

Минобрнауки РФ  
Бузулукский гуманитарно-технологический институт  
(филиал) федерального государственного бюджетного  
образовательного учреждения  
высшего образования  
Оренбургский государственный университет  
Кафедра физики, информатики и математики

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
**ДИСЦИПЛИНЫ**  
*«Математический анализ»*

Уровень высшего образования  
**БАКАЛАВРИАТ**

Направление подготовки  
38.03.01 Экономика  
(код и наименование направления подготовки)

Финансы и кредит  
(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Тип образовательной программы  
Программа академического бакалавриата

Квалификация  
Бакалавр  
Форма обучения  
Очная, заочная

Год набора 2017

Фонд оценочных средств предназначен для контроля знаний обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 Экономика по дисциплине «Математический анализ».

Фонд оценочных средств рассмотрен и утвержден на заседании кафедры  
физики, информатики и математики

*наименование кафедры*

протокол № \_\_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2017г.

Первый заместитель директора по учебной работе \_\_\_\_\_

*подпись*

*расшифровка подписи*

*Исполнители:*

Л.Г. Шабалина

*должность*

*подпись*

*расшифровка подписи*

## Раздел 1. Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Виды оценочных средств/ шифр раздела в данном документе
<p><b>ОПК-3:</b> способностью выбирать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы</p>	<p><b><u>Знать:</u></b> – основные положения теоретического курса, четко представлять его органическую связь с приложениями в экономике; основы математического анализа; – основные понятия, категории и инструменты математического анализа для решения прикладных экономических задач; – о задачах, решаемых математическими методами; о возможных альтернативных подходах к нахождению решения задач оптимизации; – системное представление об основных, в т. ч. последних разработках по анализу экономических ситуаций в современном мире, связанных с математикой, их связь с другими процессами, происходящими в обществе;</p>	<p><b>Блок А –</b> Тестирование по теоретическому материалу. – Тесты Вопросы для собеседования</p>
	<p><b><u>Уметь:</u></b> – уметь решать типовые задачи математического анализа: предел последовательности и его свойства, предел и непрерывность функции, проводить дифференциальные исчисления функции одной переменной и функции нескольких переменных, использовать понятие производной при решении экономических задач, проводить интегральные расчеты; решать дифференциальные уравнения, исследовать числовые и степенные ряды. – анализировать исходные данные, производить правильную постановку задачи, строить математические модели практических и прикладных задач; – анализировать результаты математических расчетов и обосновывать полученные выводы;</p>	<p><b>Блок В –</b> Типовые задачи – Задания для выполнения практических работ Проверочные контрольные работы (решение типовых задач по темам). Практические задачи экономического содержания</p>
	<p><b><u>Владеть:</u></b> – методами математического анализа необходимыми в профессиональной деятельности, навыками использования математического инструментария для решения практических задач в области экономики.</p>	<p><b>Блок С –</b> Решение прикладных задач. Выполнение индивидуальных заданий (Групповые и/или индивидуальные творческие задания/проекты)</p>

**Раздел 2. Типовые контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки планируемых результатов обучения по дисциплине (оценочные средства). Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания**

## **Блок А**

**Блок А - Оценочные средства для диагностирования сформированности уровня компетенций – «знать»**

**А.0 Фонд тестовых заданий по дисциплине**, разработанный и утвержденный в соответствии с Положением о Фонде тестовых заданий.

### **1 Выберите правильный ответ:**

- а) Пусть каждому натуральному числу  $n$  ( т.е.  $n = 1, 2, 3, \dots$ ) по некоторому закону поставлено в соответствие единственное действительное число  $x_n$ . В этом случае говорят, что задана последовательность:  $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$  и обозначается  $\{x_n\}$ .
- в) Пусть каждому натуральному числу  $n$  ( т.е.  $n = 1, 2, 3, \dots$ ) по некоторому закону поставлено в соответствие единственное действительное число  $x_n$ . В этом случае говорят, что задана последовательность:  $1, 2, 3, \dots, n$  и обозначается  $\{x_n\}$ .
- с) Пусть каждому натуральному числу  $n$  ( т.е.  $n = 1, 2, 3, \dots$ ) по некоторому закону поставлено в соответствие хотя бы одно действительное число  $x_n$ . В этом случае говорят, что задана последовательность:  $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$  и обозначается  $\{x_n\}$ .

### **2 Выберите правильный ответ:**

- а) Последовательность  $\{x_n\}$  называется убывающей, если для любого  $n$  выполняется неравенство  $x_n \geq x_{n+1}$ , т.е.  $x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_{n+1} \geq \dots$
- в) Последовательность  $\{x_n\}$  называется невозрастающей, если для любого  $n$  выполняется неравенство  $x_n \geq x_{n+1}$ , т.е.  $x_1 \geq x_2 \geq x_3 \geq \dots$
- с) Последовательность  $\{x_n\}$  называется неубывающей, если для любого  $n$  выполняется неравенство  $x_n \leq x_{n+1}$ , т.е.  $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{n+1} \leq \dots$

### **3 Выберите правильный ответ:**

- а) Последовательность  $\{x_n\}$  называется возрастающей (убывающей), если существует такое число  $M$  (число  $m$ ), что все члены последовательности больше (соответственно меньше) чем  $M$  ( чем  $m$ ).
- в) Последовательность  $\{x_n\}$  называется ограниченной сверху (ограниченной снизу), если существует такое число  $M$  ( число  $m$ ), что все члены последовательности меньше (соответственно больше) чем  $M$  ( чем  $m$ ).
- с) Последовательность  $\{x_n\}$  называется монотонной, если существует такое число  $M$ , что все члены последовательности меньше чем  $M$ .

### **4 Выберите правильный ответ:**

- а) Суммой (разностью) двух произвольных последовательностей  $\{x_n\}$  и  $\{y_n\}$  называется последовательность, каждый член которой есть сумма (разность) соответствующих членов последовательностей  $\{x_n\}$  и  $\{y_n\}$ , т.е.  $\{x_n\} \pm \{y_n\} = \{x_n \pm y_n\}$
- в) Суммой двух произвольных последовательностей  $\{x_n\}$  и  $\{y_n\}$  называется последовательность вида  $\{x_n, y_n\}$ , т.е.  $\{x_n\} + \{y_n\} = \{x_n, y_n\}$
- с) Суммой (разностью) двух произвольных последовательностей  $\{x_n\}$  и  $\{y_n\}$  называется число, равное сумме (разности) первