cdot (y_1 + y_2) \cdot (z_1 + z_2)}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

$$\text{с) } \cos\varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{x_1x_2 - y_1y_2 - z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

**90. Выберите правильный ответ:** если  $\vec{a} = a_x i + a_y j + a_z k$ ;  $\vec{b} = b_x i + b_y j + b_z k$ , то

а)  $\cos \alpha = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}$ ,  $\cos \beta = \frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}$ ,  $\cos \gamma = \frac{a_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}$  - называют направляющими косинусами

ми косинусами

в)  $\sin \alpha = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}$ ,  $\sin \beta = \frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}$ ,  $\sin \gamma = \frac{a_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}$  - называют направляющими

синусами

с)  $\cos \alpha = \frac{a_x}{a^2_y}$ ,  $\cos \beta = \frac{a_y}{a^2_z}$ ,  $\cos \gamma = \frac{a_z}{a^2_x}$  называют направляющими косинусами

**91. Выберите правильный ответ:** если  $\vec{a} = a_x i + a_y j + a_z k$ ;  $\vec{b} = b_x i + b_y j + b_z k$ , то векторное произведение векторов равно:

а)  $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{pmatrix}$

в)  $\vec{a} \times \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$

с)  $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$

**92. Выберите правильный ответ:**

а) Равенство “0” векторного произведения необходимое и достаточное условие их параллельности, т.е.  $\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$

в) Равенство “0” векторного произведения необходимое и достаточное условие их перпендикулярности (ортогональности), т.е.  $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$ .

с) Равенство “1” векторного произведения необходимое, но не достаточное условие их параллельности, т.е.  $\vec{a} \parallel \vec{b} \Rightarrow (\vec{a} \times \vec{b}) = 1$

**93. Выберите правильный ответ:**

а) если тройка  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ - правая, т.е. смешанное произведение  $\vec{a} \vec{b} \vec{c} < 0$  и  $V_{\text{пар}} < 0$ , следовательно  $V_{\text{пар}} = \frac{1}{\epsilon} \vec{a} \vec{b} \vec{c}$ .

в) если тройка  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ - левая, то смешанное произведение  $\vec{a} \vec{b} \vec{c} < 0$  и  $V_{\text{пар}} < 0$ , следовательно  $V_{\text{пар}} = |\vec{a} \vec{b} \vec{c}|$ .

с) если тройка  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ - левая, то смешанное произведение  $\vec{a} \vec{b} \vec{c} > 0$  и  $V_{\text{пар}} > 0$ , следовательно  $V_{\text{пар}} = \frac{1}{\epsilon} |\vec{a} \vec{b} \vec{c}|$ .

**94. Выберите правильный ответ:** если  $\vec{a} = a_x i + a_y j + a_z k$ ;  $\vec{b} = b_x i + b_y j + b_z k$ ,  $\vec{c} = c_x i + c_y j + c_z k$ , то смешанное произведение векторов равно:

а)  $\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$

в)  $\vec{a} \vec{b} \vec{c} = a_x b_x c_x + a_y b_y c_y + a_z b_z c_z$

с)  $\vec{a} \vec{b} \vec{c} = a_x a_y a_z + b_x b_y b_z + c_x c_y c_z$

**95. Выберите правильный ответ:**

а)  $\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$  если векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  компланарны

$$\text{в) } \overline{abc} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow \text{если векторы } \bar{a} \text{ и } \bar{b} \text{ и } \bar{c} \text{ коллинеарные}$$

$$\text{с) } \overline{abc} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} = 1 \Leftrightarrow \text{если векторы } \bar{a} \text{ и } \bar{b} \text{ и } \bar{c} \text{ компланарны}$$

**96. Выберите правильный ответ:**

а) Объем параллелепипеда, построенного на векторах  $\bar{a}$ ,  $\bar{b}$  и  $\bar{c}$  вычисляется как

$$V = |\overline{abc}|, \text{ а объем треугольной пирамиды, построенной на этих же векторах, равен } V = \frac{1}{3} |\overline{abc}|$$

в) Объем параллелепипеда, построенного на векторах  $\bar{a}$ ,  $\bar{b}$  и  $\bar{c}$  вычисляется как

$$V = \frac{1}{2} |\overline{abc}|, \text{ а объем треугольной пирамиды, построенной на этих же векторах, равен } V = \frac{1}{6} |\overline{abc}|$$

с) Объем параллелепипеда, построенного на векторах  $\bar{a}$ ,  $\bar{b}$  и  $\bar{c}$  вычисляется как  $V = |\overline{abc}|$ , а объем треугольной пирамиды, построенной на этих же векторах, равен  $V = \frac{1}{6} |\overline{abc}|$

**97. Выберите правильный ответ:**

а) Уравнение вида  $F(x,y)$ , которому удовлетворяют координаты всех точек данной линии и не удовлетворяют координаты любой точки плоскости, не лежащие на этой линии, называют уравнением линии

в) Уравнение вида  $F(x,y) = 0$ , которому удовлетворяют координаты всех точек данной линии и не удовлетворяют координаты любой точки плоскости, не лежащие на этой линии, называют уравнением линии

с) Уравнение вида  $F(x,y) = 0$ , которому удовлетворяют координаты точек данной линии называют уравнением линии

**98. Выберите правильный ответ:**

а) Линии, задаваемые уравнением первой степени, есть прямые. Уравнение второй степени, имеющее бесконечное множество решений, определяет эллипс, гиперболу, параболу или линию, распадающуюся на две прямые.

в) Линии, задаваемые уравнением первой степени, есть прямые. Уравнение второй степени определяет плоскость.

с) Линии, задаваемые уравнением первой степени, есть эллипс, гиперболу, параболу или линию, распадающуюся на две прямые. Уравнение второй степени определяют окружность.

**99. Выберите правильный ответ:**

а)  $Ax + Bx + C = 0$  - общее уравнение прямой, где  $A$  и  $B$  - координаты нормального вектора, одновременно не равные нулю.

в)  $Ax + By + C = 0$  - общее уравнение прямой, где  $A$  и  $B$  - координаты направляющего вектора, одновременно не равные нулю.

с)  $Ax + By + C = 0$  - общее уравнение прямой, где  $A$  и  $B$  - координаты нормального вектора, одновременно не равные нулю.

**100. Выберите правильный ответ:**

а)  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  - уравнение прямой в отрезках, где  $a$  и  $b$  отрезки, отсекаемые прямой соответственно на осях  $OX$  и  $OY$ .

- в)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  - уравнение прямой в отрезках, где  $a$  и  $b$  отрезки, отсекаемые прямой соответственно на осях  $OX$  и  $OY$ .
- с)  $y = kx + b$  - уравнение прямой в отрезках, где  $k$  и  $b$  отрезки, отсекаемые прямой соответственно на осях  $OX$  и  $OY$ .

**101. Выберите правильный ответ:**

- а)  $y - y_1 = k(x - x_1)$  - уравнение прямой проходящей через данную точку в данном направлении, где  $(x_1, y_1)$  - координаты данной точки,  $k$  - угловой коэффициент прямой. Исключение составляет прямая проходящая под углом  $\varphi = \pi$ .
- в)  $y - y_1 = k(x - x_1)$  - уравнение прямой проходящей через данную точку в данном направлении, где  $(x_1, y_1)$  - координаты данной точки,  $k$  - угловой коэффициент прямой. Исключение составляет прямая проходящая под углом  $\varphi = \pi/2$ .
- с)  $y - y_1 = k(x - x_1)$  - уравнение прямой проходящей через данную точку в данном направлении, где  $(x_1, y_1)$  - координаты данной точки,  $k$  - угловой коэффициент прямой.

**102. Выберите правильный ответ:**  $p$  и  $q$ - прямые,  $N_1$  и  $N_2$  – нормальные вектора соответственно прямых  $p$  и  $q$ , тогда

- а) если  $p \parallel q \Leftrightarrow N_1 \parallel N_2$ , то  $A_1/A_2 = B_1/B_2$ ;  $p \perp q \Leftrightarrow N_1 \perp N_2$ , то  $A_1 A_2 + B_1 B_2 = 0$
- в) если  $p \parallel q \Leftrightarrow N_1 \parallel N_2$ , то  $A_1 A_2 + B_1 B_2 = 0$ ;  $p \perp q \Leftrightarrow N_1 \perp N_2$ , то  $A_1/A_2 = B_1/B_2$
- с) если  $p \parallel q \Leftrightarrow N_1 \parallel N_2$ , то  $A_1 * A_2 = B_1 * B_2$ ;  $p \perp q \Leftrightarrow N_1 \perp N_2$ , то  $A_1 A_2 + B_1 B_2 = 1$

**103. Выберите правильный ответ:** Если  $y = k_1 x + b_1$  и  $y = k_2 x + b_2$ , то угол между этими прямыми можно вычислить:

- а)  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}$ , где угол поворота от первой прямой ко второй производится против часовой стрелки.
- в)  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}$ , где угол поворота от первой прямой ко второй производится по часовой стрелки.
- с)  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{k_1 - k_2}{1 - k_1 k_2}$ , где угол поворота от первой прямой ко второй производится против часовой стрелки.

**104. Выберите правильный ответ:** Расстояние от точки до прямой равно:

- а)  $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ , где прямая задана уравнением  $Ax + By + C = 0$  и точка имеет координаты  $M_0(x_0, y_0)$
- в)  $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ , где точка имеет координаты  $M_0(A, B, C)$
- с)  $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ , где прямая задана уравнением  $Ax + By + C = 0$  и точка имеет координаты  $M_0(x_0, y_0)$

**105. Выберите правильный ответ:**

- а)  $\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$  каноническое уравнение прямой в пространстве, где  $M_0(x_0, y_0, z_0)$  – точка, принадлежащая прямой,  $(l, m, n)$  – координаты направляющего вектора.

в)  $\frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n}$  каноническое уравнение прямой в пространстве, где  $M_0(x_0, y_0, z_0)$  – точка, принадлежащая прямой,  $(l, m, n)$  – координаты нормального вектора.

с)  $\frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n}$  каноническое уравнение прямой в пространстве, где  $M(x, y, z)$  – точка, принадлежащая прямой,  $(l, m, n)$  – координаты направляющего вектора.

**106. Выберите правильный ответ:** Общее уравнение плоскости -  $Ax + By + Cz + D = 0$

а) Если  $D=0$ , то данному уравнению удовлетворяет точка  $O(0;0;0)$ . Если  $C=0$  то плоскость параллельна оси  $OZ$ , если  $B=0$  – то  $OY$ , если  $A=0$  – то  $OX$ .

**в) Если  $D=0$ , то данному уравнению удовлетворяет точка  $O(0;0;0)$ . Если  $C=0$  то плоскость параллельна оси  $OZ$ , если  $B=0$  – то  $OY$ , если  $A=0$  – то  $OX$ .**

с) Если  $D=0$ , то данному уравнению удовлетворяет точка  $O(0;0;0)$ . Если  $C=0$  то плоскость параллельна оси  $OZ$ , если  $B=0$  – то  $OY$ , если  $A=0$  – то  $OX$ .

**107. Выберите правильный ответ:**

а)  $\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = 0$  - уравнение плоскости проходящей через три точки.

в)  $\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = 1$  - уравнение плоскости проходящей через три точки.

с)  $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}$  - уравнение плоскости проходящей через три точки.

**108. Выберите правильный ответ:**

а)  $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$  - общее уравнение кривых второго порядка, где

$$\begin{cases} A \neq 0 \\ B \neq 0 \\ C \neq 0 \end{cases}$$

в)  $Ax + Bxy + Cy + F = 0$  - общее уравнение кривых второго порядка, где

$$\begin{cases} A \neq 0 \\ B \neq 0 \\ C \neq 0 \end{cases}$$

с)  $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$  - общее уравнение кривых второго порядка, где

$$\begin{cases} A \neq 0 \\ B \neq 0 \\ C \neq 0 \end{cases}$$

**109. Выберите правильный ответ:**

а) *Эллипсом* называется геометрическое место точек, разность расстояний которых от двух данных точек  $F_1$  и  $F_2$  (фокусов) есть величина постоянная, равная  $2a$ .

в) *Эллипсом* называется геометрическое место точек, сумма расстояний которых от двух данных точек  $F_1$  и  $F_2$  (фокусов) есть величина постоянная, равная  $2a$ .

**с) *Эллипсом* называется геометрическое место точек, сумма расстояний которых от двух данных точек  $F_1$  и  $F_2$  (фокусов) есть величина постоянная, равная  $2a$ .**



**110. Выберите правильный ответ:**

- а)  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  -каноническое уравнение эллипса  
в)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  -каноническое уравнение эллипса  
с)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -1$  -каноническое уравнение эллипса

**111. Выберите правильный ответ:**

- а) Отношение  $c/a = \varepsilon < 1$  называется *эксцентриситетом* эллипса.  
в) Отношение  $b/a = \varepsilon < 1$  называется *фокусом* эллипса.  
с) Отношение  $c/b = \varepsilon < 1$  называется *фокальным радиусом* эллипса.

**112. Выберите правильный ответ:**

- а) *Параболой* называется геометрическое место точек, одинаково удаленных от центра координат, точки  $O(0;0)$   
в) *Параболой* называется геометрическое место точек, сумма расстояний которых от двух данных прямых есть величина постоянная, равная  $2a$ .  
с) *Параболой* называется геометрическое место точек, одинаково удаленных от данной точки (*фокуса*) и данной прямой (*директрисы*).

**113. Выберите правильный ответ:**

- а)  $y^2 = 2px$  - парабола симметричная относительно оси  $Oy$ . Если  $p > 0$ , то ветви параболы вверх, если  $p < 0$ , то ветви – вниз.  
в)  $x^2 = 2py$  - парабола симметричная относительно оси  $Ox$ . Если  $p > 0$ , то ветви параболы вправо, если  $p < 0$ , то ветви – влево.  
с)  $y^2 = 2px$  - парабола симметричная относительно оси  $Ox$ . Если  $p > 0$ , то ветви параболы вправо, если  $p < 0$ , то ветви – влево.

**114. Выберите правильный ответ:**

- а)  $y^2 = 2px$  - парабола симметрична относительно оси  $Oy$ . Если  $p > 0$ , то ветви параболы вверх, если  $p < 0$ , то ветви – вниз.  
в)  $x^2 = 2py$  - парабола симметрична относительно оси  $Oy$ . Если  $p > 0$ , то ветви параболы вверх, если  $p < 0$ , то ветви – вниз.  
с)  $x^2 = 2py$  - парабола симметрична относительно оси  $Ox$ . Если  $p > 0$ , то ветви параболы вправо, если  $p < 0$ , то ветви – влево.

**115. Выберите правильный ответ:**

- а) *Гиперболой* называется геометрическое место точек, сумма расстояний которых от двух данных точек  $F_1$  и  $F_2$  (фокусов) равна числу  $2a$ .  
в) *Гиперболой* называется геометрическое место точек, разность расстояний которых от двух данных точек  $F_1$  и  $F_2$  (фокусов) равна по абсолютной величине данному числу  $2a$ .  
с) *Гиперболой* называется геометрическое место точек, разность расстояний которых от двух данных прямых есть величина постоянная, равная  $2a$ .

**116. Выберите правильный ответ:**

- а) Каноническое уравнение гиперболы:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ .  
в) Каноническое уравнение гиперболы:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ .  
с) Каноническое уравнение гиперболы:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$ .

**117. Выберите правильный ответ:**

- а) Прямые, уравнения которых  $y = (b/a)*x$  называются *директрисами* гиперболы.

в) Прямые, уравнения которых  $y = (b/a)*x$  называются *асимптотами* гиперболы.

с) Прямые, уравнения которых  $y = (a/b)*x$  называются *асимптотами* гиперболы.

**118. Выберите правильный ответ:**

а) Гипербола, у которой  $a = c$ , называется *равносторонней*, уравнение *равносторонней* гиперболы  $x^2 + y^2 = a^2$ , а уравнение асимптот  $y = x$ .

в) Гипербола, у которой  $a = b$ , называется *равносторонней*, уравнение *равносторонней* гиперболы  $x^2 - y^2 = a^2$ , а уравнение асимптот  $y = x$ .

с) Гипербола, у которой  $a = b$ , называется *равносторонней*, уравнение *равносторонней* гиперболы  $x^2 + y^2 = c^2$ , а уравнение асимптот  $y = x$ .

**119. Выберите правильный ответ:**

а) Гиперболы  $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$  и  $y^2/b^2 - x^2/a^2 = -1$  называются сопряженными.

в) Гиперболы  $x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$  и  $-y^2/b^2 - x^2/a^2 = -1$  называются *равносторонними*

с) Гиперболы  $x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$  и  $y^2/b^2 - x^2/a^2 = -1$  называются сопряженными.

**120. Выберите правильный ответ:** Дана матрица полных затрат  $S = \begin{pmatrix} 1,125 & 0,125 \\ 0,125 & 1,125 \end{pmatrix}$  и вектор конечного продукта  $Y = \begin{pmatrix} 80 \\ 80 \end{pmatrix}$ . Найдите компоненты  $x_1, x_2$  вектора валового выпуска  $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ .

а)  $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,125 & 0,125 \\ 0,125 & 1,125 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 80 \\ 80 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \end{pmatrix}$

б)  $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,125 & 0,125 \\ 0,125 & 1,125 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 80 \\ 80 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 230 & 450 \\ 120 & 100 \end{pmatrix}$

с)  $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,125 & 0,125 \\ 0,125 & 1,125 \end{pmatrix}^{-1} * \begin{pmatrix} 80 \\ 80 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 540 \\ 540 \end{pmatrix}$

**121. Выберите правильный ответ:** Дана матрица прямых затрат  $A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,5 \\ 0,2 & 0,3 \end{pmatrix}$  и вектор валового выпуска  $X = \begin{pmatrix} 800 \\ 900 \end{pmatrix}$ . Найдите компоненты  $y_1, y_2$  вектора конечного продукта  $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$ :

а)  $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = (E - A) * \begin{pmatrix} 800 \\ 900 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9 & -0,5 \\ -0,2 & 0,7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 800 \\ 900 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270 \\ 470 \end{pmatrix}$

б)  $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,5 \\ 0,2 & 0,3 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 800 \\ 900 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 530 \\ 430 \end{pmatrix}$

с)  $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = (E - A)^{-1} * \begin{pmatrix} 800 \\ 900 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9 & 0,5 \\ 0,2 & 0,7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 800 \\ 900 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270 \\ 470 \end{pmatrix}$

**122. Выберите правильный ответ:** Дана матрица прямых затрат  $A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,5 \\ 0,3 & 0,2 \end{pmatrix}$ .

Найти: а) вектор валовой продукции X для обеспечения выпуска конечной продукции  $Y = \begin{pmatrix} 400 \\ 500 \end{pmatrix}$

$$a) X = (E - A)^{-1} * \begin{pmatrix} 400 \\ 500 \end{pmatrix} = (1/0.57) * \begin{pmatrix} 0.8 & 0.5 \\ 0.3 & 0.9 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 400 \\ 500 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.4 & 0.9 \\ 0.5 & 1.6 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 400 \\ 500 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1010 \\ 1000 \end{pmatrix}$$

$$b) X = (E - A)^{-1} = 0.57 * \begin{pmatrix} 0.1 & 0.5 \\ 0.3 & 0.2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 400 \\ 500 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.9 \\ 0.5 & 0.4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 400 \\ 500 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 330 \\ 220 \end{pmatrix}$$

$$c) X = E$$

**123. Выберите правильный ответ:** Фирма состоит из двух отделений, суммарная величина прибыли которых в минувшем году составляет 15 млн усл. ед. На этот год запланировано увеличение прибыли первого отделения на 80%, второго – на 55%. В результате суммарная прибыль должна вырасти в 2 раза. Тогда прибыль в минувшем году можно посчитать:

$$a) A * X = B \text{ т.е. } \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0,8 & 0,55 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 30 \end{pmatrix} \quad b) X = A/B \text{ т.е. } \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0,8 & 0,55 \end{pmatrix} \div \begin{pmatrix} 15 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$c) A * X = B \text{ т.е. } \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1,8 & 1,55 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 30 \end{pmatrix}$$

**124. Выберите правильный ответ:** В таблице приведены коэффициенты прямых затрат и конечная продукция отраслей на плановый период, усл. ед.:

Отрасль		Потребление		Конечный продукт
		Промышленность	Сельское хозяйство	
Производство	Промышленность	0,3	0,2	300
	Сельское хозяйство	0,15	0,1	100

Тогда матрица полных затрат равна:

$$a) S = (E - A)^{-1} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 0,9 & 0,2 \\ 0,15 & 0,7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,5 & 0,33 \\ 0,25 & 1,17 \end{pmatrix} \quad b) S = (E - A)^{-1} = 0,6 \begin{pmatrix} 0,9 & 0,2 \\ 0,15 & 0,7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,54 & 0,12 \\ 0,09 & 0,42 \end{pmatrix}$$

$$c) S = E - A = \begin{pmatrix} 0,7 & -0,8 \\ -0,15 & 0,9 \end{pmatrix}$$

**125. Выберите правильный ответ:** В таблице приведены коэффициенты прямых затрат и конечная продукция отраслей на плановый период, усл. ед.:

Отрасль		Потребление		Конечный продукт
		Промышленность	Сельское хозяйство	
Производство	Промышленность	0,3	0,2	300
	Сельское хозяйство	0,15	0,1	100

Вычислить вектор валового продукта  $X$ :

$$a) X = (E - A)^{-1} \begin{pmatrix} 300 \\ 100 \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 0,9 & 0,2 \\ 0,15 & 0,7 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 300 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,5 & 0,33 \\ 0,25 & 1,17 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 300 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 483 \\ 192 \end{pmatrix}$$

$$b) X = (E - A)^{-1} = 0,6 \begin{pmatrix} 0,9 & 0,2 \\ 0,15 & 0,7 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 300 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,54 & 0,12 \\ 0,09 & 0,42 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 300 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 174 \\ 69 \end{pmatrix}$$

$$c) X = E - A = \begin{pmatrix} 0,7 & -0,8 \\ -0,15 & 0,9 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 300 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 130 \\ 45 \end{pmatrix}$$

**126. Выберите правильный ответ:** Валовые продукты отраслей, межотраслевые поставки, а так же чистая продукция отраслей, приведены в таблице (в усл. ден.ед). Необходимый объем валового вы-

пуска каждой отрасли, если конечное потребление продукции сельского хозяйства увеличится на 20%, а промышленности на 10%.

Отрасль		Потребление		Конечный продукт	Валовой продукт
		Промышленность	Сельское хозяйство		
Производство	Промышленность	144,9	38,4	300	483
	Сельское хозяйство	72,5	19,2	100	192
Чистая продукция		265,6	134,4		
Валовая продукция		483	192		

Вычислить вектор продукции :

$$a) X = (E - A)^{-1} \begin{pmatrix} 300 * 1,1 \\ 100 * 1,2 \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 0,9 & 0,2 \\ 0,15 & 0,7 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 300 * 1,1 \\ 100 * 1,2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,5 & 0,33 \\ 0,25 & 1,17 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 300 * 1,1 \\ 100 * 1,2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 534,6 \\ 221,9 \end{pmatrix}.$$

$$b) X = (E - A)^{-1} = 0,6 \begin{pmatrix} 0,9 & 0,2 \\ 0,15 & 0,7 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 300 * 1,1 \\ 100 * 1,2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,54 & 0,12 \\ 0,09 & 0,42 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 330 \\ 120 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 192,6 \\ 80,1 \end{pmatrix}.$$

$$c) X = E - A = \begin{pmatrix} 0,7 & -0,8 \\ -0,15 & 0,9 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 300 * 1,1 \\ 100 * 1,2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 135 \\ 58,5 \end{pmatrix}, \quad -A = \begin{pmatrix} 0,9 & -0,5 \\ -0,3 & 0,8 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 400 \\ 500 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 110 \\ 280 \end{pmatrix}$$

**127. Выберите правильный ответ:**

Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ . Выяснить, какие из следующих операций можно выполнить:

- 1)  $A + B$ ; 2)  $A^m + B$ ; 3)  $A + B^m$ ; 4)  $AB$ ; 5)  $BA$ ; 6)  $A^m B$ ; 7)  $AB^m$ ; 8)  $A^m B^m$ ; 9)  $B^m A^m$ .

a) 6; 7; 8; 9.

**b) 4; 6; 9**

c) 4; 5;

**128. Выберите правильный ответ:**

a) Выполнить действие  $A - \lambda E$  возможно, если матрица  $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  и матрица  $E = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

**b) Выполнить действие  $A - \lambda E$  возможно, если матрица  $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  и матрица  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$**

c) Выполнить действие  $A - \lambda E$  возможно, если матрица  $A = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$  и матрица  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

**129. Выберите правильный ответ:**

$$a) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1*5+3*6 & 2*5+4*6 \\ 1*7+3*8 & 2*7+4*8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23 & 34 \\ 31 & 46 \end{pmatrix}$$

$$b) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1*5+2*7 & 1*6+2*8 \\ 3*5+4*7 & 3*6+4*8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 & 22 \\ 43 & 50 \end{pmatrix}$$

$$c) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1*5 & 2*6 \\ 3*7 & 4*8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 12 \\ 21 & 32 \end{pmatrix}$$

**130. Выберите правильный ответ:**

Операция произведения матриц правильно определена для матричного умножения вида ...

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & 7 & 5 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} * (2 \ 9)$$

$$\text{d) } (5 \ 0) * \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{e) } \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

**131. Выберите правильный ответ:**

Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 0 & 12 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$   $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$   $C = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$  Установите соответствие между двумя

множествами

1.  $A*B$

2.  $A*C$

3.  $B*C$

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -2 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} 12 & 36 \\ -1 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 9 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\text{d) } \begin{pmatrix} 36 & 12 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{e) } \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$$

**132. Выберите правильный ответ:**

$$\text{a) Если } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}, \text{ то } |A| = 2*5 - 1*3 = 7$$

$$\text{b) Если } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}, \text{ то } |A| = 2*5 + 1*3 = 13$$

$$\text{c) Если } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}, \text{ то } |A| = 1*3 - 2*5 = -7$$

**133. Выберите правильный ответ:**

$$\text{a) Корнем уравнения } \begin{vmatrix} 2x+1 & 5 \\ x+5 & 2 \end{vmatrix} = 0 \text{ является } x = -3$$

$$\text{b) Корнем уравнения } \begin{vmatrix} 2x+1 & 5 \\ x+5 & 2 \end{vmatrix} = 0 \text{ является } x = -23$$

$$\text{c) Корнем уравнения } \begin{vmatrix} 2x+1 & 5 \\ x+5 & 2 \end{vmatrix} = 0 \text{ является } x = \frac{5}{8}$$

**134. Выберите правильный ответ:**

$$\text{Определитель } \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 2$$

$$\text{Тогда определитель матрицы } \begin{vmatrix} 3a_{11} & -3a_{12} & 3a_{13} \\ a_{21} & -a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & -a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \text{ равен..}$$

a) 6

b) -6

c) определить нельзя

**135. Выберите правильный ответ:**

Формула вычисления определителя матрицы  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{vmatrix}$  содержит следующие произведения:

- a)  $dhc$                       b)  $abc$                       c)  $fhk$

**136. Выберите правильный ответ:**

Разложение определителя  $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & b_2 & 0 \\ c_1 & 0 & c_3 \end{vmatrix}$  по элементам второй строки имеет вид...

- a)  $-\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix}$                       в)  $b_2 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix}$                       c)  $-b_2 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix}$

**137. Выберите правильный ответ:**

- a)  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0$   
 b)  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 1*2*3+4*5*6=126$   
 c)  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$  -не существует

**138. Выберите правильный ответ:** Алгебраическое дополнение элемента  $a_{32}$  матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \text{ равен}$$

- a)  $A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 0 \end{vmatrix}$                       b)  $A_{32} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 0 \end{vmatrix}$   
 c)  $A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$                       d)  $A_{32} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 0 \end{vmatrix}$

**139. Выберите правильный ответ:**

- a) Если  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ , то  $A^{-1} = (1/13) * \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5/13 & -1/13 \\ -2/13 & 3/13 \end{pmatrix}$   
 b) Если  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ , то  $A^{-1} = (1/13) * \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5/13 & -2/13 \\ -1/13 & 3/13 \end{pmatrix}$   
 c) Если  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ , то  $A^{-1} = 13 * \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5/13 & -1/13 \\ -2/13 & 3/13 \end{pmatrix}$

**140. Выберите правильный ответ:**

- a) Если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ , то  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

b) Если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ , то  $A^{-1} = 0$

c) Если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ , то  $A^{-1}$  не существует

**141. Выберите правильный ответ:**

a) Если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 6 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ , то  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

b) Если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 6 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ , то  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 1 & 6 & 3 \end{pmatrix}$

c) Если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 6 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ , то  $A^{-1}$  не существует

**142. Выберите правильный ответ:**

a) Если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ , то ранг матрицы  $r(A)=2$

b) Если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ , то ранг матрицы  $r(A)=3$

c) Если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ , то ранг матрицы  $r(A)=3*3=9$

**143. Выберите правильный ответ:**

a) Матрица  $X = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  является решением матричного уравнения  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

b) Для матричного уравнения  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  решение не указано

c) Матрица  $X = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  является решением матричного уравнения  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

**144. Выберите правильный ответ:**

Расположить матрицы в порядке убывания их рангов:

1)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ ; 2)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ; 3)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & -2 & -3 & -4 \end{pmatrix}$ ; 4)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

a) 2; 1; 3; 4.

b) 1; 2; 3; 4.

с) 2; 3; 1; 4.

**145. Выберите правильный ответ:**

Выяснить, какие из проведенных ниже матриц имеют обратные:

1)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}$ ; 2)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$  3)  $\begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ ; 4)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

a) 4.

b) 4; 2.

с) 4; 2; 1.

**146. Выберите правильный ответ:**

Два магазина продают товары A, B, C сортов I, II, III. Примерное количество продаваемых ежедневно товаров представлено в таблице:

Сорт товара	Первый магазин			Второй магазин		
	A	B	C	A	B	C
I	300	220	180	200	150	100
II	120	100	120	200	100	130
III	50	40	45	30	40	50

Сколько товаров каждого сорта продают вместе оба магазина ежедневно каждого вида товаров?

a)  $X_1 + X_2 = \begin{pmatrix} 500 & 370 & 280 \\ 320 & 200 & 250 \\ 80 & 80 & 95 \end{pmatrix}$

b)  $X_1 + X_2 = (300+220 + 180 + 120 + \dots+40 + 45) + (200 + 150 + \dots 40 + 50) = 2175$

с)  $X_1 + X_2 = \begin{pmatrix} 700 & 450 \\ 340 & 430 \\ 135 & 120 \end{pmatrix}$

**147. Выберите правильный ответ:**

Предприятие выпускает ежедневно четыре вида изделий, основные показатели отражены в таблице:

Вид изделия	Количество изделий, ед.	Расход сырья, кг/изд.	Норма времени изготовления, ч/изд.	Цена изделия, ден. ед./ изд.
1	15	3	8	35
2	24	3	6	40
3	26	4	5	30
4	35	2	8	35

Тогда

a) (15 24 26 35) – матрица расхода сырья; (3 3 4 2) – матрица ассортимента; (8 6 5 8) – матрица затрат рабочего времени; (35 40 30 35) ценовая матрица.

b) (15 24 26 35) – матрица ассортимента; (3 3 4 2) – матрица расхода сырья; (8 6 5 8) – матрица затрат рабочего времени; (35 40 30 35) ценовая матрица.

с) (15 24 26 35) – матрица затрат рабочего времени; (3 3 4 2) – матрица расхода сырья; (8 6 5 8) – матрица ассортимента; (35 40 30 35) ценовая матрица.

**148. Выберите правильный ответ:**

Предприятие выпускает ежедневно четыре вида изделий, основные показатели отражены в таблице:

Вид изделия	Количество из-	Расход сырья,	Норма времени	Цена изделия,
-------------	----------------	---------------	---------------	---------------



	делий, ед.	кг/изд.	изготовления, ч/изд.	ден. ед./ изд.
1	20	3	4	20
2	30	3	5	40
3	30	4	4	40
4	40	2	4	50

После реконструкции количество изделий увеличится на 10 %

Норма времени изготовления уменьшится на 25 %

Цена изделия уменьшится на 10 %. Тогда

а) (30 40 40 50) – матрица ассортимента; (3 3 4 2) – матрица расхода сырья;  
(3,75 4,75 3,75 3,75) – матрица затрат рабочего времени; (30 50 50 60) ценовая матрица.

б) (22 33 33 44) – матрица ассортимента; (3 3 4 2) – матрица расхода сырья;  
(3 3,75 3 3) – матрица затрат рабочего времени; (18 36 36 45) ценовая матрица.

с) (15 24 26 35) – матрица затрат рабочего времени; (20 30 30 40) – матрица расхода сырья; (10 20 20 30) – матрица ассортимента; (20 40 40 50) ценовая матрица.

#### 149. Выберите правильный ответ:

Каждый из трех цехов фабрики производит 4 вида продукции: *A*, *B*, *C*, *D*. Объемы ежедневного производства заданы таблицей:

Цех	Вид продукции			
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
I	50	100	90	100
II	30	50	200	40
III	100	100	20	30

На производство единицы продукции *A*, *B*, *C*, *D* используются сахар соответственно в количестве 1кг, 1,3 кг, 0,5 кг, 1кг. Стоимость единицы выпускаемой продукции *A*, *B*, *C*, *D* равна соответственно 10, 15, 20, 15. Сколько сахара потребуется каждому цеху ежедневно можно определить:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 50 & 100 & 90 & 100 \\ 30 & 50 & 200 & 40 \\ 100 & 100 & 20 & 30 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ 1,3 \\ 0,5 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \text{б) } \begin{pmatrix} 1 \\ 1,3 \\ 0,5 \\ 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 50 & 100 & 90 & 100 \\ 30 & 50 & 200 & 40 \\ 100 & 100 & 20 & 30 \end{pmatrix}$$

с) определить нельзя

#### 150. Выберите правильный ответ:

В некоторой отрасли *m* заводов выпускают *n* видов продукции. Матрица  $A_{m \times n}$  задает объемы продукции на каждом заводе в первом квартале, матрица  $B_{m \times n}$  — соответственно во втором;  $(a_{ij}, b_{ij})$  — объемы продукции *j*-го типа на *i*-м заводе в 1-м и 2-м кварталах соответственно; прирост объемов производства во втором квартале по сравнению с первым по видам продукции и заводам задана матрицей:

$$D = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -5 \\ 5 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

а) Отрицательные элементы  $d_{ij}$  показывают, что на данном заводе *i* объем производства *j*-го продукта увеличился; положительные  $d_{ij}$  — уменьшился; нулевые  $d_{ij}$  — не изменился

б) Отрицательные элементы  $d_{ij}$  показывают, что на данном заводе *i* объем производства *j*-го продукта уменьшился; положительные  $d_{ij}$  — увеличился; нулевые  $d_{ij}$  — не изменился

с) Отрицательные элементы  $d_{ij}$  не говорят ни о чем, т.е. нет разницы положительные элемент или отрицательный

#### 151. Выберите правильный ответ:

Предприятие производит *n* типов продукции, объемы выпуска заданы матрицей

$A_{1 \times n} = (100 \ 2000 \ 100)$ . Цена реализации единицы  $i$ -го типа продукции в  $j$ -м регионе задана матрицей  $B$

$n \times k$ , где  $k$  - число регионов, в которых реализуется продукция.  $B_{3 \times 4} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$  Найти  $C$  — матрицу

выручки по регионам.

$$\text{a) } C = (100 \ 200 \ 100) * \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} = (600 \ 1300 \ 700 \ 1300)$$

$$\text{b) } C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} * (100 \ 200 \ 100) = (600 \ 1300 \ 700 \ 1300)$$

$$\text{c) } C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} * (100 \ 200 \ 100) = \begin{pmatrix} 200 & 300 & 100 & 500 \\ 200 & 600 & 400 & 400 \\ 200 & 400 & 200 & 400 \end{pmatrix}$$

### 152. Выберите правильный ответ:

Предприятие производит  $n$  типов продукции, объемы выпуска заданы матрицей

$A_{1 \times n} = (10 \ 40 \ 10 \ 20)$ . Цена реализации единицы  $i$ -го типа продукции в  $j$ -м регионе задана матрицей  $B_{n \times k}$

где  $k$  - число регионов, в которых реализуется продукция.  $B_{3 \times 4} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 4 \end{pmatrix}$  Найти  $C$  — матрицу выруч-

ки по регионам.

а) Вычислить нельзя, т.к. нельзя перемножить данные матрицы

$$\text{b) } C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 4 \end{pmatrix} * (10 \ 40 \ 10 \ 20) = (250 \ 180 \ 150)$$

$$\text{c) } C = (10 \ 40 \ 10 \ 20) * \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 4 \end{pmatrix} = (250 \ 180 \ 150)$$

### 153. Выберите правильный ответ:

Предприятие производит 3 типа продукции, используя 4 вида ресурсов. Норма затрат ресурса  $i$ -го

товара на производство единицы продукции  $j$ -го типа задана матрицей затрат  $A_{4 \times 3} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 8 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ .

Пусть предприятие выпустило количество продукции каждого типа  $X_{ij} = \begin{pmatrix} 100 \\ 80 \\ 110 \end{pmatrix}$ . Определить мат-

рицу полных затрат ресурсов каждого вида на производство всей продукции.

$$\text{a) } B = \begin{pmatrix} 100 \\ 80 \\ 110 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 8 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 930 \\ 960 \\ 450 \\ 690 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 8 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 100 \\ 80 \\ 110 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 930 \\ 960 \\ 450 \\ 690 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 8 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 100 \\ 80 \\ 110 \end{pmatrix} \text{ выполнить умножение данных матриц – нельзя}$$

**154. Выберите правильный ответ:**

Матрица полных затрат ресурсов каждого вида на производство всей продукции

$$A = \begin{pmatrix} 160 \\ 210 \\ 130 \\ 240 \end{pmatrix}. \text{ Стоимость каждого вида ресурсов в расчете на единицу –}$$

$B = (10 \ 20 \ 10 \ 10)$ . Определить полную стоимость всех затраченных ресурсов:

$$\text{a) } D = (10 \ 20 \ 10 \ 10) * \begin{pmatrix} 160 \\ 210 \\ 130 \\ 240 \end{pmatrix} = 9500 \text{ ( ден. ед.)}$$

$$\text{b) } D = \begin{pmatrix} 160 \\ 210 \\ 130 \\ 240 \end{pmatrix} * (10 \ 20 \ 10 \ 10) = \begin{pmatrix} 1600 & 3200 & 1600 & 1600 \\ 2100 & 4200 & 2100 & 2100 \\ 1300 & 2600 & 1300 & 1300 \\ 2400 & 4800 & 2400 & 2400 \end{pmatrix} \text{ ( ден. ед.)}$$

$$\text{c) } D = (10 \ 20 \ 10 \ 10) * \begin{pmatrix} 160 \\ 210 \\ 130 \\ 240 \end{pmatrix} \text{ – выполнить умножение невозможно, т.к. матрицы не подходят по размерам.}$$

**155. Выберите правильный ответ:**

$$\text{a) Произведение корней системы } \begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 - x_2 = 2 \end{cases} \text{ равно } x_1 * x_2 = -1$$

$$\text{b) Произведение корней системы } \begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 - x_2 = 2 \end{cases} \text{ равно } x_1 * x_2 = 1$$

$$\text{c) Произведение корней системы } \begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 - x_2 = 2 \end{cases} \text{ равно } x_1 * x_2 = 1,25$$

**156. Выберите правильный ответ:**

$$\text{В системе уравнений } \begin{cases} x_1 - 3x_2 - x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_3 + x_4 - 4x_5 = 0 \end{cases} \text{ базисными (несвободными) переменными можно}$$

считать...

- a)  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$   
 b)  $x_4, x_5$   
 c)  $x_5$   
 d)  $x_1, x_2, x_3$

**157. Выберите правильный ответ:**

Предприятие выпускает три вида продукции, используя сырье трех видов. Необходимые характеристики производства указаны в таблицах. Тогда определить объем выпуска продукции каждого вида при заданных запасах сырья, можно виде:

Вид сырья	Расход сырья на единицу продукции (усл.ед.) по видам			Запас сырья (усл.ед) по вариантам
	1	2	3	
1	5	3	4	2900
2	2	1	1	1000
3	3	2	2	1700

a) 
$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 2900 \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 = 1000 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 1700 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2900 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 1000 \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 = 1700 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 2900 \\ 2x_1 - x_2 - 5x_3 = 1000 \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 1700 \end{cases}$$

**158. Выберите правильный ответ:**

Предприятие выпускает три вида продукции, используя сырье трех видов. Необходимые характеристики производства указаны в таблицах. Тогда балансовые соотношения при условии полного расхода запасов сырья каждого вида:

Вид сырья	Расход сырья на единицу продукции (усл.ед.) по видам			Запас сырья (усл.ед) по вариантам
	1	2	3	
1	2	3	5	1700
2	4	3	1	1900
3	4	2	3	1700

a) 
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 1700 - \text{для первого вида продукции} \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 1900 - \text{для первого вида продукции} \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1700 - \text{для первого вида продукции} \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 1700 - \text{по запасам сырья первого вида} \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 1900 - \text{по запасам сырья второго вида} \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1700 - \text{по запасам сырья третьего вида} \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 1700 - \text{по запасам сырья первого вида} \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 1900 - \text{по запасам сырья второго вида} \\ 5x_1 + x_2 + 3x_3 = 1700 - \text{по запасам сырья третьего вида} \end{cases}$$

**159. Выберите правильный ответ:**

Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы:  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$  можно составив характеристическое уравнение в виде:

a) 
$$\begin{vmatrix} 2 + \lambda & 2 \\ 1 & 3 + \lambda \end{vmatrix} = 0$$

b) 
$$\begin{vmatrix} 2 - \lambda & 2 \\ 1 & 3 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

c) 
$$\begin{vmatrix} 2 & 2 - \lambda \\ 1 - \lambda & 3 \end{vmatrix} = 0$$

**160. Выберите правильный ответ:**

Собственные числа матрицы:  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$  равны:

- а)  $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 9$  – собственные числа.  
**б)  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 4$  – собственные числа.**  
 в) действительных собственных чисел нет

**161. Выберите правильный ответ:**

Для решения системы  $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 1700 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 1900 \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1700 \end{cases}$  по формулам Крамера,  $\Delta_1$  равен:

- а) 66  
**б) -6600**  
 в) 6600

**162. Выберите правильный ответ:**

Цех выпускает изделия трех видов, для производства которых необходимо выполнить операции штамповки, сварки и окраски. Производственные мощности цеха позволяют в сутки выполнять эти операции общей трудоемкостью 40, 40 и 80 часов. Трудоемкость  $a_{ij}$ ,  $i, j = 1, 2, 3$ , выполнения операции  $i$  для изделия  $j$  задается матрицей  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$

Если  $x, y, z$  – количества выпускаемых цехом изделий 1-го, 2-го и 3-го вида, то получаем следующую модель процесса:

- а)  $\begin{cases} 2x - 2y - z = 40; \\ x - 4y - z = 40; \\ x - 6y - 4z = 80. \end{cases}$       б)  $\begin{cases} 2x + 2y + z = 40; \\ x + 4y + z = 40; \\ x + 6y + 4z = 80. \end{cases}$       в)  $\begin{cases} 2x + y + z = 40; \\ 2x + 4y + 6z = 40; \\ x + y + 4z = 80. \end{cases}$

**163. Выберите правильный ответ:**

Частным лицом куплены три пакета акций общей стоимостью 485 ден.ед., причем акции первой группы куплены по 5 ден.ед за акцию, второй – по 20, третьей – по 13. Через месяц стоимость акций первой, второй и третьей групп составила соответственно 6, 14 и 19 ден.ед., а стоимость всего пакета была 550 ден.ед. Еще через месяц они стоили по 8, 22 и 20 ден.ед. соответственно, а весь пакет стоил 660 ден.ед. Сколько акций каждой группы было куплено можно найти:

- а)  $\begin{cases} 5x - 20y - 13z = 485; \\ 6x - 14y - 19z = 550; \\ 8x - 22y - 20z = 660. \end{cases}$       б)  $\begin{cases} 5x + 20y + 13z = 485; \\ 6x + 14y + 19z = 550; \\ 8x + 22y + 20z = 660. \end{cases}$       в)  $\begin{cases} 5x + 6y + 8z = 485; \\ 20x + 14y + 22z = 550; \\ 13x + 19y + 20z = 660. \end{cases}$

**164. Выберите правильный ответ:**

При решении системы  $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + 10x_2 - 3x_3 - 2x_4 - x_5 = 0 \\ 4x_1 + 19x_2 - 4x_3 - 5x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$  линейных уравнений получили

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 10 & -3 & -2 & -1 \\ 4 & 19 & -4 & -5 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 10 & -3 & -2 & -1 \\ 0 & -21 & 8 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

Тогда система имеет:

- а) одно нулевое решение

**б) бесчисленное множество решений**

с) решения нет

**165. Выберите правильный ответ:**

Система линейных уравнений  $\begin{cases} 2x - ay = 3 \\ 6x - 9y = 9 \end{cases}$  имеет бесчисленное множество решений, если

значение  $a$  равно:

а)  $a = 2$

б)  $a = 1,5$

с)  $a = 3$

**166. Выберите правильный ответ:**

Система  $\begin{cases} 3x + ay = 0 \\ x + 3y = 0 \end{cases}$  имеет ненулевое решение при ...

а)  $a = \pm 3$

б)  $a = 0$

с)  $a = 9$

д)  $a = -9$

**167. Выберите правильный ответ:**

Решить систему:  $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6x - 4y = 2 \end{cases}$

а) Решения нет

б)  $(-1; -1)$

с)  $(1; 1)$

д) Бесчисленное множество

**168. Выберите правильный ответ: установить компланарность векторов**  
 $\vec{a}(1,2,3); \vec{b}(0,1,1); \vec{c}(0,2,1)$

а) Векторы  $\vec{a}, \vec{b}$  и  $\vec{c}$  компланарны тогда и только тогда, когда их смешанное произведение равно нулю ( $\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}, \vec{c} \neq \vec{0}$ )

$$\vec{a}\vec{b}\vec{c} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 2 = -1 \neq 0 \Leftrightarrow \text{векторы } \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \text{ не компланарны}$$

в) Векторы  $\vec{a}, \vec{b}$  и  $\vec{c}$  компланарны тогда и только тогда, когда их скалярное произведение равно нулю ( $\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}, \vec{c} \neq \vec{0}$ )  $1*0*0 + 2*1*2 + 3*1*1 = 7 \neq 0 \Leftrightarrow$  векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  не компланарны

с) Векторы  $\vec{a}, \vec{b}$  и  $\vec{c}$  компланарны тогда и только тогда, когда их смешанное произведение не равно нулю ( $\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}, \vec{c} \neq \vec{0}$ )

$$\vec{a}\vec{b}\vec{c} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 2 = -1 \neq 0 \Leftrightarrow \text{векторы } \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \text{ компланарны}$$

**169. Выберите правильный ответ:**

Вектора  $\vec{AB} = (3, 2, 5, 0, 1); \vec{AC} = (2, 3, 5, 0, 1)$ . Тогда:

а)  $\vec{AB} \neq \vec{AC}$

в)  $\overline{AB} = \overline{AC}$

с) ничего определенного о равенстве векторов сказать нельзя

**170. Выберите правильный ответ:**

Даны координаты вершин пирамиды  $ABCD$ :

$A(0; 0; 1)$ ,  $B(2; 3; 5)$ ,  $C(6; 2; 3)$ ,  $D(3; 7; 2)$ . Требуется записать векторы  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{AD}$  в системе орт  $i, j, k$ .

а)  $\overline{AB} = 2i + 3j + 4k$ ;  $\overline{AC} = 6i + 2j + 2k$ ;  $\overline{AD} = 3i + 7j + k$

в)  $\overline{AB} = (2; 3; 4)$ ;  $\overline{AC} = (6; 2; 2)$ ;  $\overline{AD} = (3; 7; 1)$

с)  $\overline{AB} = 2i + 3j + 6k$ ;  $\overline{AC} = 6i + 2j + 4k$ ;  $\overline{AD} = 3i + 7j + 3k$

**171. Выберите правильный ответ:** Точки  $A(2,4,1)$ ,  $B(3,7,5)$ ,  $C(4,10,9)$  лежат на одной прямой,

а) т.к. координаты векторов  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{BC}$  пропорциональны и вектора коллинеарные

в) т.к. длины векторов  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  равны

с) т.к. координаты точек  $A$ ,  $B$ ,  $C$  лежат в одной плоскости

**172. Выберите правильный ответ:** Даны два вектора  $|\overline{a}| = 2$ ,  $|\overline{b}| = 6$   $\varphi = (\overline{a} \wedge \overline{b}) = \frac{5\pi}{6}$ . Тогда модуль

векторного произведения этих векторов равен:

а)  $|\overline{a} \times \overline{b}| = |\overline{a}| * |\overline{b}| * \sin(\overline{a} \wedge \overline{b}) = 2 * 6 * \frac{1}{2} = 6$

в)  $|\overline{a} \times \overline{b}| = |\overline{a}| * |\overline{b}| * \cos(\overline{a} \wedge \overline{b}) = \left| 2 * 6 * \frac{\sqrt{3}}{2} \right| = 6\sqrt{3}$

с)  $|\overline{a} \times \overline{b}| = |\overline{a}| * |\overline{b}| = 2 * 6 = 12$

**173. Выберите правильный ответ:** Укажите соответствие между заданным вектором и соответствующим ему нормированным вектором 1)  $(1;0)$ , 2)  $(1;1)$ , 3)  $(3;4)$ , 4)  $(1;2)$

а)  $\left(\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$

в)  $(1;0)$

с)  $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

д)  $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}; \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$

е)  $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

**174. Выберите правильный ответ:**

Прямые, уравнения, которых  $3tx - 8y + 1 = 0$  и  $(1+t)x - 2ty = 0$ , параллельны при значении параметра  $t$ :

а)  $t_2 = -2/3$ .

в)  $t_1 = 2, t_2 = -2/3$ .

с)  $t_1 = -2, t_2 = 2/3$ .

**175. Выберите правильный ответ:**

Уравнение прямой проходящей через точки  $A(2;1)$  и  $B(4;1)$  имеет вид:

а)  $y = x$

в)  $y = 1$

с)  $y = x + 1$

**176. Выберите правильный ответ:**

Площадь треугольника, заключенного между прямой  $2x - 5y + 10 = 0$  и осями координат равна:

а)  $S = 2 * 5 * 10 = 100 \text{ кв.ед.}$

в)  $S = \left| \frac{1}{2} * 2 * (-5) \right| = 5 \text{ кв.ед.}$

с)  $S = \frac{1}{2} * 5 * 2 = 5 \text{ кв.ед.}$

**177. Выберите правильный ответ:**

Векторное произведение векторов  $\vec{a} = (4; a; 6)$  и  $\vec{b} = (2; 1; b)$  равно нулю, если...

а)  $a=2; b=4$

в)  $a=2; b=1/3$

с)  $a=2; b=1$

д)  $a=2; b=3$

**178. Выберите правильный ответ:**

Расстояние между точками  $A(1,2)$  и  $B(k, -2)$  равно 5 при  $k$  равном ...

а) 6

в) 1

с) 4

д) 10

**179. Выберите правильный ответ:**

Взаимное расположение пар прямых:  $2y = x - 1$  и  $4y - 2x + 2 = 0$ ;  $x + 8 = 0$  и  $2x - 3 = 0$ :

а) совпадают; параллельны.

в) совпадают; перпендикулярны.

с) пересекаются; параллельны.

**180. Выберите правильный ответ:**

При каком значении  $\alpha$  прямые  $2x - 3y + 4 = 0$  и  $\alpha * x - 6y + 7 = 0$  параллельны и перпендикулярны:

а) 4 и -9

в) -9 и 4

с) -4 и  $\frac{-7}{6}$

**181. Выберите правильный ответ:**

Уравнение плоскости, зная, что точка  $A(1, -1, 3)$  служит основанием перпендикуляра, проведенного из начала координат к этой плоскости, имеет вид:

а)  $x - y + 3z - 11 = 0$

в)  $x + y + z - 3 = 0$

с)  $x + y + 3z - 1 = 0$

**182. Выберите правильный ответ:**

Угол между плоскостями  $3x - 5y + 5z - 13 = 0$  и  $20x - y - 13z + 48 = 0$  равен:

а)  $\cos \alpha = 0$ , плоскости параллельны  $\alpha = 0^\circ$  или  $180^\circ$

в)  $\cos \alpha = 0$ , плоскости совпадают  $\alpha = 0^\circ$

с)  $\cos \alpha = 0$ , т.е.  $\alpha = \frac{\pi}{2}$

**183. Укажите соответствие между уравнением плоскости и ее положением в пространстве**

1.  $3z + 4 = 0$

2.  $2y + 3 = 0$



3.  $2x - 9 = 0$

4.  $z = 0$

- а) параллельна плоскости  $YOZ$
- в) параллельна плоскости  $XOZ$
- с) плоскость  $XOY$
- д) параллельна плоскости  $XOY$
- е) плоскость  $XOZ$

**184. Выберите правильный ответ:** Установите соответствие между уравнением плоскости и точками, которые лежат в этих плоскостях:

- 1.  $2x + y - 3z + 4 = 0$
- 2.  $-3x + 4y - z = 0$
- 3.  $2x + 2y - 4 = 0$
- 4.  $x + y + z - 3 = 0$

- а) (0,0,0)
- в) (-2,0,0)
- с) (1,1,0)
- д) (5,-1,7)
- е) (1,1,1)

**185. Выберите правильный ответ:**

Даны координаты вершин пирамиды  $ABCD$ :

$A(0; 0; 1), B(2; 3; 5), C(6; 2; 3), D(3; 7; 2)$ . Требуется найти модули векторов  $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}$  а)

- а)  $|\overline{AB}| = \sqrt{10}, |\overline{AC}| = \sqrt{11}, |\overline{AD}| = \sqrt{12}$
- в)  $|\overline{AB}| = \sqrt{29}, |\overline{AC}| = 2\sqrt{11}, |\overline{AD}| = \sqrt{59}$
- с)  $|\overline{AB}| = \sqrt{11}, |\overline{AC}| = \sqrt{12}, |\overline{AD}| = \sqrt{13}$

**186. Выберите правильный ответ:** Если  $\vec{a} * \vec{b} = 2\sqrt{2}, |\vec{a}| = 0,5$  и  $|\vec{b}| = 8$  тогда угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равен ...

- а)  $\frac{\pi}{4}$
- в)  $\frac{3\pi}{4}$
- с)  $\frac{\pi}{3}$
- д) 0

**187. Выберите правильный ответ:**

Объем треугольной пирамиды, построенной на векторах  $\overline{AB} = (3, 6, 3), \overline{AC} = (1, 3, -2), \overline{AD} = (2, 2, 2)$  равен:

- а)  $V = (1/6) * (\overline{AB} * \overline{AC}) * \overline{AD} = (1/6) * \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 6 & 2 & 2 \\ 3 & 7 & 1 \end{vmatrix} = 20(\text{куб.ед.})$
- в)  $V = (\overline{AB} * \overline{AC}) * \overline{AD} = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 6 & 2 & 2 \\ 3 & 7 & 1 \end{vmatrix} = 120(\text{куб.ед.})$
- с)  $V = (1/6) * (\overline{AB} * \overline{AC}) * \overline{AD} = (1/6) * (3*1*2 + 6*3*2 - 3*2*2) = 5(\text{куб.ед.})$

**188. Выберите правильный ответ:**

Найти расстояние между вершиной параболы  $y = x^2 - 2x - 3$  и центром окружности  $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 1$

а) координаты вершины  $A(1; 0)$ ; координаты центра окружности  $B(-3; -1)$ . Расстояние между точками равно -  $\sqrt{17}$ .

в) координаты вершины  $A(1; -4)$ ; координаты центра окружности  $B(3; 1)$ . Расстояние между точками равно -  $\sqrt{13}$ .

с) координаты вершины  $A(1; -4)$ ; координаты центра окружности  $B(-3; -1)$ . Расстояние между точками равно - 5.

**189. Выберите правильный ответ:**

Найдите координаты центра и радиус окружности  $x^2 + y^2 + 16y - 9 = 0$

а)  $O(0; 0)$ ,  $R = \sqrt{73}$

в)  $O(0; -8)$   $R = 3$

с)  $O(0; -8)$ ,  $R = \sqrt{73}$

**190. Выберите правильный ответ:**

а)  $r^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2$  - уравнение сферы.

в)  $r = (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2$  - уравнение сферы.

с)  $r^2 = (x+a)^2 - (y+b)^2 - (z+c)^2$  - уравнение сферы.

**191. Выберите правильный ответ:**

Расположите уравнения поверхностей

А)  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$ ; В)  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ; С)  $x^2 + y^2 = 1$ ; в следующем порядке: сфера, эллипсоид, цилиндр:

а)  $B, C, A$

в)  $B, A, C$

с)  $C, B, A$

д)  $A, B, C$

**192. Выберите правильный ответ:**

а)  $x^2 + y^2 = 1$  – уравнение окружности;  $x^2 + y^2 = 0$  – уравнение точки  $(0; 0)$

в)  $x^2 + y^2 = 1$  и  $x^2 + y^2 = 0$  – уравнения окружности;

с)  $x^2 + y^2 = 1$  – уравнение окружности;  $x^2 + y^2 = 0$  – уравнение прямой

**193. Выберите правильный ответ:**

Траектория движения точки  $M(x_0, y_0)$ , которая при своем движении остается вдвое ближе к точке  $A(-1; 1)$ , чем к точке  $B(-4; 4)$ , есть:

а) прямая линия;

в) окружность

с) эллипс

**194. Выберите правильный ответ:**

а) Уравнение  $(x+2)^2 + (y-3)^2 - 25 = 0$  задает окружность с центром в точке  $C(2, -3)$  и радиусом 5.

в) Уравнение  $(x-2)^2 + (y+3)^2 - 25 = 0$  задает окружность с центром в точке  $C(2, -3)$  и радиусом 5.

с) Уравнение  $(x-2) + (y+3) = 25$  задает окружность с центром в точке  $C(2, -3)$  и радиусом 5.

**195. Выберите правильный ответ:**

Так как  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -3 & -1 & -5 \\ 1 & 5 & -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 5 & -3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ , то вектора  $a_1 = (2, -3, 1)$ ,  $a_2 = (3, -1, 5)$ ,

$a_3 = (1, -5, -3)$

а) линейно зависимы

в) линейно независимы

с) ничего определенного сказать нельзя

**196. Выберите правильный ответ:**

Данная система векторов линейно зависимой:

$$\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

а) линейно зависимы

в) линейно независимы

с) ничего определенного сказать нельзя

**197. Выберите правильный ответ:**

Угол между плоскостями  $2x + y + 2z - 10 = 0$  и  $y + z + 4 = 0$  равен...

а)  $\frac{\pi}{3}$ ;

в)  $\pi$ ;

с)  $\frac{\pi}{6}$ ;

д)  $\frac{\pi}{4}$ ;

**198. Выберите правильный ответ:**

Скалярное произведение векторов  $\vec{p} = -\vec{i} + 4\vec{j} + 8\vec{k}$  и  $\vec{q} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 8\vec{k}$  равно....

а) 13;

в) 24;

с) 77;

д) 63;

**199. Выберите правильный ответ:**

Уравнение прямой, проходящей через точки  $(1; 1; 2)$  и  $(2; 1; -1)$  имеет вид:

а)  $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$ ;

б)  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-2}{-3}$ ;

в)  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{0}$ ;

г)  $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{0} = \frac{z+1}{3}$ .

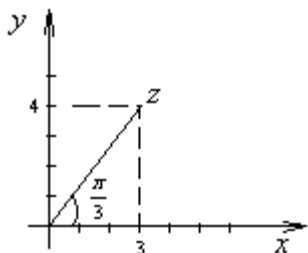
**200. Выберите правильный ответ:**

- Объем треугольной пирамиды  $ABCD$  с вершинами  $A (-2; -5; 10)$ ,  $B (-7; 0; 1)$ ,  $C (8; 3; 0)$ ,  $D (-7; 9; 9)$  равен...
- a) 1980
  - в) 330;**
  - с) 990;
  - d)  $\sqrt{1980}$ .

**Выберите один правильный ответ**

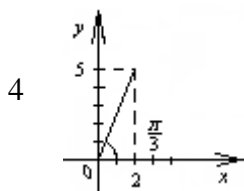
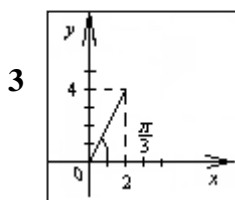
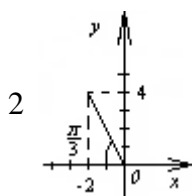
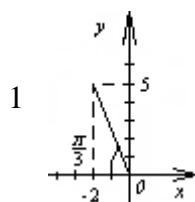
- 201 Найти  $|z|$ , если  $z = -\sqrt{3} + i$
- 1  $|z| = 2$
  - 2  $|z| = \sqrt{3}$
  - 3  $|z| = 1$
  - 4  $|z| = \sqrt{3} + 1$
- 202 Если  $z_1 = 1 + i$ ,  $z_2 = 2 - i$ , то  $z_1 \pm z_2$  равно....
- 1  $3 - 1 + i$
  - 2  $3i - 1 + i$
  - 3  $3 - 3 - 2i$
  - 4  $3 - 1 - i$
- 203 Если  $z_1 = 1 + i$ ,  $z_2 = 2 - i$ , то  $z_1 \cdot z_2$  равно....
- 1  $3 - i$
  - 2  $1 + i$
  - 3  $3 + i$**
  - 4  $2 - 3i$
- 204 Если  $z_1 = 1 + 2i$ ,  $z_2 = 2 - i$ , то  $\frac{z_1}{z_2}$  равно....
- 1  $i$
  - 2  $1 + i$
  - 3  $\frac{3}{5} + \frac{i}{5}$
  - 4  $\frac{3}{5} + i$

- 205 На рисунке представлена геометрическая иллюстрация комплексного числа  $z = x + iy$ . Тогда тригонометрическая форма записи этого числа имеет вид...



- 1  $4\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$
- 2  $5\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$
- 3  $\sqrt{7}\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$
- 4  $3\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$

- 206 Укажите рисунок задания комплексного числа в виде  $z = 2\sqrt{5}\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ .



- 207 Представить в тригонометрической и показательной форме число  $z = -5\sqrt{3} + 5i$ .

- 1  $10e^{\frac{5\pi}{6}i}$
- 2  $10e^{\frac{-\pi}{3}}$

- 3  $5e^{\frac{-\pi i}{6}}$
- 4  $5e^{\frac{-\pi i}{3}}$
- 5  $2e^{\frac{-\pi i}{6}}$

208 Представить в тригонометрической и показательной форме число  $z = -2i$ .

-1  $z = -2i = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right) = 2e^{\frac{\pi i}{2}}$

-2  $z = -2i = \left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) - i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right) = e^{-\frac{\pi i}{2}}$

-3  $z = -2i = 2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right) = 2e^{-\frac{\pi i}{2}}$

-4  $z = -2i = \left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right) = e^{-\frac{\pi i}{3}}$

209 Представить в показательной форме число  $z = (1-i)^3$ .

-1  $z^3 = e^{\frac{3\pi i}{4}}$

-2  $z^3 = -2\sqrt{2}e^{\frac{3\pi i}{4}}$

-3  $z^3 = 2\sqrt{2}e^{\frac{\pi i}{2}}$

-4  $z^3 = 2\sqrt{2}e^{-\frac{3\pi i}{4}}$

210 Вычислить  $(-2 - 2i)^4$

- **64**
- $-64i$
- $64i$
- 64
- 16

211 Если  $f(z) = 2z^2 + 3i$ , тогда значение производной этой функции в точке  $z_0 = 1 - i$  равно...

- 1  $2 - 4i$
- 2  $4 - 4i$
- 3  $4 + 4i$
- 4  $2 + 4i$

212 Если  $f(z) = z^2 - 2i$ , тогда значение производной этой функции в точке  $z_0 = 1 - 2i$  равно...

- 1  $2 - 6i$
- 2  $2 - 4i$
- 3  $4 - 2i$
- 4  $2 + 4i$ .

- 213 Сумма  $z + \bar{z}$  равна.....  
 -1  $2\operatorname{Re} z$   
 -2  $\operatorname{Re} z$   
 -3  $\operatorname{Im} z$   
 -4  $2\operatorname{Im} z$
- 214 Установите соответствие между множеством точек и следующими неравенствами:  
 -1  $|\operatorname{Im} z| < 1, \quad 0 < \operatorname{Re} z < 1$  1 Прямоугольник с вершинами в точках  $i, 1+i, 1-i, -i$   
 -2  $|z - 1 - 2i| \leq 2$  3 кольцо между окружностями радиусов 1 и 3 с общим центром  
 $z = -2 - i$  (окружности не включаются)  
 -3  $1 < |z + 2 + i| < 3$  2 Круг радиуса 2 и центром в точке  
 $z = 1 + 2i$  (окружность включена)  
 -4  $|z - i| > 1$  4 вся плоскость, из которой удален круг радиуса 1 и центром в точке  $z = i$
- 215 Вычислить  $\frac{1 + 2i}{2 - 3i}$   
 -1  $\frac{1 + 2i}{2 - 3i} = -\frac{4}{5} + \frac{7}{5}i$   
 -2  $\frac{1 + 2i}{2 - 3i} = -\frac{4}{13} + \frac{7}{13}i$   
 -3  $\frac{1 + 2i}{2 - 3i} = \frac{4}{13} - \frac{7}{13}i$   
 -4  $\frac{1 + 2i}{2 - 3i} = -\frac{2}{13} + \frac{4}{13}i$
- 216 Вычислить  $(1 - i\sqrt{3})^9$   
 -1  $(1 - i\sqrt{3})^9 = 512$   
 -2  $(1 - i\sqrt{3})^9 = -512$   
 -3  $(1 - i\sqrt{3})^9 = -512i$   
 -4  $(1 - i\sqrt{3})^9 = 512i$
- 217 Вычислить  $\frac{8 - 9i}{2 - i}$   
 -1  $5 - 2i$   
 -2  $5 + 2i$   
 -3  $-5 - 2i$   
 -4  $-5 + 2i$   
 -5  $2 - 5i$
- 218 Найти (в градусах)  $\varphi = \operatorname{arg} z$ , если  $z = -\sqrt{3} + i$ ;  $-180^\circ < \varphi \leq 180^\circ$   
 -1  $\frac{6\pi}{5} = 150^\circ$   
 -2  $\frac{5\pi}{6} = 150^\circ$

-3  $-\frac{5\pi}{6} = 150^0$

-4  $-\frac{\pi}{6} = -30^0$

219 Найти действительную  $Re(z)$  и мнимую  $Im(z)$  часть числа  $z$ , если  $z = 2(\cos 60^0 - i \sin 60^0)$

-1  $Im(z) = -1, Re(z) = \sqrt{3}$

-2  $Re(z) = 1, Im(z) = \sqrt{3}$

-3  $Im(z) = 1, Re(z) = -\sqrt{3}$

-4  $Re(z) = 1, Im(z) = -\sqrt{3}$

220 Найти действительную часть  $Re(z)$  и мнимую  $Im(z)$  часть числа  $z = z_1 + z_2$ , если  $z_1 = 2(\cos 60^0 - i \sin 60^0)$  и  $z_2 = 3(\cos 120^0 - i \sin 120^0)$

-1  $Re(z) = \frac{5}{2}, Im(z) = -\frac{5\sqrt{3}}{2}$

-2  $Re(z) = -\frac{5}{2}, Im(z) = \frac{5\sqrt{3}}{2}$

-3  $Re(z) = \frac{1}{2}, Im(z) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

-4  $Re(z) = \frac{5\sqrt{3}}{2}, Im(z) = \frac{5}{2}$

221 Найти  $|z|$ , если  $z = z_1 * z_2, z_1 = 1 - 5i, z_2 = -2 + 3i$ :

-1  $\sqrt{2}$

-2  $-13 * \sqrt{2}$

-3  $13 * \sqrt{2}$

-5  $2 * \sqrt{13}$

222 Найти (в градусах)  $\varphi = argz$ , если  $z = z_1 / z_2; z_1 = -\sqrt{3} + i; z_2 = \sqrt{3} + i;$   
 $-180^0 < \varphi \leq 180^0$

-1  $\frac{2\pi}{3} = 120^0$

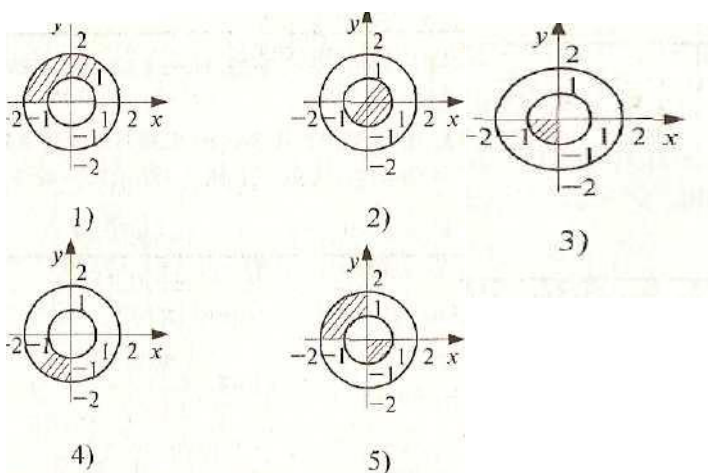
-2  $\frac{5\pi}{6} = 150^0$

-3  $-\frac{2\pi}{3} = -150^0$

-4  $\frac{\pi}{6} = 30^0$



- 223 На рисунке выделены множества точек  $z = x + iy$  комплексной плоскости. Для каких множеств точек одновременно выполняются условия  $1 \leq |z| \leq 2, -\pi < \arg z \leq -\pi/2$



- 1 рисунок
- 2 рисунок
- 3 рисунок
- 4 рисунок**
- 5 рисунок

- 224 Из всех десяти значений  $\sqrt[10]{-1}$  взято комплексное число, имеющее наибольший  $\arg z = \varphi$  ( $-180^\circ < \varphi \leq 180^\circ$ ). Найти это  $\varphi$ .

- 1  $\varphi = \frac{3\pi}{2}$
- 2  $\varphi = \frac{\pi}{2}$**
- 3  $\varphi = -\frac{3\pi}{2}$
- 4  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

- 225 Решить уравнение:  $z^5 + 1 - i = 0$

- 1  $\sqrt[10]{2}e^{\frac{i}{20}(3\pi+8\pi k)}, k = \overline{0,4}$ .**
- 2  $\sqrt[10]{2}e^{\frac{3\pi i}{20}}, k = \overline{0,4}$ .
- 3  $\sqrt[5]{2}e^{\frac{i}{20}(3\pi+8\pi k)},$
- 4  $\sqrt[10]{2}e^{\frac{i}{20}(3\pi-8\pi k)}, k = \overline{0,4}$ .

- 226 Вычислить  $\sqrt[6]{-i}$

- 1  $e^{\frac{5i}{12}(\pi+4\pi k)}, k = \overline{0,5}$ .

- 2  $e^{\frac{i}{12}(-\pi - \pi k)}$ .
- 3  $e^{\frac{i}{12}(-\pi + 4\pi k)}$ ,  $k = \overline{0,5}$ .
- 4  $2e^{\frac{i}{12}(-\pi + 4\pi k)}$ ,  $k = \overline{0,5}$ .

227

Вычислить  $i^{-i}$

- 1  $e^{2k\pi}$
- 2  $e^{\pi + 2k\pi}$
- 3  $e^{\frac{\pi}{2} + 2k\pi}$
- 4  $e^{k\pi}$
- 5 1

228

Вычислить  $(-i)^i$

- 1  $e^{\pi + 2\pi k}$   $k = 0$ .
- 2  $e^{\pi + 2\pi k}$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ )..
- 3  $e^{-\pi + 2\pi k}$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ )..
- 4  $e^{-\pi + 2\pi k}$   $k = 0$ .

229

Решить уравнение  $z^5 + 4 + 4i = 0$ .

- 1  $e$
- 2  $e^{\frac{i(-3\pi + 8\pi k)}{20}}$ ,  $k = 0, 1, 2, 3, 4$ .
- 3  $\sqrt{2} \cdot e$
- 4  $\sqrt{2} \cdot e^{\frac{i(-3\pi + 8\pi k)}{20}}$ ,  $k = 0, 1, 2, 3, 4$ .

230

Решить уравнение  $z^5 + 1 + \sqrt{3}i = 0$

- 1  $\sqrt[5]{2} e^{\frac{i}{30}(-5\pi + 12k\pi)}$ ,  $k = \overline{0,4}$
- 2  $\sqrt[5]{2} e^{\frac{i}{30}(\pi + 12k\pi)}$ ,  $k = \overline{0,4}$
- 3  $\pm \sqrt[5]{4}$
- 4  $\sqrt[5]{2} e^{\frac{i}{15}(\pi + 6k\pi)}$ ,  $k = \overline{0,4}$

$$-5 \quad \sqrt[5]{2} e^{\frac{i}{15}(-2\pi+6k\pi)}, \quad k = \overline{0,4}$$

$$-5 \quad 2xy + x^2$$

231 Дано комплексное число  $z = \rho e^{i\varphi}$  и  $n \in \mathbb{N}$ . Указать все верные утверждения:

А)  $\text{Arg}(Ln z) = \varphi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ;    Б)  $\text{Im}(Ln z) = \varphi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ;

В)  $\text{Arg}(\sqrt[n]{z}) = \varphi + 2k\pi, k = \overline{0, n-1}$ ;

Г)  $\text{Im}(\sqrt[n]{z}) = \frac{\varphi + 2k\pi}{n}, k = \overline{0, n-1}$ ;    Д)  $\text{Arg}(\sqrt[n]{z}) = \frac{\varphi + 2k\pi}{n}, k = \overline{0, n-1}$ .

-1    Б,Д

-2    А,Д

-3    Б,В

-4    А,Г

### А.1 Вопросы для собеседования.

1. Матрицы. Виды матриц. Равенство матриц.
2. Матрицы действия над матрицами.
3. Определитель матрицы. Свойства определителей.
4. Транспонирование определителя свойства определителей.
5. Определитель третьего порядка. Способы его вычисления.
6. Разложение определителя третьего порядка по элементам строки (столбца). Миноры и алгебраические дополнения.
7. Обратная матрица. Алгоритм вычисления обратной матрицы.
8. Матрицы. Ранг матрицы.
9. Определитель матрицы  $n$ -ого порядка
10. Решение систем линейных уравнений. Формулы. Крамера.
11. Решение систем линейных уравнений. Метод Гаусса.
12. Матричная запись системы линейных уравнений и ее решение.
13. Линейная однородная система  $n$  - уравнений с  $n$  – неизвестными.
14. Продуктивность неотрицательных матриц.
15. Модель многоотраслевой, экономики Леонтьева.
16. Продуктивные модели Леонтьева.
17. Различные критерии продуктивности модели Леонтьева.
18. Система  $m$  -линейных уравнений с  $n$  - переменными. Теорема Кронекера -Капелли.
19. Понятие вектора. Линейные операции над векторами.
20. Проекция вектора на ось.
21. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения. Угол между векторами.
22. Линейная зависимость векторов. Базис на плоскости.
23.  $n$  – переменный вектор и векторное пространство.
24. Размерность и базис векторного пространства.
25. Переход к новому базису. Эвклидово пространство.
26. Линейные операторы.
27. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
28. Квадратичные формы.
29. Понятие об уравнении линии. Общее уравнение прямой.

30. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Уравнение прямой в отрезках.
31. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении.
32. Уравнение прямой, проходящей через точку с заданным угловым коэффициентом.
33. Уравнение прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору.
34. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности о двух прямых.
35. Плоскость. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору.
36. Угол между плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
37. Кривые второго порядка. Каноническое уравнение окружности.
38. Каноническое уравнение эллипса. Исследование формы эллипса по его уравнению
39. Каноническое уравнение гиперболы. Равносторонняя гипербола.
40. Каноническое уравнение параболы.
41. Поверхности второго порядка.
42. Каноническое уравнение эллипсоида, параболоида, гиперboloида.
43. Квадратичные формы

**Блок В - Оценочные средства для диагностирования сформированности уровня компетенций – «уметь»**

**В.0 Варианты заданий на выполнение контрольных работ представлены в методических указаниях.**

**В.1 Типовые задачи практических работ**

***Практическая работа по теме: Матрицы, определители.***

1. Продавец может закупить от 1 до 5 билетов на спектакль по цене 100 руб. и продать перед спектаклем по 200 руб. каждый. Составить матрицу выручки продавца в зависимости от количества купленных им билетов (строка матрицы) и от результатов продажи (столбец матрицы).

2. В ремонтную мастерскую поступают телефонные аппараты, 70% которых требуют малого ремонта, 20% - среднего ремонта, 10% - сложного ремонта. Статистически установлено, что 10% аппаратов, прошедших малый ремонт, через год требуют малого ремонта, 60% - среднего, 30% - сложного ремонта. Из аппаратов, прошедших средний ремонт, 20% требуют через год малого ремонта, 50% - среднего, 30% - сложного. Из аппаратов, прошедших сложный ремонт, через год 60% требуют малого ремонта, 40% - среднего. Найти доли из отремонтированных в начале года аппаратов, которые будут требовать ремонта того или иного вида: через 1 год, 2 года, 3 года.

3. Автотранспортное предприятие закупило автобусы, среди которых 20% требуют предварительной наладки, 10% нуждаются в ремонте и 70% готовы к эксплуатации. Статистически установлено, что через год работы среди тех автобусов, которые прошли предварительную наладку, 30% вновь ее требуют, 50% нуждаются в ремонте и 20% могут просто продолжать работу. Среди тех автобусов, которые прошли первоначальный ремонт, 40% нуждаются в наладке, 20% нуждаются в ремонте, 40% готовы к работе. Среди тех автобусов, которые сразу эксплуатировались, 30% нуждаются в наладке, 50% нуждаются в ремонте, 20% могут продолжать работу. Найти долю автобусов, которые через год и через 2 года будут: а) нуждаться в наладке; б) требовать ремонта; в) готовы к эксплуатации без наладки ремонта.

***Практическая работа по теме: Системы линейных уравнений***

**Задание Исследовать и решить систему:**

$$\begin{array}{l}
 1 \quad \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ 2x_1 - x_2 + x_4 = 3 \\ 2x_1 + 5x_2 - 6x_3 + x_4 = -15 \\ -x_1 - x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 6 \end{cases} \\
 2 \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 - 5x_4 = 8 \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 8 \\ 5x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -1 \\ 3x_1 + 8x_2 - 6x_3 - 8x_4 = -10 \end{cases} \\
 3 \quad \begin{cases} 6x_1 + 2x_2 - x_4 = 6 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = -6 \\ 2x_1 - x_2 + 9x_3 - 5x_4 = 3 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = -2 \end{cases} \\
 4 \quad \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - 4x_4 = -2 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = -1 \\ -2x_1 + 4x_2 - 7x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 + 8x_3 + 9x_4 = 1 \end{cases} \\
 5 \quad \begin{cases} 3x_2 + x_3 - 5x_4 = -2 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = -2 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 2 \end{cases}
 \end{array}$$

### Практическая работа по теме: Системы линейных уравнений

**Задание 1.** Предприятие выпускает три вида продукции, используя сырье трех видов. Необходимые характеристики производства указаны в таблицах (соответственно варианту). Требуется определить объем выпуска продукции каждого вида при заданных запасах сырья.

Вид сырья	Расход сырья на единицу продукции (усл.ед.) по видам			Запас сырья (усл.ед) по вариантам				
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
1	5	3	4	2900	2000	3100	2200	3500
2	2	1	1	1000	650	1000	700	1200
3	3	2	2	1700	1150	1800	1300	2100
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
1	6	4	5	2100	3600	2600	2350	2450
2	4	3	1	1250	2000	1550	1300	1350
3	5	2	3	1300	2500	1850	1450	1300

**Указание:** Записать балансовые соотношения при условии полного расхода запасов каждого вида сырья. Полученную систему линейных уравнений решить:

- по формулам Крамера;
- с помощью обратной матрицы;
- методом Гаусса.

**Задание 2.** Установить, что система имеет единственное решение:

$\begin{cases} 2x - 4y + 3z = 1 \\ x - 2y + 4z = 3 \\ 3x - y + 5z = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ 2x - y - z = 1 \\ x + 3y + 4z = 6 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 3x + 2y + 2z = -2 \\ x - 2y + z = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x - 4y + 9z = 28 \\ 7x + 3y - 6z = -1 \\ 7x + 9y - 9z = 5 \end{cases}$
$\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 2x - 3y + 2z = 2 \\ 3x + y + z = 8 \end{cases}$	$\begin{cases} x + y + z = a \\ x - y + z = b \\ x + y - z = c \end{cases}$	$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ -3x + y + 2z = 0 \\ x + 4y + 3z = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} x - y + z = a \\ x + y - z = b \\ -x + y + z = c \end{cases}$

**Задание 3.** Определить при каких  $a$  и  $b$  система  $\begin{cases} 3x - 2y + z = b \\ 5x - 8y + 9z = 3 \\ 2x + y + qz = -1 \end{cases}$  имеет: а) единственное решение;

б) имеет бесконечно много решений.

**Задание 4.** Решить систему линейных уравнений  $A \cdot X = B$  методом последовательного исключения неизвестных, выяснив предварительно вопрос о ее совместности с помощью теоремы Кронекера-Капелли. В случае неопределенности системы найти ее общее, базисное и любое частное решение.

$$1 \quad \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ 2x_1 - x_2 + x_4 = 3 \\ 2x_1 + 5x_2 - 6x_3 + x_4 = -15 \\ -x_1 - x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 6 \end{cases} \quad 2 \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 - 5x_4 = 8 \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 8 \\ 5x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -1 \\ 3x_1 + 8x_2 - 6x_3 - 8x_4 = -10 \end{cases}$$

$$3 \quad \begin{cases} 6x_1 + 2x_2 - x_4 = 6 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = -6 \\ 2x_1 - x_2 + 9x_3 - 5x_4 = 3 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = -2 \end{cases} \quad 4 \quad \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - 4x_4 = -2 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = -1 \\ -2x_1 + 4x_2 - 7x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 + 8x_3 + 9x_4 = 1 \end{cases}$$

$$5 \quad \begin{cases} 3x_2 + x_3 - 5x_4 = -2 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = -2 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 2 \end{cases} \quad 6 \quad \begin{cases} 7x_1 - x_2 + 3x_3 - 5x_4 = 11 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 - x_4 = 6 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 = -3 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 3 \end{cases}$$

$$1 \quad \begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 + 3x_5 = 6 \\ 3x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 2 \\ 5x_1 - 22x_2 - 7x_3 + 18x_4 + 11x_5 = 11 \\ 3x_1 - 7x_2 + 2x_3 + 11x_4 + 2x_5 = 5 \end{cases} \quad 2 \quad \begin{cases} x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 1 \\ -5x_1 - 8x_2 - 6x_3 + 10x_4 - 7x_5 = -4 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + 3x_5 = 4 \\ -x_1 + 3x_2 - 3x_3 + x_4 - 2x_5 = 6 \end{cases}$$

$$3 \quad \begin{cases} x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 + 2x_5 = -1 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 3x_4 - x_5 = 3 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_4 + x_5 = 6 \\ -3x_1 - 9x_2 - 10x_4 + 8x_5 = -5 \end{cases} \quad 4 \quad \begin{cases} 5x_2 + 8x_3 - 4x_4 - 4x_5 = 8 \\ x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 - x_5 = 4 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 + x_5 = 6 \end{cases}$$

$$5 \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_4 + 2x_5 = -1 \\ -3x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2 \\ 6x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 11x_4 - 4x_5 = -2 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 + 3x_5 = -2 \end{cases} \quad 6 \quad \begin{cases} -5x_1 + 2x_2 - 9x_3 + x_4 = -9 \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 + x_5 = 5 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_2 - x_3 + 2x_5 = 3 \end{cases}$$

**Задание 5.** Найти общее решение системы и проанализировать ее структуру (указать базис пространства решений, установить размерность пространства, выделить частное решение неоднородной системы).

$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 4, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 - 4x_4 = 9, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 5; \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_5 = 5, \\ 2x_1 - 7x_2 + 4x_3 + x_4 = 9, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 4. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5, \\ 2x_1 - 7x_2 + 4x_3 + x_4 = 9. \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 4. \end{cases}$
---	---	---

$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_5 = 4, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 - 4x_4 = 9, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 5. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 4, \\ 2x_1 - 9x_2 + 2x_3 + x_4 = 7, \\ x_1 - 4x_2 - x_3 - 3x_4 = 3. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1, \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - x_4 = 4, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 3. \end{cases}$
$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 7x_4 + 5x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 5x_4 - 7x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 0; \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + x_2 + 10x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 5x_1 - x_2 + 8x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 - 12x_3 - 4x_4 + 4x_5 = 0. \end{cases}$
$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 10x_4 - x_5 = 0, \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 10x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 6x_2 - 9x_3 + 30x_4 - 3x_5 = 0. \end{cases}$	$\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 0; \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$

### Проверочная работа

Дана система Требуется:

а) найти ее решение методом обратной матрицы и по формулам Крамера.

б) решить систему методом Гаусса, найти общее и частное решение

$\begin{cases} -2x + y - 3z = -4 \\ 4x + 7y - 2z = -6 \\ x - 8y + 5z = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ 2x - y - z = 1 \\ x + 3y + 4z = 6 \end{cases}$
$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 + 3x_5 = 6 \\ 3x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 2 \\ 5x_1 - 22x_2 - 7x_3 + 18x_4 + 11x_5 = 11 \\ 3x_1 - 7x_2 + 2x_3 + 11x_4 + 2x_5 = 5 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 1 \\ -5x_1 - 8x_2 - 6x_3 + 10x_4 - 7x_5 = -4 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + 3x_5 = 4 \\ -x_1 + 3x_2 - 3x_3 + x_4 - 2x_5 = 6 \end{cases}$
$\begin{cases} -3x + 5y - 6z = -5 \\ 2x - 3y + 5z = 8 \\ x + 4y - z = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x + 4y + 3z = -10 \\ -x + 5y - 2z = 5 \\ 3x - 2y + 4z = 3 \end{cases}$
$\begin{cases} x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 + 2x_5 = -1 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 3x_4 - x_5 = 3 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_4 + x_5 = 6 \\ -3x_1 - 9x_2 - 10x_4 + 8x_5 = -5 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_4 + 2x_5 = -1 \\ -3x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2 \\ 6x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 11x_4 - 4x_5 = -2 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 + 3x_5 = -2 \end{cases}$
$\begin{cases} 3x - 9y + 8z = 5 \\ 2x - 5y + 5z = 4 \\ 2x - y + z = -4 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 3x + 2y + 2z = -2 \\ x - 2y + z = 1 \end{cases}$
$\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 3x_3 - x_4 + x_5 = 4 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 = 9 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 + 2x_5 = 3 \\ -4x_1 + 7x_2 - 8x_3 + 4x_4 = -14 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 3x_5 = -4 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + x_5 = -2 \\ -6x_1 - x_2 - 4x_3 + 5x_4 + 2x_5 = -4 \end{cases}$

### Практическая работа

**Задание 1** (Вектора) Коллинеарны ли векторы  $\vec{c}_1$  и  $\vec{c}_2$ , построенные по векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  ?

№	$\vec{a}$	$\vec{b}$	$\vec{c}_1$	$\vec{c}_2$	№	$\vec{a}$	$\vec{b}$	$\vec{c}_1$	$\vec{c}_2$
1	1;-2;3	3;0;-1	$2\vec{a} + 4\vec{b}$	$3\vec{b} - \vec{a}$	4	7;9;-2	5;4;3	$4\vec{a} - \vec{b}$	$4\vec{b} - \vec{a}$
2	1;0;1	-2;3;5	$\vec{a} + 2\vec{b}$	$3\vec{a} - \vec{b}$	5	5;0;-2	6;4;3	$5\vec{a} - 3\vec{b}$	$6\vec{b} - 10\vec{a}$

3	-2;4;1	1;-2;7	$5\bar{a} + 3\bar{b}$	$2\bar{a} - \bar{b}$	6	8;3;-1	4;1;3	$2\bar{a} - \bar{b}$	$2\bar{b} - 4\bar{a}$
---	--------	--------	-----------------------	----------------------	---	--------	-------	----------------------	-----------------------

**Задание 2 а)** Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$ ;

**б)** Найти длину вектора  $\bar{b}$ .

№	$\bar{a}$	$\bar{b}$	$ \bar{p} $	$ \bar{q} $	$\widehat{(\bar{p}, \bar{q})}$	№	$\bar{a}$	$\bar{b}$	$ \bar{p} $	$ \bar{q} $	$\widehat{(\bar{p}, \bar{q})}$
1	$\bar{p} + 2\bar{q}$	$3\bar{p} - \bar{q}$	1	2	$\pi/6$	16	$2\bar{p} - 3\bar{q}$	$3\bar{p} + \bar{q}$	4	1	$\pi/6$
2	$3\bar{p} + \bar{q}$	$\bar{p} - 2\bar{q}$	4	1	$\pi/4$	17	$5\bar{p} + \bar{q}$	$\bar{p} - 3\bar{q}$	1	2	$\pi/3$
3	$\bar{p} - 3\bar{q}$	$\bar{p} + 2\bar{q}$	1/5	1	$\pi/2$	18	$7\bar{p} - 2\bar{q}$	$\bar{p} + 3\bar{q}$	1/2	2	$\pi/2$

**Задание 3** Даны вершины треугольника ABC. Найти:

1) длину стороны AB; 2) уравнения сторон AB и AC и их угловые коэффициенты; 3) внутренний угол A в радианах с точностью до 0,01; 4) уравнение высоты CD и ее длину; 5) уравнение окружности для которой высота CD есть диаметр; 6) систему линейных неравенств, определяющих треугольник ABC, 7) уравнение медианы и ее длину, уравнение высоты и ее длину, уравнение биссектрисы, проведенных из вершины C; 8) уравнение прямой параллельной стороне AB; 9) угол A. Выполнить чертеж.

1	$A(-5; 0), B(7; 9), C(5; -5)$	4	$A(-6; -2), B(6; 7), C(4; -7)$
2	$A(-5; -3), B(7; 6), C(5; -8)$	5	$A(-7; 2), B(5; 11), C(3; -3)$
3	$A(-8; -4), B(4; 5), C(2; -9)$	6	$A(0; -1), B(12; 8), C(10; -6)$

**Задание 4** Даны координаты вершин пирамиды ABCD. Требуется:

1. Записать векторы  $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}$  в системе орт и найти модули этих векторов.
2. Найти угол между векторами  $\overline{AB}$  и  $\overline{AC}$ .
3. Найти площадь грани ABC.
4. Найти объем пирамиды.
5. Найти каноническое уравнение прямой, проходящей через точку D перпендикулярно плоскости ABC.
6. Найти точки пересечения полученной прямой с плоскостью ABC и с координатными плоскостями xOy; xOz; yOz.
7. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку D и C и перпендикулярно плоскости ABC.
8. Длину ребра AB;
9. Длину высоты и уравнение пирамиды, проведенной из вершины D;
10. Уравнение ребра AC.
11. Записать уравнение прямой, проходящей через точку D параллельно прямой AC.
12. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку A перпендикулярно прямой BD.

1	$A(2; -3; 1); B(6; 1; -1); C(4; 8; -9); D(2; -1; 2)$	4	$A(1, -4, -0); B(5, 0, -2); C(3, 7, -10); D(1, -2, 1)$
2	$A(5, -1, -4); B(9, 3, -6); C(7, 10, -4); D(5, 1, -3)$	5	$A(-3, -6, 2); B(1, -2, 0); C(-1, 5, -8); D(-3, -4, 3)$
3	$A(-1, 1, -5); B(3, 5, -7); C(1, 12, -15); D(-1, 3, -4)$	6	$A(-4, 2, -1); B(0, 6, -3); C(-2, 13, -11); D(-4, 4, 0)$

**Задание 5** Кривые второго порядка.

Привести уравнение второго порядка  $f(x, y) = 0$  к каноническому виду и найти точки пересечения ее с прямой  $Ax + By + C = 0$ . Построить графики кривой и прямой.

1	$x^2 - 4y^2 - 6x - 8y - 3 = 0$	4	$4x^2 + 11y^2 + 64x - 66y + 291 = 0,$
---	--------------------------------	---	---------------------------------------



	$x - 2y + 1 = 0$		$x - y = 0$
2	$-2x^2 - 3y^2 - 12x - 12y - 18 = 0,$ $x + y - 2 = 0$	5	$x^2 - 2x + y + 2 = 0,$ $x - y - 2 = 0$
3	$2x^2 - 5y^2 - 10y + 4x - 12 = 0,$ $x + y + 1 = 0$	6	$x^2 + 4x + y + 3 = 0,$ $x - y + 3 = 0$

**Задание 6** С помощью квадратичных форм привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и построить кривую.

1	$-x^2 - y^2 + 4xy + 2x - 4y + 1 = 0$	4	$2x^2 + 2y^2 - 2xy - 2x - 2y + 1 = 0$
2	$4xy + 4x - 4y = 0$	5	$-2x^2 - 2y^2 + 2xy - 6x + 6y + 3 = 0$
3	$-3x^2 - 3y^2 + 4xy - 6x + 4y + 2 = 0$	6	$-2xy - 2x - 2y + 1 = 0$

**Задание 7.** Составить уравнение плоскости, проходящей через:

1. Прямую  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$  и точку А (4; 6; 3).
2. Две параллельные прямые  $\frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+5}{2}$  и  $\frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$ .
3. Три точки А (1; 2; 4), В (-1; 3; 1), С (3; 1; -2).
4. Две пересекающиеся прямые  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{-2}$  и  $\frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$ .
5. Найти точку, симметричную точке М(6,10,-7) относительно плоскости  $2x + 5y - 4z + 2 = 0$ .
6. Определить при каком "а" прямая  $\begin{cases} x + y + az = 1 \\ 2x - y + 3z = 3 \end{cases}$  параллельна плоскости  $x + y - 2z = 8$ .
7. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую  $\begin{cases} x + y - z - 1 = 0 \\ x + 2y + 3z - 4 = 0 \end{cases}$  и точку К(2,1,2).
8. Вычислить расстояние между плоскостями  $2x - y + 2z + 9 = 0$  и  $4x - 2y + 4z - 21 = 0$ .

**Задание 8.**

- 1 На эллипсе  $9x^2 + 25y^2 = 225$  найти точку, расстояние которого от правого фокуса в 4 раза больше, чем расстояние ее от левого фокуса. Сделать чертеж.
- 2 Написать уравнение окружности, имеющей центр в фокусе параболы  $y^2 = 8x$  и касающейся ее директрисы. Сделать чертеж.
- 3 Эксцентриситет эллипса  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ . Большая полуось  $a = 3$ . Написать уравнение эллипса., построить кривую.
- 4 Составить каноническое уравнение гиперболы, если известно, что расстояние между вершинами равно 8, расстояние между фокусами равно 10. Сделать чертеж.
- 5 Составить уравнение геометрического места точек, отношение расстояний которых до точки F  $(\frac{3}{2}; 0)$  и до прямой  $x = 6$  равно  $\frac{1}{2}$ . Сделать чертеж.
- 6 Директриса параболы пересекает эллипс  $9x^2 + 20y^2 = 324$  в точках (-4; 3) и (4; 3), а расстояние от этих точек до фокуса параболы равно  $2\sqrt{5}$ . Составить уравнение параболы.

### Вопросы для контроля

- Какие операции над векторами называются линейными?
- Как найти геометрическую сумму более двух векторов?
- Когда векторы считаются равными?
- Как определяются проекции вектора на координатные оси?
- Какой вектор называется нулевым?
- Дайте определение линейной комбинации системы векторов.
- Какая система векторов называется линейно зависимой?
- Какая система векторов называется базисной?
- Какие векторы образуют декартов базис?
- Могут ли 3 вектора, лежащие на одной плоскости, образовывать базис?
- Что называется скалярным произведением двух векторов?
- Скалярное произведение равно 0. Что это значит?
- Как определяется проекция вектора на вектор?
- Почему скалярное произведение перпендикулярных векторов равно нулю?
- Почему  $(\vec{i}, \vec{j}) = 0$ ?
- Что такое скалярный квадрат?
- Физический смысл скалярного произведения.
- Свойства скалярного произведения.
- Выражение скалярного произведения в координатном виде.
- Выражение векторного произведения двух векторов в координатном виде.
- Запишите уравнение прямой на плоскости, проходящей через две точки.
- Каков геометрический смысл углового коэффициента прямой?
- Как связаны угловые коэффициенты параллельных и перпендикулярных прямых?
- Как найти координаты точки пересечения двух прямых?
- Дайте определение нормального вектора прямой.
- Дайте определение направляющего вектора прямой.
- Как найти расстояние от точки до прямой.
- В чем состоит геометрический смысл смешанного произведения векторов.
- Дайте определение уравнения линии.

### Контрольные задания по теме «Элементы матричного анализа»

№	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1	Даны два единичных вектора $\vec{m}$ и $\vec{n}$ , угол между которыми $120^\circ$ . Найти: а) острый угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ ; б) проекцию вектора $\vec{b}$ на направление вектора $\vec{a}$ :		
	$\vec{a} = -2\vec{m} + \vec{n}$ , $\vec{b} = -\vec{m} + 3\vec{n}$ ,	$\vec{a} = 2\vec{m} - \vec{n}$ , $\vec{b} = -3\vec{m} + 3\vec{n}$ ,	$\vec{a} = \vec{m} - 3\vec{n}$ , $\vec{b} = \vec{m} + 2\vec{n}$ ,
2	Выяснить, являются ли линейно зависимыми векторы $a_1, a_2, a_3$ :		
	$a_1 = (1;4;6)$ , $a_2 = (1;-1;1)$ , $a_3 = (1;1;3)$ ,	$a_1 = (2;-3;1)$ , $a_2 = (3;-1;5)$ , $a_3 = (1;-4;3)$ ,	$a_1 = (1;2;3)$ , $a_2 = (4;5;6)$ , $a_3 = (7;8;9)$ ,
3	Даны четыре вектора $a_1, a_2, a_3$ и $b$ в некотором базисе. Показать, что векторы $a_1, a_2, a_3$ образуют базис, найти координаты вектора $b$ в этом базисе:		
	$a_1 = (4;5;2)$ , $a_2 = (3;0;1)$ , $a_3 = (-1;4;2)$ , $b = (5;7;8)$	$a_1 = (3;-5;2)$ , $a_2 = (4;5;1)$ , $a_3 = (-3;0;-4)$ , $b = (-4;5;-16)$	$a_1 = (-2;3;6)$ , $a_2 = (1;-3;4)$ , $a_3 = (7;8;-1)$ , $b = (1;20;1)$

4	Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора $\tilde{A}$ (матрицы $A$ ). привести матрицу $A$ к диагональному виду $A^*$ (если это возможно):		
	$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$
5	Привести к каноническому виду квадратическую формулу $L$ . Найти ранг квадратической формулы $L$ . Выяснить является ли квадратическая формула $L$ знакоопределенной:		
	$L = x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3 + 4x_3^2$	$L = 4x_1^2 + 4x_1x_2 + 8x_1x_3 - 3x_2x_3 + 4x_3^2$	$L = 4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 - 4x_3^2$
6	Выяснить, в каком отношении должны быть национальные доходы трех стран для сбалансированной торговли, если задана структурная матрица торговли $A$ :		
	$A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,3 & 0,8 \\ 0,6 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,6 & 0,1 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,3 & 0,6 \\ 0,4 & 0,3 & 0,1 \\ 0,1 & 0,4 & 0,3 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 & 0,4 \\ 0,2 & 0,5 & 0,1 \\ 0,1 & 0,2 & 0,5 \end{pmatrix}$

### Контрольные задания по теме « Уравнение линии. Прямая и плоскость»

№	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1	Составить уравнение множества точек:		
	равноудаленных от точек $A(2;0)$ и от прямой $x=4$	Равноудаленных от точек $A(3;2)$ и $B(-4;0)$	Каждая из которых отстоит от точек $A(0;2)$ вдвое дальше, чем от точки $B(-4;0)$
2	Даны вершины $A(x_1, y_1)$ , $B(x_2, y_2)$ , $C(x_3, y_3)$ треугольника. Составить: а) уравнение медианы и высоты, проведенной из вершины $A$ ; б) уравнение биссектрисы внутреннего угла $B$ :		
	$A(3;1)$ , $B(-13;-11)$ , $C(-6;13)$	$A(26;-5)$ , $B(2;2)$ ; $C(-2;-1)$	$A(-2;3)$ , $B(-18;-9)$ , $C(-11;15)$
3	Составить уравнение окружности, диаметром которой служит отрезок прямой $y = x+7$ , отсеченной гиперболой $xy = -6$	Найти расстояние фокуса параболы $y^2 = 4x$ от точек пересечения ее с окружностью $x^2 + y^2 = 12$	Составить уравнение эллипса, имеющего фокусы в вершинах, а вершины - в фокусах гиперболы $y^2 - x^2 = 4$
4	Найти уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-x_1}{m} = \frac{y-y_1}{n} = \frac{z-z_1}{p}$ и точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ :		
	$\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z}{1}$ ; $M_0(2;-1;2)$	$\frac{x+3}{4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{3}$ ; $M_0(2;1;-3)$	$\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-7} = \frac{z+2}{-3}$ ; $M_0(-1;0;2)$

5	Составить каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ перпендикулярно плоскости, проходящей через точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$ , $M_2(x_2, y_2, z_2)$ , $M_3(x_3, y_3, z_3)$ :		
	$M_0(5;2;2);$ $M_1(3;4;6);$ $M_2(3;-2;-3);$ $M_3(6;3;2)$	$M_0(6;1;2);$ $M_1(3;4;2);$ $M_2(4;5;2);$ $M_3(7;3;-2);$	$M_0(6;1;2);$ $M_1(3;4;2);$ $M_2(4;5;2);$ $M_3(7;3;-2)$

**Практические задания по теме Линейное (векторное) пространство. Линейные операторы. Собственные числа и собственные векторы**

**Задание 1** Выяснить являются ли вектора  $a_1 = (2, -3, 1)$ ,  $a_2 = (3, -1, 5)$ ,  $a_3 = (1, -5, -3)$  линейно зависимы.

**Задание 2** Выяснить, является ли данная система векторов линейно зависимой.

$$\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Задание 3** В  $R_3$  задан канонический базис. В качестве нового базиса взяты векторы  $\vec{u} = (2, 1, -1)$ ,  $\vec{v} = (2, -1, 2)$ ,  $\vec{w} = (3, 0, 1)$ . Найдем координаты вектора  $\vec{x} = (1, 1, 1)$  в новом базисе.

**Задание 4** Пусть в пространстве  $R_3$  линейный оператор  $\tilde{A}$  в базисе  $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$  задан матрицей  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -1 & 5 & 6 \\ 1 & 8 & 2 \end{pmatrix}$ . Найти образ  $y = \tilde{A}(x)$  вектора  $x = 4e_1 - 3e_2 + e_3$

**Задание 5** В базисе  $\{e_1, e_2\}$  оператор  $\tilde{A}$  имеет матрицу  $A = \begin{pmatrix} 17 & 6 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$ . Найти матрицу оператора  $\tilde{A}$

в базисе  $e_1^* = e_1 - 2e_2, e_2^* = 2e_1 + e_2$

**Задание 6** Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы:

а)  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ , б)  $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ , в)  $A = \begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ , г)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ , д)  $A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

**Задание 7** Является ли  $A$  линейным преобразованием.  $A\vec{x} = \vec{x} + \vec{x}_0$ ;  $\vec{x}_0 \neq 0$ .

**Задание 8** Найти матрицу линейного преобразования, заданного в виде:  $x' = x + y$ ,  $y' = y + z$ ,  $z' = z + x$

**Задание 9** Задано линейное преобразование  $A$ , переводящее вектор  $\vec{x}$  в вектор  $\vec{y}$  и линейное преобразование  $B$ , переводящее вектор  $\vec{y}$  в вектор  $\vec{z}$ . Найти матрицу линейного преобразования, переводящего вектор  $\vec{x}$  в вектор  $\vec{z}$ .

$$\begin{cases} y_1 = 2x_1 - x_2 + 5x_3 \\ y_2 = x_1 + 4x_2 - x_3 \\ y_3 = 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 \end{cases} \quad \begin{cases} z_1 = y_1 + 4y_2 + 3y_3 \\ z_2 = 5y_1 - y_2 - y_3 \\ z_3 = 3y_1 + 6y_2 + 7y_3 \end{cases}$$

$$x \xrightarrow{A} y \xrightarrow{B} z \\ x \xrightarrow{C} z$$

**В 2 – Оценочные средства для диагностирования сформированности уровня компетенций – «уметь»**

**Проверочная контрольная работа**

**Вариант 1**

- 1 Дайте определение алгебраического дополнения элемента.
- 2 Опишите правило нахождения определителя третьего порядка.
- 3 Решить матричное уравнение  $ABCX = P$

4 Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 4 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$$

5 Найдите общее и частное решение системы

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 6x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

6 Даны вершины треугольника  $ABC$ ,  $A(-5; 0)$ ,  $B(7; 9)$ ,  $C(5; -5)$ . Найти внутренний угол  $A$ .

7 Даны координаты вершин пирамиды  $ABCD$ ,  $A(0; 1; 2)$ ,  $B(-2; 4; 2)$ ,  $C(-2; 1; 8)$ ,

$D(0; 4; 10)$ . Требуется: Записать векторы  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{AD}$  в системе орт и найти модули этих векторов. Найти площадь грани  $ABC$ . Найти объем пирамиды.

**Вариант 2**

- 1 Дайте определение транспонированной матрицы.
- 2 Опишите правило нахождения определителя  $n$ -ого порядка
- 3 Решить матричное уравнение  $ABXC = P$

4 Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

5 Найдите общее и частное решение системы

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 3x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 6x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 16x_2 - 6x_3 + 6x_4 + 7x_5 = 0. \end{cases}$$

6 Даны вершины треугольника  $ABC$ ,  $A(-5; -3)$ ,  $B(7; 6)$ ,  $C(5; -8)$ . Найти внутренний угол  $A$ .

7 Даны координаты вершин пирамиды  $ABCD$ ,  $A(2; 1; 0)$ ,  $B(0; 4; 0)$ ,  $C(0; 1; 6)$ ,  $D(2; 4; 8)$ .

Требуется: Записать векторы  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{AD}$  в системе орт и найти модули этих векторов. Найти площадь грани  $ABC$ . Найти объем пирамиды.

**Вариант 3**

- 1 Дайте определение минора элемента.
- 2 Опишите правило умножения матриц.
- 3 Решить матричное уравнение  $XABC = P$

4 Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 4 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$$

5 Найдите общее и частное решение системы

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

6 Даны вершины треугольника  $ABC$ ,  $A(-8; -4)$ ,  $B(4; 5)$ ,  $C(2; -9)$ . Найти внутренний угол  $A$ .

7 Даны координаты вершин пирамиды  $ABCD$ ,  $A(0; 1; 1)$ ,  $B(-2; 4; 1)$ ,

$C(-2; 1; 7)$ ,  $D(0; 4; 9)$

Требуется: Записать векторы  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{AD}$  в системе орт и найти модули этих векторов.

Найти площадь грани  $ABC$ . Найти объем пирамиды.

#### Вариант 4

1 Дайте определение матрицы.

2 Опишите правило нахождения обратной матрицы (не по формуле).

3 Решить матричное уравнение  $AXBC = P$

4 Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 14 & 16 \\ 9 & 10 \end{pmatrix}$$

5 Найдите общее и частное решение системы

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 - 2x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

6 Даны вершины треугольника  $ABC$ ,  $A(-6; 1)$ ,  $B(6; 10)$ ,  $C(4; -4)$ . Найти внутренний угол  $A$ .

7 Даны координаты вершин пирамиды  $ABCD$ ,  $A(0; 2; 1)$ ,  $B(-2; 5; 1)$ ,

$C(-2; 2; 7)$ ,  $D(0; 5; 9)$

Требуется: Записать векторы  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{AD}$  в системе орт и найти модули этих векторов.

Найти площадь грани  $ABC$ . Найти объем пирамиды

#### Вариант 5

1 Дайте определение определителя матрицы.

2 Опишите правило сложения матриц.

3 Решить матричное уравнение  $XVAC = D$

4 Решить матричное уравнение

$$X * \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -5 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$$

5 Найдите общее и частное решение системы

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 - x_4 + 3x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 6x_5 = 0. \end{cases}$$

6 Даны вершины треугольника  $ABC$ ,  $A(-3; 0)$ ,  $B(9; 9)$ ,  $C(7; -5)$ . Найти внутренний угол  $A$ .

7 Даны координаты вершин пирамиды  $ABCD$ ,  $A(0; 3; 0)$ ,  $B(-2; 6; 0)$ ,  $C(-2; 3; 6)$ ,  $D(0; 6; 8)$ .

Требуется: Записать векторы  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{AD}$  в системе орт и найти модули этих векторов.

Найти площадь грани  $ABC$ . Найти объем пирамиды

### Проверочная работа по теме « Матрицы. Определитель. Обратные матрицы. ».

#### Вариант 1

Два магазина продают товары  $A$ ,  $B$ ,  $C$  сортов I, II, III. Примерное количество продава-

#### Вариант 2

Каждый из трех цехов фабрики производит 4 вида продукции:  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ . Объемы еже-

емых ежедневно товаров представлено в таблице.

а) Сколько товаров каждого сорта продают вместе оба магазина ежедневно?

б) Сколько товаров каждого сорта продано, если первый магазин будет работать два дня, а второй три дня?

Сорт товара	Первый магазин			Второй магазин		
	А	В	С	А	В	С
I	300	220	180	200	150	100
II	120	100	120	200	100	130
III	50	40	45	30	40	50

### Вариант 3

Предприятие производит  $n$  типов продукции, объемы выпуска заданы матрицей  $A_{l \times n}$ . Цена реализации единицы  $i$ -го типа продукции в  $j$ -м регионе задана матрицей  $B_{n \times k}$ , где  $k$  – число регионов, в которых реализуется продукция.

Найти  $C$  – матрицу выручки по регионам.

Пусть  $A_{1 \times 3} = (100, 2000, 100)$ ;

$$B_{3 \times 4} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

дневного производства заданы следующей таблицей:

Цех	Вид продукции			
	А	В	С	Д
I	50	100	90	100
II	30	50	200	40
III	100	100	20	30

### Вариант 4

В некоторой отрасли  $m$  заводов выпускают  $n$  видов продукции. Матрица  $A_{m \times n}$  задает объемы продукции на каждом заводе в первом квартале, матрица  $B_{m \times n}$  – соответственно во втором;  $(a_{ij}, b_{ij})$  – объемы продукции  $j$ -го типа на  $i$ -м заводе в 1-м и 2-м кварталах соответственно:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 1 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найти:

а) объемы продукции;

б) прирост объемов производства во втором квартале по сравнению с первым по видам продукции и заводам;

в) стоимостное выражение выпущенной продукции за полгода (в долларах), если  $\lambda$  – курс доллара по отношению к рублю.

1 Три завода выпускают четыре вида продукции. Необходимо:

а) найти матрицу выпуска продукции за квартал, если заданы матрицы помесечных выпусков  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$ ;

б) найти матрицы приростов выпуска продукции за каждый месяц  $B_1$  и  $B_2$  и проанализировать результаты:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 4 & 2 \end{pmatrix}; \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}; \quad A_3 = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 3 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}.$$

2 Найти  $C$  – матрицу выручки по регионам в условиях задачи 2, если

$$A = (10; 40; 10; 20); \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 4 \end{pmatrix}.$$

Определить, какой из трех регионов наиболее выгоден для реализации товара.

3) Предприятие производит мебель трех видов и продает ее в четырех регионах. Матрица

$B = (b_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 & 2 \\ 1 & 8 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$  задает цену реализации единицы мебели  $i$ -го типа в  $j$ -м регионе.

Определить выручку предприятия в каждом регионе, если реализация мебели за месяц (по видам)

задана матрицей  $A = \begin{pmatrix} 200 \\ 80 \\ 100 \end{pmatrix}$ .

Время на выполнение: 80 мин.

**Критерии оценивания**

«отлично» - 85%-100% правильных ответов,

«хорошо» - 65%-85% правильных ответов,

«удовлетворительно» - 50%-65% правильных ответов,

«неудовлетворительно» - менее 50% правильных ответов

**Итоговая работа по теме «Матрицы, Определитель. Обратная матрица. Системы линейных уравнений».**

№	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1	<p>Два различных по качеству вида растительного масла продаются в трех магазинах. Матрица <math>A</math> - объем продаж этих продуктов в магазинах в 1-м квартале, матрица <math>B</math> - 2-м квартале (в тыс. руб.). Определить: 1) объем продаж за два квартала; 2) прирост продаж во 2-м квартале по сравнению с первым.</p>		
	$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix};$ $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix};$	$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix};$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix};$	$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$
2	<p>По формулам Крамера и методом обратной матрицы решить систему:</p>		
	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 1, \\ 5x_1 + x_3 = -1 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 - x_3 = -1, \\ 3x_1 + x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -5, \\ x_2 - 2x_3 = 4, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$
3	<p>Решить матричное уравнение</p>		
	$NBCX = NP$	$ABXC = PL$	$P = XBCA$
4	<p>Предприятие производит три типа продукции, используя два вида ресурсов. Норма затрат ресурсов <math>i</math>-го вида на производство единицы продукции <math>j</math>-го типа задана матрицей затрат <math>A</math>, выпуск продукции за квартал - матрицей <math>X</math>, стоимость единицы каждого вида ресурсов задана матрицей <math>P</math>. Найти: 1) матрицу <math>S</math> полных затрат ресурсов каждого вида; 2) полную стоимость всех затраченных ресурсов.</p>		



	$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix};$ $X = \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 10 \end{pmatrix};$ $P = (5; 2)$	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix};$ $X = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix};$ $P = (2; 4)$	$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ $X = \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix};$ $P = (1; 3)$
5	<p>Завод производит швейные машины. Каждая машина может находиться в одном из двух состояний: 1) работает хорошо; 2) требует регулировки. В момент изготовления <math>p\%</math> машин работают хорошо, <math>(1-p)\%</math> требуют регулировки. Статистические исследования показали, что из тех машин, которые сегодня работают хорошо, через месяц 70% будут работать хорошо, а 30% потребуют регулировки. Среди тех машин, которые сегодня требуют регулировки. Среди тех машин, которые сегодня требуют регулировки, через месяц 60% будут работать хорошо, 40% потребуют регулировки. Каковы доли машин, которые будут работать хорошо или потребуют регулировки через месяц после их изготовления?</p>		
	<b>p=80%</b>	<b>p=50%</b>	<b>p=20%</b>

Время на выполнение: 45 мин.

**Критерии оценивания**

«отлично» - 85%-100% правильных ответов,

«хорошо»- 65%-85% правильных ответов,

«удовлетворительно»- 50%-65% правильных ответов,

«неудовлетворительно»- менее 50% правильных ответов

**Контрольные работы «Проверь себя» (с ответами).** Выполнение этих работ будет хорошей подготовкой к текущим и экзаменационным тестам.

1. Линейная алгебра			
Условия задач		Ответы	
1.	Вычислить: $\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$ .	- 10	
2.	Вычислить: $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 3 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ .	- 1	
3.	Дана система уравнений $\begin{cases} y + 2z = 3 \\ x - y = 2 \\ 2x - z = -2 \end{cases}$ . Найдите $\Delta, \Delta_x, x$ .	$\left(5, 1, \frac{1}{5}\right)$	
4.	Решить систему уравнений, приняв в качестве базисных переменных $y$ и $z$ : $\begin{cases} x + y + 3z = 14 \\ 3x - y + z = -2 \end{cases}$ .	$\begin{cases} y = 2x + 5 \\ z = -x + 3 \end{cases}$	
5.	$P = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, R = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}$ . Какие произведения существуют? Указать все случаи. А) $P \cdot Q$ ; Б) $Q \cdot P$ ; В) $P \cdot R$ ; Г) $R \cdot Q$ ; Д) $Q \cdot R$ ; Е) $R \cdot P$ .	Б, В	
6.	Вычислить: $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ .	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -5 \\ 3 & 17 & 20 \end{pmatrix}$	
7.	Какие матрицы имеют обратные? Указать все случаи.	А, В	

	A) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ ; Б) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 5 & 3 \end{pmatrix}$ ; В) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -5 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ ; Г) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$ .	
8.	$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ , $A^{-1} = \dots$	$\begin{pmatrix} \frac{5}{11} & \frac{2}{11} \\ \frac{3}{11} & \frac{1}{11} \end{pmatrix}$
9.	$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ , $A^{-1} = \dots$	$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1,5 & -3 & 0,5 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$
10.	Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -4 & -6 & 10 \\ -3 & 6 & 9 & 15 \end{pmatrix}$ .	2
11.	Какие матрицы имеют ранг, равный 2? Указать все случаи. A) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 4 & 0 \\ -2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ ; Б) $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 2 & 10 & 1 \end{pmatrix}$ ; В) $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$ ; Г) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ .	Б,Г
12.	Пусть система $n$ линейных уравнений содержит $k$ неизвестных, $A$ - матрица коэффициентов при неизвестных, $B$ - расширенная матрица. Выбрать все верные утверждения: система уравнений имеет единственное решение, если A) $\text{rang } A < \text{rang } B$ ; Б) $\text{rang } A = \text{rang } B = k$ ; В) $\text{rang } A = \text{rang } B = n$ ; Г) $\text{rang } A = \text{rang } B$ ; Д) $\text{rang } A = \text{rang } B < k$ .	Б
13.	Указать все верные утверждения: если ранг матрицы равен $k$ , то A) все миноры порядка $k$ не равны 0; Б) равны нулю все миноры порядка $< k$ ; В) равны нулю все миноры порядка $> k$ .	В

<b>2. Векторная алгебра</b>		
<b>Условия задач</b>		<b>Ответы</b>
1.	Найти орт вектора $\vec{a} = (4; 3; 0)$ .	$\left(\frac{4}{5}; \frac{3}{5}; 0\right)$
2.	Вектор составляет с координатными осями $Ox$ и $Oz$ углы $\alpha = 45^\circ$ , $\gamma = 60^\circ$ , а с осью $Oy$ - острый угол $\beta$ . Найти $\beta$ .	$\frac{\pi}{3}$
3.	Вектор $\vec{a} = (-2; 3; \alpha)$ параллелен вектору $\vec{b} = (\beta; -6; 2)$ . Найти $\alpha + \beta$ .	3
4.	Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\varphi = \frac{\pi}{6}$ . Найти $\vec{a} \cdot \vec{b}$ , если $ \vec{a}  = 3$ , $ \vec{b}  = 2$ .	$3\sqrt{3}$
5.	$(3\vec{i} + \vec{k}) \cdot (5\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}) = \dots$	17
6.	Вычислить $(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot \vec{c}$ , если $\vec{a} = (1; 0; -2)$ , $\vec{b} = (2; 3; 0)$ , $\vec{c} = (3; 0; 5)$ .	-19
7.	$\vec{a} = (3; -2; 1)$ , $\vec{b} = (1; 2; -3)$ . Найти $\cos \left( \overset{\wedge}{\vec{a}, \vec{b}} \right)$ .	$-\frac{2}{7}$
8.	Определить $\alpha$ , при котором ортогональны векторы $\vec{a} = (1; 4; 3)$ и $\vec{b} = (-2; \alpha; -6)$ .	5
9.	Найти $\text{пр.}_{(\vec{b} + \vec{c})} \vec{a}$ , если $\vec{a} = (3; 2; -2)$ , $\vec{b} = (5; -2; -3)$ , $\vec{c} = (-1; -1; 3)$ .	1,2
10.	Вычислить $ \vec{a} \times \vec{b} $ , если $ \vec{a}  = 2$ , $ \vec{b}  = 3$ , а угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $30^\circ$ .	3
11.	Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\varphi = \frac{\pi}{3}$ . Зная, что $ \vec{b}  = 4$ , $ \vec{a} \times \vec{b}  = 6$ , найти $ \vec{a} $ .	$\sqrt{3}$

12.	Вычислить $(2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}) \times (2\vec{i} - \vec{k})$ .	$\vec{i} + 8\vec{j} + 2\vec{k}$
13.	Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = (4; 2; 0)$ и $\vec{b} = (0; -1; 1)$ , как на сторонах.	6
14.	Найти площадь треугольника с вершинами в точках $A(1;1;1)$ , $B(4;0;1)$ , $C(2;3;1)$ .	3,5
15.	Вычислить смешанное произведение $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$ , если $\vec{a} = (2; 1; 4)$ , $\vec{b} = (5; 0; 1)$ , $\vec{c} = (2; 0; 4)$ .	-18
16.	Найти объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a} = (1; 0; 3)$ , $\vec{b} = (2; 0; 1)$ , $\vec{c} = (-1; 2; 2)$ .	10
17.	Найти объем треугольной пирамиды с вершинами в точках $A(5; -6; 3)$ , $B(1; 2; -3)$ , $C(6; 1; -4)$ , $D(5; -3; 3)$ .	17
18.	Определить, при каком $\alpha$ компланарны векторы $\vec{a} = (-1; 2; \alpha)$ , $\vec{b} = (2; 0; 1)$ , $\vec{c} = (0; 3; 2)$ .	$\frac{5}{6}$
19.	Какие равенства верны? Указать все варианты. А) $(\vec{a} \times \vec{c})\vec{b} = (\vec{c} \times \vec{b})\vec{a}$ ; Б) $\vec{a}(\vec{b} \cdot \vec{c}) = \vec{a}(\vec{c} \cdot \vec{b})$ ; В) $(\vec{a} \times \vec{b})\vec{c} = (\vec{b} \times \vec{a})\vec{c}$ .	А,Б
20.	Какие равенства верны? Указать все варианты. А) $\vec{i} \cdot \vec{i} = 0$ ; Б) $\vec{i} \times \vec{j} = -\vec{k}$ ; В) $\vec{i} \times \vec{i} = 0$ ; Г) $\vec{j} \times \vec{j} = 1$ ; Д) $\vec{j} \cdot \vec{j} = 1$ .	В,Д
21.	Площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ , как на сторонах, равна А) $\frac{ \vec{a} \cdot \vec{b} }{2}$ ; Б) $ \vec{a} \times \vec{b} $ ; В) $\vec{a} \times \vec{b}$ ; Г) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ; Д) $\frac{ \vec{a} \times \vec{b} }{2}$ .	Б
22.	Какие величины являются векторами? Указать все варианты. А) $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c})$ ; Б) $(\vec{a} + \vec{b})(\vec{c} + \vec{d})$ ; В) $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c})$ .	А
23.	Если ненулевые векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ параллельны друг другу, то (указать все верные утверждения): А) $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ ; Б) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ; В) $\frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z}$ ; Г) $a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z = 0$ .	А,В
24.	Если три вектора $\vec{a}$ , $\vec{b}$ , $\vec{c}$ компланарны, то (указать все варианты) А) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ ; Б) $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} \neq 0$ ; В) $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = 0$ ; Г) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ ; Д) $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c} = 0$ .	В,Г
25.	Если вектор $\vec{a}$ ортогонален вектору $\vec{b}$ , то (указать все верные утверждения): А) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ; Б) $a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z = 0$ ; В) $\frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z}$ ; Г) $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ .	А,Б

3. Аналитическая геометрия		
Условия задач		Ответы
1.	Составить уравнение плоскости проходящей через точки $A(0;1;0)$ , $B(-2;1;4)$ , $C(3;2;5)$ .	$2x - 11y + z + 11 = 0$
2.	Нормаль к плоскости, проходящей через точки $A(1;1;4)$ , $B(1;4;1)$ , $C(-1;1;5)$ , может иметь вид	$(1; 2; 2)$
3.	Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(3;2;-1)$ , параллельно плоскости $5x - 3y + z + 11 = 0$ .	$5x - 3y + z - 8 = 0$
4.	Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(3;-2;4)$ , перпендикулярно прямой $\frac{x+5}{4} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{1}$ .	$4x - 2y + z - 20 = 0$

5.	Если $\varphi$ – острый угол между плоскостями $3x - 2y + z - 5 = 0$ и $2x - y + 3z + 7 = 0$ , то	$\cos \varphi = \frac{11}{14}$
6.	Если плоскость $5x + By + z - 1 = 0$ параллельна плоскости $3x - y + Cz + 4 = 0$ , то $B+C=$	$-\frac{16}{15}$
7.	Найти расстояние от точки $M(5; -1; 3)$ до плоскости $2x - y + 2z + 1 = 0$ .	6
8.	Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(0; 1; 2)$ , перпендикулярно плоскостям $x + 3y - 2z + 5 = 0$ и $3x - y + 2z - 1 = 0$ .	$2x - 4y - 5z + 14 = 0$
9.	Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1; -1; 2)$ и $B(-1; 2; 1)$ параллельно вектору $\vec{a} = (1; 1; 1)$ .	$4x + y - 5z + 7 = 0$
10.	Уравнение прямой, проходящей через точки $A(5; -3; 0)$ и $B(6; -1; 3)$ , может иметь вид	$\frac{x-5}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z}{3}$
11.	Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(4; -1; 5)$ параллельно прямой $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+7}{1}$ .	$\frac{x-4}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-5}{1}$
12.	Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(1; -1; 4)$ перпендикулярно плоскости $2x + 3y - 6z + 5 = 0$ .	$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-4}{-6}$
13.	Если прямая $\frac{x+5}{2} = \frac{y-1}{A} = \frac{z}{-3}$ параллельна прямой $\frac{x+3}{3} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z-2}{B}$ , то $A \cdot B =$	12
14.	Определить, при каком $\alpha$ перпендикулярны прямые: $\frac{x+5}{\alpha} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z-1}{3}$ и $\frac{x+3}{2} = \frac{y+7}{5} = \frac{z-5}{-2}$ .	13
15.	Если $\varphi$ – острый угол между прямой $\frac{x+4}{1} = \frac{y-6}{-3} = \frac{z+1}{1}$ и плоскостью $3x - y - z + 5 = 0$ , то	$\sin \varphi = \frac{5}{11}$
16.	Определить, при каком $C$ прямая $\frac{x+3}{3} = \frac{y+7}{6} = \frac{z-5}{-2}$ параллельна плоскости $Cx - y - 6z + 5 = 0$ .	- 2
17.	Направляющий вектор прямой пересечения двух плоскостей $\begin{cases} 3x + y - 5 = 0 \\ 4x - 2z + 1 = 0 \end{cases}$ может иметь координаты	$(1; -3; 2)$
18.	Найти точку пересечения прямой $\frac{x+3}{3} = \frac{y-7}{1} = \frac{z+2}{-2}$ и плоскости $2x - y - z + 4 = 0$ .	$(0; 8; -4)$
19.	Найти все пары векторов, образующих базис: А) $\vec{a} = (1; 2)$ ; $\vec{b} = (4; 0)$ ;    Б) $\vec{a} = (3; 2)$ ; $\vec{b} = (2; -3)$ ;    В) $\vec{a} = (2; -3)$ ; $\vec{b} = (-4; 6)$ ;    Г) $\vec{a} = (1; 0)$ ; $\vec{b} = (0; 1)$ .	А, Б, Г
20.	Определить $\gamma$ , при котором векторы $\vec{a} = (-2; \gamma)$ и $\vec{b} = (5; 2)$ не образуют базис.	- 0,8
21.	Разложить вектор $\vec{a} = (1; 5)$ по базису $\vec{b} = (-1; 2)$ $\vec{c} = (5; -3)$ .	$\vec{a} = 4\vec{b} + \vec{c}$
22.	Найти максимальное из собственных значений матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ .	4
23.	Составить уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если малая полуось $b = 4$ , а $c = 2$ .	$\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{16} = 1$

24.	Найти эксцентриситет эллипса $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$ .	$\frac{5}{7}$
25.	Центр эллипса $x^2 + 3y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ находится в точке	(2; -1)
26.	Найти радиус окружности $x^2 + y^2 + 4x + 6y = 0$ .	$\sqrt{13}$
27.	Составить уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если действительная полуось $a = 2$ , $c = 5$ .	$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{21} = 1$
28.	Уравнения асимптот гиперболы $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{25} = 1$ имеют вид	$y = \pm \frac{5}{6}x$
29.	Центр гиперболы $x^2 - 2y^2 - 6x - 4y + 6 = 0$ находится в точке	(3; -1)
30.	Составить уравнение параболы, если даны ее фокус $F(-5, 0)$ и директриса $x = 5$ .	$y^2 = -20x$
31.	Вершина параболы $2y^2 - 5x - 8y + 3 = 0$ находится в точке	(-1; 2)
32.	Определить вид и расположение кривой $2x^2 - y^2 - 16x - 2y + 29 = 0$ .	Гипербола с центром в точке (4; -1)
33.	Указать все верные утверждения: А) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ - уравнение цилиндра; Б) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ - уравнение конуса; В) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$ - уравнение однополостного гиперболоида; Г) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2pz$ - уравнение гиперболического параболоида.	Г
34.	Указать все верные утверждения: если $A^*$ - оператор, сопряженный к $A$ , а $B^*$ - к $B$ , то А) $(A^*)^* = A$ ;      Б) $(A+B)^* = A^* + B^*$ ; В) $(AB)^* = A^*B^*$ ;      Г) $AA^* = A^*A$ .	А,Б
35.	Выбрать все верные утверждения: А) Если векторы линейно независимы, то они образуют базис. Б) Если векторы образуют базис, то они линейно независимы. В) Для того, чтобы векторы образовывали базис, необходимо и достаточно, чтобы они были линейно независимыми. Г) Если векторы линейно зависимы, они не образуют базис.	Б,Г
36.	Пусть заданы $m$ векторов $n$ - мерного пространства. Указать все правильные утверждения: А) Если $m > n$ , то векторы не образуют базис. Б) Если $m < n$ , то векторы образуют базис. В) Если $m > n$ , то векторы линейно зависимы. Г) Если $m = n$ , то векторы образуют базис.	А,В

Время на выполнение: 80 мин.

**Критерии оценивания**

«отлично» - 85%-100% правильных ответов,

«хорошо»- 65%-85% правильных ответов,

«удовлетворительно»- 50%-65% правильных ответов,

### В3 – Итоговая контрольная работа

**Задание 1** Дана матрица  $A$  и многочлен  $f(x) = x^{-1} - 4x^2 + 5x + 3$ . Вычислите  $f(A)$ :

1в $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$	2в $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$	3в $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$	4в $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$	5в $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$
6в $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$	7в $A = \begin{pmatrix} 8 & -5 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$	8в $A = \begin{pmatrix} 9 & 3 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$	9в $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$	10в $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$

**Задание 2** Предприятие выпускает три вида продукции, используя сырье трех видов. Необходимые характеристики производства указаны в таблицах (соответственно варианту). Требуется определить объем выпуска продукции каждого вида при заданных запасах сырья.

Вид сырья	Расход сырья на единицу продукции (усл.ед.) по видам			Запас сырья (усл.ед.) по вариантам				
	1	2	3	1в	2в	3в	4в	5в
1	2	3	4	2000	1600	1800	900	2700
2	2	1	1	700	900	800	400	1200
3	3	2	2	1300	1500	1400	700	2100
	1	2	3	6в	7в	8в	9в	10в
1	2	3	5	2300	1700	1000	3000	4600
2	4	3	1	1300	1900	800	2400	2600
3	4	2	3	1700	1700	900	2700	3400

**Указание:** Записать балансовые соотношения при условии полного расхода запасов каждого вида сырья. Полученную систему линейных уравнений решить методом Гаусса.

**Задание 3** Дана система линейных уравнений. Требуется показать, что система совместна и найти ее решение тремя способами: а) по формулам Крамера, выполнить проверку решения; б) методом Гаусса, в) методом обратной матрицы

$$\mathbf{1вар.} \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 13 \end{cases}$$

$$\mathbf{2вар.} \begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 = -3 \\ x_1 + 3x_2 + 7x_3 = -2 \\ 7x_1 - 3x_2 + 6x_3 = 5 \end{cases}$$

$$\mathbf{3вар.} \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 8x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -1 \\ 7x_1 - 5x_3 = 16 \end{cases}$$

$$\mathbf{4вар.} \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = -1 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 9 \\ x_1 - 3x_3 = -5 \end{cases}$$

**Задание 4** Методом исключения неизвестных найти общее и базисные решения систем уравнений:

$$\mathbf{1вар.} \begin{cases} 5x_1 - 8x_2 - 4x_3 = -10 \\ 7x_1 - x_2 + 11x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\mathbf{2вар.} \begin{cases} 5x_1 - x_2 + 4x_3 = 25 \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 16 \end{cases}$$

$$\text{3вар. } \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 - x_3 = 4 \\ 7x_1 - 8x_2 - 7x_3 = -25 \end{cases}$$

$$\text{4вар. } \begin{cases} 12x_1 - 8x_2 - 3x_3 = 0 \\ 8x_1 - 2x_2 = 2 \end{cases}$$

**Задание 5** Найти произведение матриц  $AB = C$ , если  $A$ ,  $B$  даны:

$$\text{1вар. } A \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 10 & 3 \\ -2 & 4 \\ 1 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\text{2вар. } A \begin{pmatrix} 11 & 3 & -2 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{3вар. } A \begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 \\ 2 & 10 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ -1 & 3 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\text{4вар. } A \begin{pmatrix} 6 & 4 & 0 \\ -1 & 8 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 12 & 1 \\ -7 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$

**Задание 6** Даны вершины треугольника  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ . Найти:

- уравнения всех трех его сторон;
- систему неравенств, определяющих множество точек, принадлежащих треугольнику, включая его стороны;
- внутренний угол  $A$  треугольника в градусах и минутах;
- уравнение и длину высоты, проведенной из вершины  $A$ ;
- площадь треугольника.

<b>1вар</b>	$A(6;14), B(1;2), C(9;8)$ .	<b>3вар</b>	$A(4;14), B(-1;2), C(7;8)$ .
<b>2вар</b>	$A(4;10), B(-1;-2), C(7;4)$ .	<b>4вар</b>	$A(6;13), B(1;1), C(9;7)$ .

**Задание 7** Даны координаты векторов  $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ . Найти:

- длину вектора  $|2\bar{a} - \bar{b}|$ ;
- скалярное произведение векторов  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$ ;
- косинус угла между векторами  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$ ;
- смешанное произведение векторов  $\bar{a}, \bar{b}$  и  $\bar{c}$ ;
- объем параллелепипеда  $V_1$  и объем пирамиды  $V_2$ , построенных на векторах  $\bar{a}, \bar{b}$  и  $\bar{c}$ .

<b>1вар</b>	$\bar{a} = (2; 3; 1)$ ,	$\bar{b} = (2; 3; 4)$ ,	$\bar{c} = (3; 1; -1)$ .
<b>2вар</b>	$\bar{a} = (1; -1; -3)$ ,	$\bar{b} = (2; 3; 1)$ ,	$\bar{c} = (2; 3; 4)$ .
<b>3вар</b>	$\bar{a} = (3; 1; -1)$ ,	$\bar{b} = (-2; -1; 0)$ ,	$\bar{c} = (5; 2; -1)$ .
<b>4вар</b>	$\bar{a} = (4; 3; 1)$ ,	$\bar{b} = (6; 7; 4)$ ,	$\bar{c} = (2; 0; -1)$ .

**Задание 8** Решите задачу и сделайте чертеж

**1вар** По уравнению сторон треугольника  $2x-3y+5=0$ ,  $x+y-10=0$  и  $2x+7y-25=0$ . Найти координаты его вершин. Сделать построение.

**2вар** Написать уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых  $x+y-6=0$ ,  $2x+y-13=0$  и отсекающей на осях координат равные положительные отрезки. Сделать построение.

**Звар** При каком значении  $C$  прямая  $15x + 17y + C = 0$  будет проходить через точку пересечения прямых  $2x + 3y - 5 = 0$  и  $7x - 8y + 1 = 0$ ? Сделать построение.

**4вар** Даны уравнения сторон треугольника  $2x - 5y + 23 = 0$ ,  $4x + y - 9 = 0$  и  $x + 3y - 5 = 0$ . Составить уравнение прямой, проходящей через вершину треугольника параллельно его стороне, образующей с осью абсцисс острый угол. Сделать построение.

**Задание 9** Дано общее уравнение кривой второго порядка  $F(x, y) = 0$ .

1) Преобразовать уравнение к каноническому виду;

2) построить кривую.

	$F(x, y)$
<b>1вар</b>	$5x^2 - 40x - 2y + 92 = 0$
<b>2вар</b>	$2x^2 + 3y^2 + 4x - 12y + 2 = 0$
<b>3вар</b>	$28x^2 - 112x + 3y + 106 = 0$
<b>4вар</b>	$2x^2 + 5y^2 + 8x - 20y + 8 = 0$

**Задание 10** Коллинеарны ли векторы  $\bar{c}_1, \bar{c}_2$ . Перпендикулярны ли векторы  $\bar{c}_3, \bar{c}_4$ , если  $\bar{c}_1 = \bar{a} + 2\bar{b}$ ;  $\bar{c}_2 = 3\bar{a} + 3\bar{b}$ ;  $\bar{c}_3 = \bar{a} - \bar{b}$ ;  $\bar{c}_4 = 2\bar{a} - \bar{b}$

	$\bar{a}$	$\bar{b}$
<b>1вар</b>	$4\bar{i} + \bar{j} + 3\bar{k}$	$8\bar{i} + 3\bar{j} - \bar{k}$
<b>2вар</b>	$5\bar{i} + 4\bar{j} + 3\bar{k}$	$7\bar{i} + 9\bar{j} - 2\bar{k}$
<b>3вар</b>	$\bar{i} - 5\bar{j} + 2\bar{k}$	$2\bar{i} + \bar{j} - 7\bar{k}$
<b>4вар</b>	$5\bar{i} + \bar{j} + 3\bar{k}$	$2\bar{j} + 6\bar{k}$

**Задание 11** Решить систему линейных уравнений  $A \cdot X = B$  методом последовательного исключения неизвестных, выяснив предварительно вопрос о ее совместности с помощью теоремы Кронекера-Капелли. В случае неопределенности системы найти ее общее, базисное и любое частное решение.

**1вар** 
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 + 3x_5 = 6 \\ 3x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 2 \\ 5x_1 - 22x_2 - 7x_3 + 18x_4 + 11x_5 = 11 \\ 3x_1 - 7x_2 + 2x_3 + 11x_4 + 2x_5 = 5 \end{cases}$$

**3вар** 
$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 1 \\ -5x_1 - 8x_2 - 6x_3 + 10x_4 - 7x_5 = -4 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + 3x_5 = 4 \\ -x_1 + 3x_2 - 3x_3 + x_4 - 2x_5 = 6 \end{cases}$$

**2вар** 
$$\begin{cases} 5x_2 + 8x_3 - 4x_4 - 4x_5 = 8 \\ x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 - x_5 = 4 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 + x_5 = 6 \end{cases}$$

**4вар** 
$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 + 2x_5 = -1 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 3x_4 - x_5 = 3 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_4 + x_5 = 6 \\ -3x_1 - 9x_2 - 10x_4 + 8x_5 = -5 \end{cases}$$

**Задание № 12** (пирамиды) Даны координаты вершин пирамиды  $ABCD$ . Требуется:

1 Записать векторы  $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}$  в системе орт и найти модули этих векторов.

2 Найти угол между векторами  $\overline{AB}$  и  $\overline{AC}$ .

3 Найти площадь грани  $ABC$ .

4 Найти объем пирамиды.

5 Найти каноническое уравнение прямой, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно плоскости  $ABC$ .

6 Найти точки пересечения полученной прямой с плоскостью  $ABC$  и с координатными плоскостями  $xOy$ ;  $xOz$ ;  $yOz$ .

7 Найти уравнение плоскости, проходящей через точку  $D$  и  $C$  и перпендикулярно плоскости  $ABC$ .

8 Длину ребра  $AB$ ;

9 Длину высоты пирамиды, проведенной из вершины  $D$ ;

10 Уравнение ребра  $AC$ .



**1вар** A(2;-3,1); B(6,1,-1);C(4,8,-9);  
D(2,-1,2)  
**3вар** A(5, -1,-4); B(9,3,-6); C(7,10,-4)  
D (5,1,-3)

**2вар** A(1, -4,-0); B(5,0,-2); C(3,7,-10,)  
D (1,-2,1)  
**4вар** A(-3, -6,2); B(1,-2,0); C(-1,5,-8)  
D (-3,-4,3)

**Блок С - Оценочные средства для диагностирования сформированности уровня компетенций – «владеть»**

**Решить тестовые задачи экономического содержания**

**1 Выберите правильный ответ:**

Два магазина продают товары A, B, C сортов I, II, III. Примерное количество продаваемых ежедневно товаров представлено в таблице:

Сорт товара	Первый магазин			Второй магазин		
	A	B	C	A	B	C
I	300	220	180	200	150	100
II	120	100	120	200	100	130
III	50	40	45	30	40	50

Сколько товаров каждого сорта будет продано, если первый магазин будет работать два дня, а второй три дня?

a) Всего магазины работали 5 дней, тогда  $5*(X_1+X_2) = \begin{pmatrix} 3500 & 2250 \\ 1700 & 2150 \\ 675 & 600 \end{pmatrix}$

b)  $2X_1 + 3X_2 = \begin{pmatrix} 1200 & 890 & 660 \\ 840 & 500 & 630 \\ 190 & 200 & 240 \end{pmatrix}$

c) Всего магазины работали 5 дней, тогда  $5*(X_1+X_2) = \begin{pmatrix} 2500 & 1850 & 1400 \\ 1600 & 1000 & 1250 \\ 400 & 400 & 475 \end{pmatrix}$

**2 Выберите правильный ответ:**

Два магазина продают товары A, B, C сортов I, II, III. Примерное количество продаваемых ежедневно товаров представлено в таблице:

Сорт товара	Первый магазин			Второй магазин		
	A	B	C	A	B	C
I	300	220	180	200	150	100
II	120	100	120	200	100	130
III	50	40	45	30	40	50

Сколько товаров каждого сорта продают вместе оба магазина ежедневно?

a)  $X = \begin{pmatrix} 1150 \\ 770 \\ 255 \end{pmatrix}$       b)  $X = \begin{pmatrix} 700 & 450 \\ 340 & 430 \\ 135 & 120 \end{pmatrix}$       c)  $X = \begin{pmatrix} 500 & 370 & 280 \\ 320 & 200 & 250 \\ 80 & 80 & 95 \end{pmatrix}$

**3 Выберите правильный ответ:**

Предприятие выпускает мебель трех видов и продает ее в четырех регионах. Матрица

$B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 & 2 \\ 1 & 8 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$  задает количество реализованной мебели  $m$ -го (строки) типа в  $n$ -м (столбцы)

регионе. Определить выручку предприятия в каждом регионе, если цена реализации единицы мебели  $m$ -го типа задана матрицей  $A = \begin{pmatrix} 100 \\ 200 \\ 300 \end{pmatrix}$ .

a)  $C = (1000 \ 3300 \ 1000 \ 1900)$

b)  $C = \begin{pmatrix} 200 & 500 & 100 & 200 \\ 200 & 1600 & 600 & 800 \\ 600 & 1200 & 300 & 900 \end{pmatrix}$

c)  $C = \begin{pmatrix} 1000 \\ 3200 \\ 3000 \end{pmatrix}$

#### 4 Выберите правильный ответ:

Цех фабрики производит 4 вида продукции:  $A, B, C, D$ . Объемы ежедневного производства заданы таблицей:

Цех	Вид продукции			
	$A$	$B$	$C$	$D$
I	50	100	90	100
стоимость	10	15	20	15

Стоимость единицы выпускаемой продукции  $A, B, C, D$  равна соответственно 10, 15, 20, 15. Стоимость продукции, выпускаемой ежедневно цехом можно вычислить:

a)  $(50 \ 100 \ 90 \ 100) * \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \\ 20 \\ 15 \end{pmatrix} = (5300)$

b)  $\begin{pmatrix} 10 \\ 15 \\ 20 \\ 15 \end{pmatrix} * (50 \ 100 \ 90 \ 100) = \begin{pmatrix} 500 & 1000 & 900 & 1000 \\ 750 & 1500 & 1350 & 1500 \\ 1000 & 200 & 1800 & 2000 \\ 750 & 1500 & 1350 & 1500 \end{pmatrix}$

c) вычислить нельзя

#### 5 Выберите правильный ответ:

Продажа товара видов  $A, B, C, D$  магазином в течении недели задана матрицей

$F_{ij} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 & 1 \\ 30 & 5 & 70 & 110 \\ 30 & 0 & 60 & 120 \\ 90 & 0 & 90 & 170 \\ 20 & 0 & 60 & 50 \\ 90 & 0 & 90 & 190 \\ 80 & 0 & 100 & 210 \end{pmatrix}$ , где  $i$ - день недели,  $j$ -вид товара, тогда

a) вторник можно сделать выходным днем, товар вида  $D$  – продавать не стоит, субботу и воскресенье – нужно взять дополнительного продавца.

б) понедельник можно сделать выходным днем, субботу и воскресенье — нужно взять дополнительного продавца.

с) понедельник можно сделать выходным днем, товар вида  $B$  — продавать не стоит, субботу и воскресенье — нужно взять дополнительного продавца.

**6 Выберите правильный ответ:**

В некоторой отрасли  $m$  заводов выпускают  $n$  видов продукции. Матрица  $A_{m \times n}$  задает объемы продукции на каждом заводе в первом квартале, матрица  $B_{m \times n}$  — соответственно во втором;  $(a_{ij}, b_{ij})$  — объемы продукции  $j$ -го типа на  $i$ -м заводе в 1-м и 2-м кварталах соответственно;

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 1 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{Найти объемы продукции за полугодие:}$$

$$\text{а) } A-B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ -1 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ -3 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{б) } A+B = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 9 \\ 3 & 6 & 3 \\ 8 & 4 & 7 \\ 3 & 7 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{с) } A*B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 14 \\ 2 & 8 & 2 \\ 16 & 3 & 6 \\ 10 & 2 & 12 \end{pmatrix}$$

**7 Выберите правильный ответ:**

В некоторой отрасли  $m$  заводов выпускают  $n$  видов продукции. Матрица  $A_{m \times n}$  задает объемы продукции на каждом заводе в первом квартале, матрица  $B_{m \times n}$  — соответственно во втором;  $(a_{ij}, b_{ij})$  — объемы продукции  $j$ -го типа на  $i$ -м заводе в 1-м и 2-м кварталах соответственно;

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 1 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{Найти прирост объемов производства во втором квартале по сравнению с первым по видам продукции и заводам:}$$

$$\text{а) } D=B-A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -5 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{б) } D=A+B = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 9 \\ 3 & 6 & 3 \\ 8 & 4 & 7 \\ 3 & 7 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{с) } D=A*B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 14 \\ 2 & 8 & 2 \\ 16 & 3 & 6 \\ 10 & 2 & 12 \end{pmatrix}$$

**8 Выберите правильный ответ:** Три завода выпускают два вида продукции, заданные матрицами

помесячных выпусков  $A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 7 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$ ,  $A_2 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $A_3 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ . Необходимо найти матрицу выпуска

продукции за квартал

$$\text{а) } A_1 + A_2 + A_3 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 7 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 7 & 13 \\ 11 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\text{б) } A_1 + A_2 + A_3 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 7 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 7 & 13 \\ 11 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 20 \\ 21 \end{pmatrix}$$

$$\text{с) } 3*(A_1 + A_2 + A_3) = 3*\left(\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 7 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 24 & 12 \\ 21 & 39 \\ 33 & 30 \end{pmatrix}$$

**9 Выберите правильный ответ:**

Три завода выпускают два вида продукции, заданные матрицами помесячных выпусков  $A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 7 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$ ,

$$A_2 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, A_3 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Найти сколько всей продукции выпускает каждый завод:}$$

а) ответить на данный вопрос нельзя, т.к. не хватает условий

б)  $A_1 = (2+2+3+7+7+8) = 29$ ,  $A_2 = (2+2+3+1+1+1) = 10$ ,  $A_3 = (4+1+5+3+1) = 14$

$$\text{с) } A_1 + A_2 + A_3 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 7 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 7 & 13 \\ 11 & 10 \end{pmatrix}$$

**10 Выберите правильный ответ:** Частным лицом куплено три пакета акций в количестве  $X = \begin{pmatrix} 25 \\ 30 \\ 10 \end{pmatrix}$

. Цена одной акции в каждом пакете равна 20 ден. ед., 55 ден. ед., 80 ден. ед. соответственно. Найдите стоимость всех акций:

$$\text{а) } C = (20 \ 55 \ 80) * \begin{pmatrix} 25 \\ 30 \\ 10 \end{pmatrix} = 2950 \qquad \text{б) } C = \begin{pmatrix} 25 \\ 30 \\ 10 \end{pmatrix} * (20 \ 55 \ 80) = 2950$$

$$\text{с) } C = (20 + 55 + 80) * \begin{pmatrix} 25 \\ 30 \\ 10 \end{pmatrix} = 155 * \begin{pmatrix} 25 \\ 30 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3875 \\ 4650 \\ 1550 \end{pmatrix}$$

**11 Выберите правильный ответ:**

Два различных по качеству вида продукта продаются в трех магазинах. Матрица  $A$ - объем продаж этих продуктов в магазинах в 1-м квартале, матрица  $B$ - 2-м квартале (в тыс. руб.). Тогда объем продаж за два квартала считаем: 2) прирост продаж во 2-м квартале по сравнению с первым.

$$\text{а) } A + B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \qquad \text{б) } B - A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \qquad \text{с) } A * B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

**12 Выберите правильный ответ:**

Два различных по качеству вида продукта продаются в трех магазинах. Матрица  $A$ - объем продаж этих продуктов в магазинах в 1-м квартале, матрица  $B$ - 2-м квартале (в тыс. руб.). Тогда прирост продаж во 2-м квартале по сравнению с первым считаем:

$$\text{a) } A + B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{b) } B - A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{c) } A * B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

**13 Выберите правильный ответ:**

Фирма состоит из двух отделений, суммарная величина прибыли которых в минувшем году составляет 15 млн усл. ед. На этот год запланировано увеличение прибыли первого отделения на 80%, второго – на 55%. В результате суммарная прибыль должна вырасти в 2 раза. Тогда прибыль в минувшем году можно посчитать:

$$\text{a) } A * X = B \text{ т.е. } \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0,8 & 0,55 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 30 \end{pmatrix} \quad \text{b) } X = A/B \text{ т.е. } \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0,8 & 0,55 \end{pmatrix} \div \begin{pmatrix} 15 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } A * X = B \text{ т.е. } \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1,8 & 1,55 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 30 \end{pmatrix}$$

**14 Выберите правильный ответ:** Дана матрица прямых затрат  $A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,5 \\ 0,2 & 0,3 \end{pmatrix}$  и вектор валового

выпуска  $X = \begin{pmatrix} 800 \\ 900 \end{pmatrix}$ . Найти компоненты  $y_1, y_2$  вектора конечного продукта  $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$ :

$$\text{a) } Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = (E - A) * \begin{pmatrix} 800 \\ 900 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9 & -0,5 \\ -0,2 & 0,7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 800 \\ 900 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270 \\ 470 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,5 \\ 0,2 & 0,3 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 800 \\ 900 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 530 \\ 430 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = (E - A)^{-1} * \begin{pmatrix} 800 \\ 900 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9 & 0,5 \\ 0,2 & 0,7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 800 \\ 900 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270 \\ 470 \end{pmatrix}$$

**15 Выберите правильный ответ:** Цех выпускает продукцию трёх видов. По известным объёмам выпуска продукции за три дня и денежным затратам на производство за эти дни составлена система уравнений:

$$\text{a) } \begin{cases} 5x + 8y + z = 7; \\ x + 2y + 3z = 1; \\ 2x + 3y + 2z = 9. \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 5x - 8y - z = 7; \\ x - 2y - 3z = 1; \\ 2x - 3y - 2z = 9. \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 5x + 8y + z = -7; \\ x + 2y + 3z = 1; \\ 2x + 3y + 2z = 9. \end{cases}$$

**16 Выберите правильный ответ:** Для системы  $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 1700 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 1900 \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1700 \end{cases}$  по формулам Кра-

мера  $x_1$  равен:

$$\text{a) } 220 \quad \text{b) } -220 \quad \text{c) } \frac{1}{220}$$

**17 Выберите правильный ответ:** Требуется доставить горючее в пункты  $A, B, C$  трех видов. Расход горючего по доставке в каждый пункт соответственно и общий объем тонн  $a, b, c$  в пункты соответственно приведен в таблице. Найти оптимальную доставку горючего по трем пунктам каждого вида с полным расходом запаса.

	A	B	C	
1	20	30	50	$a=22000$

2	40	30	10	$b=15000$
3	40	20	30	$c=16000$

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \begin{cases} 20x - 40y - 40z = 22000 \\ 30x - 30y - 20z = 15000 \\ 50x - 10y - 30z = 16000 \end{cases} \\
 \text{b) } \begin{cases} 20x + 40y + 40z = 22000 \\ 30x + 30y + 20z = 15000 \\ 50x + 10y + 30z = 16000 \end{cases} \\
 \text{c) } \begin{cases} 20x + 30y + 50z = 22000 \\ 40x + 30y + 10z = 15000 \\ 40x + 20y + 30z = 16000 \end{cases}
 \end{array}$$

**18 Выберите правильный ответ:** Пусть изучается баланс производства двух отраслей.

Матрица техники производства  $A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,4 \\ 0,2 & 0,4 \end{pmatrix}$  Вариант плана выпуска конечного продукта:  $q_1 =$

10000,  $q_2 = 8000$ . Тогда объем производства  $Q_1$  и  $Q_2$  для плана равен:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23000 \\ 23000 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5200 \\ 5200 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23000 \\ 21000 \end{pmatrix}$$

**19 Выберите правильный ответ:** В таблице приведены коэффициенты прямых затрат и конечная продукция отраслей на плановый период, усл. ден. ед.:

Отрасль		Потребление		Конечный продукт
		Промышленность	Сельское хозяйство	
Производство	Промышленность	0,3	0,2	300
	Сельское хозяйство	0,15	0,1	100

Тогда матрица полных затрат равна:

$$\text{a) } S = (E - A)^{-1} = \frac{1}{0,6} \begin{pmatrix} 0,9 & 0,2 \\ 0,15 & 0,7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,5 & 0,33 \\ 0,25 & 1,17 \end{pmatrix}.$$

$$\text{b) } S = (E - A)^{-1} = 0,6 \begin{pmatrix} 0,9 & 0,2 \\ 0,15 & 0,7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,54 & 0,12 \\ 0,09 & 0,42 \end{pmatrix}.$$

$$\text{c) } S = E - A = \begin{pmatrix} 0,7 & -0,8 \\ -0,15 & 0,9 \end{pmatrix}$$

**20 Выберите правильный ответ:** В таблице приведены коэффициенты прямых затрат и конечная продукция отраслей на плановый период, усл. ден. ед.:

Отрасль		Потребление		Конечный продукт
		Промышленность	Сельское хозяйство	
Производство	Промышленность	0,3	0,2	300
	Сельское хозяйство	0,15	0,1	100

Вычислить вектор валового продукта  $X$ :

$$\text{a) } X = (E - A)^{-1} * \begin{pmatrix} 300 \\ 100 \end{pmatrix} = \frac{1}{0,6} \begin{pmatrix} 0,9 & 0,2 \\ 0,15 & 0,7 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 300 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,5 & 0,33 \\ 0,25 & 1,17 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 300 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 483 \\ 192 \end{pmatrix}.$$

$$\text{b) } X = (E - A)^{-1} = 0,6 \begin{pmatrix} 0,9 & 0,2 \\ 0,15 & 0,7 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 300 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,54 & 0,12 \\ 0,09 & 0,42 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 300 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 174 \\ 69 \end{pmatrix}.$$

$$\text{c) } X = E - A = \begin{pmatrix} 0,7 & -0,8 \\ -0,15 & 0,9 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 300 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 130 \\ 45 \end{pmatrix}.$$

**21 Выберите правильный ответ:** Валовые продукты отраслей, межотраслевые поставки, а так же чистая продукция отраслей, приведены в таблице (в усл. ден.ед):

Отрасль		Потребление		Конечный продукт	Валовой продукт
		Промышленность	Сельское хозяйство		
Производство	Промышленность	144,9	38,4	300	483
	Сельское хозяйство	72,5	19,2	100	192
Чистая продукция		265,6	134,4		
Валовая продукция		483	192		

Необходимый объем валового выпуска каждой отрасли, если конечное потребление продукции сельского хозяйства увеличится на 20%, а промышленности на 10%.

Вычислить вектор продукции :

$$a) X = (E - A)^{-1} * \begin{pmatrix} 300 * 1,1 \\ 100 * 1,2 \end{pmatrix} = \frac{1}{0,6} \begin{pmatrix} 0,9 & 0,2 \\ 0,15 & 0,7 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 300 * 1,1 \\ 100 * 1,2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,5 & 0,33 \\ 0,25 & 1,17 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 300 * 1,1 \\ 100 * 1,2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 534,6 \\ 221,9 \end{pmatrix}.$$

$$b) X = (E - A)^{-1} = 0,6 \begin{pmatrix} 0,9 & 0,2 \\ 0,15 & 0,7 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 300 * 1,1 \\ 100 * 1,2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,54 & 0,12 \\ 0,09 & 0,42 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 330 \\ 120 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 192,6 \\ 80,1 \end{pmatrix}.$$

$$c) X = E - A = \begin{pmatrix} 0,7 & -0,8 \\ -0,15 & 0,9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 300 * 1,1 \\ 100 * 1,2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 135 \\ 58,5 \end{pmatrix}.$$

**22 Выберите правильный ответ:** Дана матрица прямых затрат  $A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,5 \\ 0,3 & 0,2 \end{pmatrix}$ .

Найти: а) вектор валовой продукции X для обеспечения выпуска конечной продукции  $Y = \begin{pmatrix} 400 \\ 500 \end{pmatrix}$ :

$$a) X = (E - A)^{-1} * \begin{pmatrix} 400 \\ 500 \end{pmatrix} = \frac{1}{0,57} \begin{pmatrix} 0,8 & 0,5 \\ 0,3 & 0,9 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 400 \\ 500 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,4 & 0,9 \\ 0,5 & 1,6 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 400 \\ 500 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1010 \\ 1000 \end{pmatrix}.$$

$$b) X = (E - A)^{-1} = 0,57 \begin{pmatrix} 0,1 & 0,5 \\ 0,3 & 0,2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 400 \\ 500 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,9 \\ 0,5 & 0,4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 400 \\ 500 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 330 \\ 220 \end{pmatrix}.$$

$$c) X = E - A = \begin{pmatrix} 0,9 & -0,5 \\ -0,3 & 0,8 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 400 \\ 500 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 110 \\ 280 \end{pmatrix}.$$

**23 Выберите правильный ответ:** Дана матрица прямых затрат  $A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,5 \\ 0,3 & 0,2 \end{pmatrix}$ .

Найти: а) вектор валовой продукции X для обеспечения выпуска конечной продукции  $Y = \begin{pmatrix} 400 \\ 500 \end{pmatrix}$ :

$$a) X = (E - A)^{-1} * \begin{pmatrix} 400 \\ 500 \end{pmatrix} = \frac{1}{0,57} \begin{pmatrix} 0,8 & 0,5 \\ 0,3 & 0,9 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 400 \\ 500 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,4 & 0,9 \\ 0,5 & 1,6 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 400 \\ 500 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1010 \\ 1000 \end{pmatrix}.$$

$$b) X = (E - A)^{-1} = 0,57 \begin{pmatrix} 0,1 & 0,5 \\ 0,3 & 0,2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 400 \\ 500 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,9 \\ 0,5 & 0,4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 400 \\ 500 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 330 \\ 220 \end{pmatrix}.$$

$$c) X = E - A = \begin{pmatrix} 0,9 & -0,5 \\ -0,3 & 0,8 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 400 \\ 500 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 110 \\ 280 \end{pmatrix}.$$

**24 Выберите правильный ответ:** Производительность труда работника ПТ, исчисленная в стоимости производимой им за один час рабочего времени продукции, выражается следующей формулой в виде линейной зависимости производительности от трех факторов  $ПТ = a_1T + a_2\Phi + a_3ЗП$ , где Т — стаж работы по специальности в годах;

Φ — фондооснащенность работника, выраженная в стоимости используемых им технических средств производства в рублях;

ЗП — часовая заработная плата работника в рублях.

Пусть на примере трех работников фирмы установлено, что:

1) для первого работника, имеющего Т=10 лет, Φ=2000 рублей и ЗП= 10 рублей в час, ПТ= равна 95 рублей в час;

- 2) для второго работника, имеющего  $T=16$  лет,  $\Phi=1500$  рублей и  $ЗП=8$  рублей в час,  $ПТ=78$  рублей в час;  
 3) для третьего работника, имеющего  $T=20$  лет,  $\Phi=2500$  рублей и  $ЗП=12$  рублей в час,  $ПТ=120$  рублей в час.

Вычислить коэффициенты  $a_1, a_2, a_3$ , характеризующие интенсивность влияния разных факторов на производительность труда в данной фирме:

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \begin{cases} 10a_1 - 2000a_2 - 10a_3 = 95; \\ 16a_1 - 1500a_2 - 8a_3 = 78; \\ 20a_1 - 2500a_2 - 12a_3 = 120. \end{cases} \\
 \text{b) } \begin{cases} 10a_1 + 2000a_2 + 10a_3 = 95; \\ 16a_1 + 1500a_2 + 8a_3 = 78; \\ 20a_1 + 2500a_2 + 12a_3 = 120. \end{cases} \\
 \text{c) } \begin{cases} 10a_1 + 2000a_2 + 10a_3 = 0; \\ 16a_1 + 1500a_2 + 8a_3 = 0; \\ 20a_1 + 2500a_2 + 12a_3 = 0. \end{cases}
 \end{array}$$

**25 Выберите правильный ответ:** Найти выигрыши потребителей и поставщиков в предложении установления рыночного равновесия, если законы спроса и предложения имеют вид:  $P + 12x = 186$  и  $P - (11/6)x = 20$

- a)  $x = 12, P = 42$                       b)  $x = 10, P = 40$                       c)  $x = 22, P = 32$

**26 Выберите правильный ответ:** Дана матрица полных затрат  $S = \begin{pmatrix} 1,125 & 0,125 \\ 0,125 & 1,125 \end{pmatrix}$  и вектор конечного продукта  $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$ . Найти компоненты  $x_1, x_2$  вектора валового выпуска  $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ :

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \begin{cases} 1,125x_1 + 0,125x_2 = y_1 \\ 0,125x_1 + 1,125x_2 = y_2 \end{cases} \\
 \text{b) } \begin{cases} 1,125y_1 + 0,125y_2 = x_1 \\ 0,125y_1 + 1,125y_2 = x_2 \end{cases} \\
 \text{c) } X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,125 & 0,125 \\ 0,125 & 1,125 \end{pmatrix}^{-1} * \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

**27 Выберите правильный ответ:**

Предприятие выпускает ежедневно четыре вида изделий, основные показатели отражены в таблице:

Вид изделия	Количество изделий, ед.	Расход сырья, кг/изд.	Норма времени изготовления, ч/изд.	Цена изделия, ден. ед./изд.
1	15	3	8	35
2	24	3	6	40
3	26	4	5	30
4	35	2	8	35

Тогда

- a) (15 24 26 35) – вектор расхода сырья; (3 3 4 2) – вектор ассортимента; (8 6 5 8) – вектор затрат рабочего времени; (35 40 30 35) ценовой вектор.  
 в) (15 24 26 35) – вектор ассортимента; (3 3 4 2) – вектор расхода сырья; (8 6 5 8) – вектор затрат рабочего времени; (35 40 30 35) ценовой вектор.  
 с) (15 24 26 35) – вектор затрат рабочего времени; (3 3 4 2) – вектор расхода сырья; (8 6 5 8) – вектор ассортимента; (35 40 30 35) ценовой вектор.

**28 Выберите правильный ответ:**

Предприятие выпускает ежедневно четыре вида изделий, основные показатели отражены в таблице:

Вид изделия	Количество изделий, ед. ( $\bar{q}$ )	Расход сырья, кг/изд. ( $\bar{s}$ )	Норма времени изготовления, ч/изд. ( $\bar{t}$ )	Цена изделия, ден. ед./изд. ( $\bar{P}$ )
1	15	3	8	35
2	24	3	6	40
3	26	4	5	30
4	35	2	8	35



Тогда Расход сырья  $S$ , общие затраты рабочего времени  $T$ , стоимость  $P$  выпускаемой продукции соответственно будут равны скалярному произведению векторов:

$$a) S = \bar{q} * \bar{s} = 15*3+24*3+26*4+35*2 = 45+72+104+70 = 291$$

$$T = \bar{q} * \bar{t} = 15*8+24*6+26*5+35*8 = 120+144+130+280 = 674$$

$$P = \bar{q} * \bar{p} = 15*35+24*40+26*30+35*35 = 525+960+780+1225 = 3490$$

$$в) S = \bar{q} * \bar{s} = -15*3-24*3-26*4-35*2 = -45-72-104-70 = -291$$

$$T = \bar{q} * \bar{t} = -15*8-24*6-26*5-35*8 = -120-144-130-280 = -674$$

$$P = \bar{q} * \bar{p} = -15*35-24*40-26*30-35*35 = -525-960-780-1225 = -3490$$

$$с) S = \bar{q} * \bar{s} = (15+24+26+35)*(3+3+4+2) = 50*12 = 600$$

$$T = \bar{q} * \bar{t} = (15+24+26+35)*(8+6+5+8) = 50*27 = 1350$$

$$P = \bar{q} * \bar{p} = (15+24+26+35)*(35+40+30+35) = 50*140 = 7000$$

**29 Выберите правильный ответ:** Издержки  $y$  (в руб) на изготовление партии деталей определяются по формуле  $y = ax+b$ , где  $x$  – объем партии. Для первого варианта технологического процесса  $y = 1,45x+20$ . Для второго-  $y = 1,45x+10$  (руб). Провести оценку двух вариантов технологического процесса.

**а) При объеме партии  $x < 400$  выгоднее второй вариант, при  $x > 400$  - первый**

**в) При объеме партии  $x < 400$  выгоднее первый вариант, при  $x > 400$  - второй**

**с) чтобы ответить на вопрос задачи не хватает данных.**

**30 Выберите правильный ответ:** Издержки  $y$  (в руб) на изготовление партии деталей определяются по формуле  $y = ax+b$ , где  $x$  – объем партии. Для первого варианта технологического процесса  $y = 1,45x+20$ . Для второго-  $y = 1,45x+10$  (руб). Найти себестоимость продукции для обоих процессов, при  $x = 200$ (дет).

**а)  $x_0 = 400$ ;  $y_0 = 600$ (руб)**

**в) чтобы ответить на вопрос задачи не хватает данных.**

**с)  $y = 1,45*200+20=310$ (руб),  $y = 1,45*200+10=305$ (руб).**

**31 Выберите правильный ответ:** Стоимость  $p$  доставки груза определяется затратами на его погрузку и разгрузку ( $a_1 > a_2$ ) и затратами доставки по железной дороге и по шоссе соответственно ( $b_1 < b_2$ ), составляет  $p_1 = b_1x+a_1$  и  $p_2 = b_2x+a_2$ . Как выгоднее доставить груз на расстояние  $x$  км

**а) При  $x = x_0$  (точке пересечения данных прямых) – стоимость перевозки будет одинакова, при  $x < x_0$  - выгоднее перевозить груз по железной дороге, при  $x > x_0$  - выгоднее перевозить груз автомобилем**

**в) При  $x = x_0$  (точке пересечения данных прямых) – стоимость перевозки будет одинакова, при  $x < x_0$  - выгоднее перевозить груз автомобилем, при  $x > x_0$  - выгоднее перевозить груз по железной дороге**

**с) Разницы нет, так как одни затраты компенсируют другие ( $a_1 > a_2$  и  $b_1 < b_2$ )**

**32 Выберите правильный ответ:** Предприятие выпускает 3 вида продукции в количестве 50, 80, 20 единиц. При этом нормы расхода сырья составляет соответственно 7; 3,5; 10 кг. Суммарный расход сырья  $S$  определяется:

$$a) \bar{a} = (50, 80, 20, ), \bar{b} = (7; 3,5; 10; ) \bar{a}\bar{b} = 50*7+80*3.5+20*10$$

$$в) \bar{a} = (50, 80, 20 ), \bar{b} = (7; 3,5; 10 ) \bar{a}\bar{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 50 & 80 & 20 \\ 7 & 3.5 & 10 \end{vmatrix}$$

**с)  $\bar{a} = (50, 80, 20)$ ,  $\bar{b} = (7; 3,5; 10)$  определить через заданные вектора невозможно.**

**33 Выберите правильный ответ:** Предприятие выпускает 3 вида продукции в количестве 15, 25, 40 штук, реализуемых по ценам 30, 40, 50 условных единиц. Выручка предприятия после реализации все товара составляет:

а)  $\bar{a} = (15, 25, 40, )$ ,  $\bar{b} = (30; 40; 50; )$   $S = 15*30+25*40+40*50 = 2450$

в)  $\bar{a} = (15, 25, 40, )$ ,  $\bar{b} = (30; 40; 50; )$   $S = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 50 & 80 & 20 \\ 7 & 3.5 & 10 \end{vmatrix} =$

$= 800i+175j+140k-560k-70i-500j = 15$

с)  $\bar{a} = (15, 25, 40)$ ,  $\bar{b} = (30; 40; 50)$ ,  $S$  - определить через заданные вектора невозможно.

**34 Выберите правильный ответ:** Известны векторы заработной платы (в усл. ед.) пяти работников за март  $\bar{a} = (15, 25, 40, 35, 25)$ , и апрель  $\bar{b} = (25; 35; 50; 25, 35)$ . В мае рабочим предоставили отпуск, рассчитав по среднему заработку за предыдущие два месяца. Найти вектор  $\bar{c}$  - вектор отпускных.

а)  $\bar{c} = 2*(15+25,25+35,40+50,35+25,25+35) = (80,120,180,120,120)$

в)  $\bar{c} = \frac{1}{2}(15 + 25; 25 + 35; 40 + 50; 35 + 25; 25 + 35) = (20, 30, 45, 30, 30)$

с)  $\bar{c} = \left( \frac{15*25}{2}; \frac{25*35}{2}; \frac{40*50}{2}; \frac{35*25}{2}; \frac{25*35}{2} \right) = (187,5; 437,5; 1000; 437,5; 437,5)$

**35 Выберите правильный ответ:** Известны векторы заработной платы (в усл. ед.) пяти работников за март  $\bar{a} = (15, 25, 40, 35, 25)$ , и апрель  $\bar{b} = (25; 35; 50; 25, 35)$ . В мае заработную плату повысили на 10% среднюю зарплату за два месяца. Найти вектор  $\bar{c}$  - вектор заработной платы за май

а)  $\bar{c} = (2*(15+25,25+35,40+50,35+25,25+35))*0,1 = (8,12,18,12,12)$

в)  $\bar{c} = \left[ \frac{1}{2}(15 + 25; 25 + 35; 40 + 50; 35 + 25; 25 + 35) \right] * 1,1 = (22, 33, 49,5, 33, 33)$

с)  $\bar{c} = \left( \frac{15*25}{2}; \frac{25*35}{2}; \frac{40*50}{2}; \frac{35*25}{2}; \frac{25*35}{2} \right) * 1,1 = (206,25; 481,25; 1100; 481,25; 481,25)$

**36 Выберите правильный ответ:** Издержки  $y$  (в руб) на изготовление партии деталей определяются по формуле  $y = ax+b$ , где  $x$  – объем партии. Для первого варианта технологического процесса  $y = 1,45x+20$ . Для второго-  $y = 157,5(\text{руб})$ , при  $x = 100(\text{дет})$  и  $y = 452,2(\text{руб})$  при  $x = 300(\text{дет})$ . Определить параметры второго процесса, если процесс задается линейной функцией.

а)  $y = 1,45x+10$

в)  $y = 1,45x+20$

с)  $y = 1,45x-10$ .

**37 Выберите правильный ответ:** Для проведения разведки используют вертолет, который взлетев с палубы корабля  $A$ , может совершить посадку на острове  $B$  или вернуться обратно на корабль. Запас горючего у вертолета на 400 км, остров находится на расстоянии 300 км от корабля. Какие точки акватории доступны для разведки:

а) Если вертолет вернется на корабль, то он исследует эллипс, фокусы которого в точках  $A$  и  $B$  и большей полуосью равной 200 км. Если он производит посадку на острове, то это будет круг радиуса 200 км, центр которого на корабле.

в) При любой посадке будет исследована фигура произвольной формы.

с) Если вертолет вернется на корабль, то он исследует круг радиуса 200 км, центр которого на корабле. Если он производит посадку на острове, то это будет эллипс, фокусы которого в точках  $A$  и  $B$  и большей полуосью равной 200 км.

**38 Выберите правильный ответ:** Рыболовецкое судно может разгружаться в порту  $A$  или на плавающем рефрижераторе  $B$ . Расстояние от  $A$  до  $B$  судно преодолевает за  $2c$  часов. Разгрузка в  $B$  длится на  $2a$  часов больше, чем в  $A$ . При каких вариантах судно затратит минимальное количество времени:

- а) Если судно находится в точке расположенной на ветви гиперболы ( с фокусами в точках  $A$  и  $B$ ), то разницы нет куда оно пойдет на разгрузку. Если судно пойдет из точек расположенных между (внутри) ветвями гиперболы, то выгоднее идти на разгрузку в  $B$ , из остальных точек - в  $A$ .
- в) разницы куда судно пойдет на разгрузку нет – затраты одинаковые.
- с) Если судно находится в точке расположенной на ветви гиперболы, то разницы нет куда оно пойдет на разгрузку. Если судно пойдет из точек расположенных между (внутри) ветвями гиперболы, то выгоднее идти на разгрузку в  $A$ , из остальных точек - в  $B$ .

**39 Выберите правильный ответ:** На расстоянии  $p$  от местной электростанции проходит линия электропередач  $d$ . В какие пункты и откуда выгоднее брать электричество:

- а) Разницы нет из каких точек брать электричество и куда подводить.
- в) Точки параболы равно удалены от электростанции и линии электропередач. В точки левее параболы, выгоднее подводить электричество от электростанции  $F$ , а в точки, расположенные правее параболы, выгоднее – от линии электропередач  $d$ .
- с) Точки параболы равно удалены от электростанции и линии электропередач. В точки правее параболы, выгоднее подводить электричество от электростанции  $F$ , а в точки, расположенные левее параболы, выгоднее – от линии электропередач  $d$ .

### Решение задач экономического содержания

Задача на тему «Мировой рынок»

*Действия над матрицами*

Выяснить, в каком отношении должны быть национальные доходы трех стран для сбалансированной торговли, если задана структурная матрица торговли :

$$A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,2 \\ 0,6 & 0,4 & 0,6 \\ 0,2 & 0,3 & 0,2 \end{pmatrix}$$

Задача 1 на тему «Денежный рынок»

*Системы уравнений*

Предложение денег в Галиции возросло с 16 млн. до 18 млн. дукатов. Объем продаж уменьшился на 10%. Скорость обращения не изменилась. В Лидии цены выросли в среднем на 20%. Объем продаж увеличился с 30 млрд. до 33 млрд. купонов. Скорость обращения не изменилась.

В какой стране больше возрасли цены, и в какой стране больше изменение предложения денег?

Задача 2 на тему «Денежный рынок»

*Системы уравнений*

В Валахии цены снизились в среднем на 20%. Предложение денег упало с 20 млрд. до 18 млрд. талонов. Скорость обращения не изменилась. На сколько процентов изменился объем продаж?

Задача 3 на тему «Денежный рынок»

*Системы уравнений*

Организация компьютерной связи между банками позволила увеличить скорость обращения денег в Спарте на 5%. Рост производства обусловил возрастание объема продаж в 1,2 раза. Предложение денег не изменилось. На сколько процентов изменилась средняя цена товаров и услуг?

Задача 4 на тему «Инфляция»

*Системы уравнений*

Инфляция на острове Ман привела к росту цен в 1,5 раза. Предложение денег возросло с 40 млн. до 45 млн. пиастров. Улучшение работы банков позволило увеличить скорость обращения денег на 20%. На сколько процентов изменился объем продаж?

Задача 5 на тему «Денежный рынок»

*Системы уравнений*

Предложение денег в стране «А» на 75% обеспечивалось наличными (металлическими и бумажными) деньгами. Через год доля наличных в денежной массе упала до 5/8, а объем остальных составляющих предложения денег увеличился на 49 млн. талеров. Объем продаж вырос на 20%. Цены повысились в среднем на 10%. Скорость обращения денег осталась прежней. Как и на сколько изменился объем наличных денег в стране?

Задача 6 на тему «Денежный рынок»

*Системы уравнений*

В 2007 году предложение денег в стране «К» составляло 2500 тыс. цехинов, а объем продаж увеличился на 20%. В 2008 году этот показатель вырос на 800 тыс. цехинов. Правительство страны пообещало, что в текущем году темп инфляции не превысит 2007 года. Каково должно быть максимальное предложение денег в текущем году, чтобы это обещание было выполнено, если темп роста объема продаж и скорость обращения денег остались на уровне 2008 года?

Задача 7 на тему «Балансовые соотношения в краткосрочном периоде»

*Системы линейных уравнений*

Предприятие выпускает три вида продукции, используя сырье трех видов. Необходимые характеристики производства указаны в таблице:

Вид сырья	Расход сырья на единицу продукции (усл.ед. по видам)			Запас сырья (усл.ед.)
	1	2	3	
1	2	3	4	270
2	2	1	1	120
3	3	2	2	210

Записать балансовые соотношения при условии полного расхода запасов каждого вида сырья. Требуется определить объем выпуска каждой продукции при заданных запасах сырья.

Задача 8 на тему «Фирма в системе рыночных отношений»

*Системы линейных уравнений*

Фирма состоит из двух отделений, суммарная величина прибыли которых в 2008 году составила 12 млн усл. ед. На 2009 год запланировано увеличение прибыли первого отделения на 70%, второго на 40%. В результате суммарная прибыль должна возрасти в 1,5 раза. Для открытия третьего отделения необходимо взять 7 млн усл. ед. в первом отделении и 2 млн усл. ед. во втором отделении. Возможно ли это сделать. Какое решение приняли бы Вы?

Задача 9 на тему «Фирма в системе рыночных отношений»

*Системы линейных уравнений*

	Цена -магазин Компьютерный мир тыс. усл. ед.	Общее кол-во предметов магазин Компьютерный мир	Цена -магазин Эль- дорадо тыс. усл. ед.	Общая сум- ма тыс. усл. ед.
компьютеры	20	29	19,5	236

компьютерные столы	8,5		8	
компьютерные стулья	1,5		1,5	

Фирме необходимо закупить оборудование для офиса. Всего 29 предметов на 3 наименования: компьютеры, компьютерные столы и стулья 236 тыс. усл. ед. Покупку можно сделать в двух магазинах. Необходимые характеристики указаны в таблице. Причем в магазине Эльдorado можно купить на один стол больше. Выясните количество закупленного оборудования каждого вида в магазине Эльдorado.

Задача 10 на тему «Доходы фирмы»

*Системы линейных уравнений*

Из трех видов муки выпекается три вида хлебобулочных изделий. Первое состоит из 80% муки, 10% масла, 10% начинки. Второй вид состоит из 40% муки, 10% масла и 50% начинки. Третье – 60% муки, 10% масла, 30% начинки. Сколько штук изделий каждого вида можно изготовить из 34кг муки, 6кг масла и 20кг начинки.

Задача 11 на тему «Издержки производства в краткосрочном периоде»

*Системы линейных уравнений*

Данные об успеваемости на трех факультетах института и размеры стипендии занесены в таблицу.

	Занимаются на «удовлетворительно» и «хорошо» (кол-во студентов)	Занимаются на «хорошо» и «отлично» (кол-во студентов)	Занимаются на «отлично» (кол-во студентов)
Факультет 1	100	253	45
Факультет 2	71	217	58
Факультет 3	184	220	78
Размеры стипендии (в руб)	0	1300	1700

Рассчитайте, какой объем денежных средств выделяется на каждом факультете для выплаты стипендии.

Задача 12 на тему «Издержки производства в краткосрочном периоде»

*Вектор Действия над векторами*

Цех выпускает изделия трех видов, для производства которых необходимо выполнить операции штамповки, сварки и окраски. Производственные мощности цеха позволяют в сутки выполнять эти операции общей трудоемкостью 40, 40 и 80 часов. Трудоемкость  $a_{ij}$ ,  $i, j = 1, 2, 3$ , выполнения операции  $i$  для изделия  $j$  задается матрицей  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

$x_1, x_2, x_3$  – количества выпускаемых цехом изделий 1-го, 2-го и 3-го вида. Что обозначают вектора  $x = (x_1, x_2, x_3)^T$  и  $b = (40, 40, 80)^T$ .

**Блок С - Оценочные средства для диагностирования сформированности уровня компетенций – «владеть»**

**Творческие задания**

**Решение Задач экономического содержания**

Задача 1 на тему «Теория предельной полезности»

### Матрицы

Монгольский студент составил себе таблицу полезности мяса, молоко, плиточного чая.

Порция (кг или л)	Мясо(Ютиль)	Молоко (ютиль)	Чай (ютиль)
1	1	2	3
2	0	1	1
Цена (тугрики)	1	1	2

Имея 25 тугриков, докажите, что студент не достиг максимума полезности ни для какой порции.

#### Задача 2 на тему «Доходы фирмы»

##### Матрицы

Предприятие выпускает мебель трех видов и продает ее в четырех регионах. Матрица  $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 & 2 \\ 1 & 8 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$  задает количество реализованной мебели  $m$ -го (строки) типа в  $n$ -м (столбцы) регионе. Определить выручку предприятия в каждом регионе, если цена реализации единицы мебели  $m$ -го типа задана матрицей  $A = (100 \ 200 \ 300)$ .

#### Задача 3 на тему «Доходы фирмы»

##### Действия над матрицами

Предприятие производит  $n$  типов продукции, объемы выпуска заданы матрицей  $A_{1 \times n}$ . Цена реализации единицы  $i$ -го типа продукции в  $j$ -м регионе задана матрицей  $B_{n \times k}$ , где  $k$  – число регионов, в которых реализуется продукция. Найти  $C$  – матрицу выручки по регионам, где

$$A_{1 \times 3} = (100 \ 2000 \ 100); \quad B_{3 \times 4} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

#### Задача 4 на тему «Издержки производства в краткосрочном периоде»

##### Действия над матрицами

Каждый из трех цехов фабрики производит 4 вида продукции:  $A, B, C, D$ . Объемы ежедневного производства заданы таблицей:

Цех	Вид продукции			
	$A$	$B$	$C$	$D$
I	50	100	90	100
II	30	50	200	40
III	100	100	20	30

На производство единицы продукции  $A, B, C, D$  используются сахар соответственно в количестве 1кг, 1,3 кг, 0,5 кг, 1кг. Стоимость единицы выпускаемой продукции  $A, B, C, D$  равна соответственно 10, 15, 20, 15. Сколько сахара потребуется каждому цеху ежедневно? Какова стоимость продукции, выпускаемой ежедневно каждым цехом?

#### Задача 5 на тему «Издержки производства в краткосрочном периоде»

##### Действия над матрицами

Предприятие ежесуточно выпускает четыре вида изделий, производственно-экономические показатели, которых приведены в таблице:

Вид изделия, условный номер	Количество выпускаемых изделий, шт.	Расход сырья, кг/изд.	Норма времени изготовления, ч/изд.	Стоимость изделия, ден.ед/изд.
1	20	5	10	30
2	50	2	5	15
3	30	7	15	45

4	40	4	8	40
---	----	---	---	----

Требуется определить следующие ежесуточные показатели: расход сырья  $S$ , затраты рабочего времени  $T$  и стоимость  $P$  выпускаемой продукции предприятия.

Задача 6 на тему «Издержки производства в краткосрочном периоде»

*Действия над матрицами*

Владелец фирмы платит наемным работникам 50 тыс франков. Плата процентов за кредит составила 100 тыс франков; амортизационные отчисления – 50 тыс фр.; затраты на сырье, отопление, освещение, ремонт и т.д. – 30 тыс. Совокупный доход фирмы составляет 300 тыс франков. Владелец фирмы может сам устроиться на другую работу и получать 60 тыс франков или вкладывать в другое предприятие 20 тыс франков. Стоит ли владельцу фирмы продолжать свое дело.

Задача 7 на тему «Функционирование рыночной экономики»

*Действия над матрицами*

В таблице приведены данные о дневной производительности 5 предприятий холдинга, выпускающих четыре вида продукции с использованием трех видов сырья, а также продолжительность работы каждого предприятия в году и цена каждого вида сырья.

Требуется определить:

- 1) годовую производительность каждого предприятия по каждому виду изделий -  $A$ ;
- 2) годовую потребность каждого предприятия в каждом виде сырья -  $B$ ;
- 3) годовую сумму финансирования каждого предприятия для закупки сырья, необходимого для выпуска продукции указанных видов -  $C$ .

Вид изделия	Производительность предприятия (изд./день)					Затраты видов сырья (ед.веса/изд.)		
	1	2	3	4	5	1	2	3
холодильники	4	5	3	6	7	2	3	4
ст. машины	0	2	4	3	0	3	5	6
пылесосы	8	15	0	4	6	4	4	5
хол. камеры	3	10	7	5	4	5	8	6
	Количество рабочих дней за год					Цены видов сырья (ден.ед/ед.веса)		
	1	2	3	4	5	1	2	3
	200	150	170	120	140	40	50	60

Задача 8 на тему «Доходы фирмы»

*Действия над матрицами*

По данным задачи 3 составьте новую таблицу производственно – экономических показателей по следующим условиям:

- дневная производительность всех предприятий увеличивается на 100%;
- число рабочих дней в году для 1-ого предприятия увеличивается на 50%, а для остальных на 40%;
- цена на виды сырья уменьшается соответственно, на 10, 20 и 30%.

Поставьте вопросы к задаче и дайте на них ответы.

Задача 9 на тему «Функционирование рыночной экономики»

*Действия над матрицами*

Изучается баланс производства двух отраслей. Матрица техники производства

$A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,4 \\ 0,2 & 0,4 \end{pmatrix}$ . Рассматривают два варианта плана выпуска конечного продукта:

1.  $q_1 = 10000, q_2 = 8000$ .
2.  $q_1 = 9000, q_2 = 10000$ .

Найти варианты объемов производства  $Q_1$  и  $Q_2$  для каждого варианта плана.

### Задача 10 на тему «Доходы фирмы»

#### Действия над матрицами

В некоторой отрасли  $m$  заводов выпускают  $n$  видов продукции. Матрица  $A_{m \times n}$  задает объемы продукции на каждом заводе в первом квартале, матрица  $B_{m \times n}$  - соответственно во втором;  $(a_{ij}, b_{ij})$  – объемы продукции  $j$ -го типа на  $i$ -м заводе в 1-м и 2-м кварталах соответственно:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 1 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Найти:

- объемы продукции;
- прирост объемов производства во втором квартале по сравнению с первым по видам продукции и заводам (объясните, что показывают положительные, отрицательные, и нулевые элементы матрицы);
- стоимостное выражение выпущенной продукции за полгода (в долларах), если  $\lambda$  – курс доллара по отношению к рублю.

### Задача 11 на тему «Доходы фирмы»

#### Действия над матрицами

Три завода выпускают четыре вида продукции, заданные матрицами месячных выпусков

$$A_1, A_2 \text{ и } A_3. \quad A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 4 & 2 \end{pmatrix} \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 4 & 3 \end{pmatrix} \quad A_3 = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 3 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

Поставьте вопросы к задаче и проанализируйте результаты.

### Задача 12 на тему «Доходы фирмы»

#### Действия над матрицами

Продавец может закупить от 1 до 5 билетов на спектакль по цене 100 руб. и продать перед спектаклем по 200 руб. каждый. Составить матрицу выручки продавца в зависимости от количества купленных им билетов (строка матрицы) и от результатов продажи (столбец матрицы).

### Задача 13 на тему «Издержки производства в краткосрочном периоде»

#### Определитель матрицы

№	Отрасль	Потребление					Конечный продукт	Валовой выпуск ден. ед.
		1	2	3	4	5		
1	Станкостроение	15	12	24	23	16	10	100
2	Энергетика	10	3	35	15	7	30	100
3	Машиностроение	10	5	10	10	10	5	50
4	Автомобильная промышленность	10	5	10	5	5	15	50
5	Добыча и переработка углеводородов	7	15	15	3	3	50	100

В таблице приведены данные баланса за некоторый период времени между пятью отраслями промышленности. Найти векторы конечного потребления и валового выпуска, а также матрицу коэффициентов прямых затрат и определить, является ли она продуктивной.

### Задача 14 на тему «Мировой рынок»

#### Действия над матрицами



Выяснить, в каком отношении должны быть национальные доходы трех стран для сбалансированной торговли, если задана структурная матрица торговли :

$$A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,2 \\ 0,6 & 0,4 & 0,6 \\ 0,2 & 0,3 & 0,2 \end{pmatrix}$$

**Провести исследование по теме:**

1. Математика и литература – два крыла одной культуры
2. Математика в танцах и музыке
3. Математика и здоровый образ жизни
4. Математика в пифагорейской философской школе
5. Эталоны математических пропорций в жизни
6. Математика в архитектуре
7. Математика и иллюзия
8. Математика в экономике
9. Математика и юриспруденция

**Блок D - Оценочные средства, используемые в рамках промежуточного контроля знаний, проводимого в форме экзамена или зачета.**

**Варианты вопросов к контролю знаний**

1. Матрицы. Виды матриц. Равенство матриц.
2. Матрицы действия над матрицами.
3. Определитель матрицы. Свойства определителей.
4. Транспонирование определителя свойства определителей.
5. Определитель третьего порядка. Способы его вычисления.
6. Разложение определителя третьего порядка по элементам строки (столбца). Миноры и алгебраические дополнения.
7. Обратная матрица. Алгоритм вычисления обратной матрицы.
8. Решение систем линейных уравнений. Формулы Крамера.
9. Решение систем линейных уравнений. Метод Гаусса.
10. Матричная запись системы линейных уравнений и ее решение.
11. Линейная однородная система  $n$  - уравнений с  $n$  – неизвестными.
12. Матрицы. Ранг матрицы.
13. Система  $m$  -линейных уравнений с  $n$  - переменными. Теорема Кронекера -Капелли.
14. Понятие вектора. Линейные операции над векторами.
15. Проекция вектора на ось.
16. Действия над векторами, заданными своими координатами.
17. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения.
18. Скалярное произведение векторов, заданных своими координатами. Угол между векторами.
19. Линейная зависимость векторов. Базис на плоскости.
20.  $n$  – переменный вектор и векторное пространство.
21. Размерность и базис векторного пространства.
22. Переход к новому базису.
23. Эвклидово пространство.
24. Комплексные числа. Формы записи.
25. Действия над комплексными числами.
26. Линейные операторы.
27. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
28. Квадратичные формы.
29. Понятие об уравнении линии. Общее уравнение прямой.

30. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Уравнение прямой в отрезках.
31. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении.
32. Уравнение прямой, проходящей через точку с заданным угловым коэффициентом.
33. Уравнение прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору.
34. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности о двух прямых.
35. Плоскость. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору.
36. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
37. Кривые второго порядка. Каноническое уравнение окружности.
38. Каноническое уравнение эллипса. Исследование формы эллипса по его уравнению
39. Каноническое уравнение гиперболы. Равносторонняя гипербола.
40. Каноническое уравнение параболы.
41. Поверхности второго порядка.
42. Каноническое уравнение эллипсоида.
43. Каноническое уравнение параболоида.
44. Каноническое уравнение гиперboloида.
45. Собственные значения и собственные векторы неотрицательных матриц. Теорема Фробениуса-Перрона.
46. Число и вектор Фробениуса, их свойства.
47. Продуктивность неотрицательных матриц.
48. Модель многоотраслевой, экономики Леонтьева.
49. Продуктивные модели Леонтьева.
50. Различные критерии продуктивности модели Леонтьева.

### Раздел 3 - Организационно-методическое обеспечение контроля учебных достижений

#### Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

4-балльная шкала	Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно
100 балльная шкала	85-100	70-84	50-69	0-49
Бинарная шкала	Зачтено			Не зачтено

#### Оценивание выполнения практических заданий

4-балльная шкала	Показатели	Критерии
Отлично	1. Полнота выполнения практического задания; 2. Своевременность выполнения задания; 3. Последовательность и рациональность выполнения задания;	Задание решено самостоятельно. При этом составлен правильный алгоритм решения задания, в логических рассуждениях, в выборе формул и решении нет ошибок, получен верный ответ, задание решено рациональным способом.
Хорошо	4. Самостоятельность решения; 5. и т.д.	Задание решено с помощью преподавателя. При этом составлен правильный алгоритм решения задания, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор формул для решения; есть объяснение решения, но задание решено нерациональным способом или допущено не

4-балльная шкала	Показатели	Критерии
		более двух несущественных ошибок, получен верный ответ.
Удовлетворительно		Задание решено с подсказками преподавателя. При этом задание понято правильно, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе формул или в математических расчетах; задание решено не полностью или в общем виде.
Неудовлетворительно		Задание не решено.

### Оценивание выполнения тестов

4-балльная шкала	Показатели	Критерии
Отлично	1. Полнота выполнения тестовых заданий;	Выполнено 90-100 % заданий предложенного теста, в заданиях открытого типа дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос.
Хорошо	2. Своевременность выполнения;	Выполнено 80-89 % заданий предложенного теста, в заданиях открытого типа дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос; однако были допущены неточности в определении понятий, терминов и др.
Удовлетворительно	3. Правильность ответов на вопросы;	Выполнено 65-79 % заданий предложенного теста, в заданиях открытого типа дан неполный ответ на поставленный вопрос, в ответе не присутствуют доказательные примеры, текст со стилистическими и орфографическими ошибками.
	4. Самостоятельность тестирования;	
	5. и т.д.	Выполнено 64 % заданий предложенного теста, на поставленные вопросы ответ отсутствует или неполный, допущены существенные ошибки в теоретическом материале (терминах, понятиях).
Неудовлетворительно		

### Оценивание ответа на экзамене

4-балльная шкала	Показатели	Критерии
Отлично	1. Полнота изложения теоретического материала;	Дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, самостоятельно, и исчерпывающе отвечает на дополнительные вопросы, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса, решил предложенные практические задания без ошибок.
	2. Полнота и правильность решения практического задания;	
	3. Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий);	
Хорошо	4. Самостоятельность ответа;	Дан развернутый ответ на поставленный вопрос, где студент демонстрирует знания, приобретенные на лекционных и семинарских занятиях, а также полученные посредством
	5. Культура речи;	
	6. и т.д.	

4-балльная шкала	Показатели	Критерии
		изучения обязательных учебных материалов по курсу, дает аргументированные ответы, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе. Решил предложенные практические задания с небольшими неточностями.
Удовлетворительно		Дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа и решении практических заданий.
Неудовлетворительно		Дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Выводы поверхностны. Решение практических заданий не выполнено, т.е студент не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.

### Методика оценивания

Интегральный показатель уровня учебных достижений

$$I = \sum_{i=1}^n b_i * O_i, \text{ где } b_i - \text{коэффициент значимости (вес);}$$

$O_i$  – оценка обучающегося по  $i$ -му оценочному средству.

Таким образом, оценка по дисциплине формируется из оценок работы студента в течение семестра по всем типам контроля, а также оценки, полученной студентом при сдаче экзамена и зачета. Результирующая оценка за дисциплину рассчитывается следующим образом:

$$O_{\text{результ}} = 0,1 * O_{\text{тесты}} + 0,2 * O_{\text{ типовые задачи.}} + 0,2 * O_{\text{ творческие задания}} + 0,5 * O_{\text{ экзамен.}}$$

### Шкала для определения итоговой оценки

Интервалы значений интегрального показателя уровня учебных достижений	Итоговая оценка
---	-----------------

$4,5 \leq I \leq 5$	5 (отлично)
$3,5 \leq I < 4,5$	4 (хорошо)
$2,5 \leq I < 3,5$	3 (удовлетворительно)
$I < 2,5$	2 (неудовлетворительно)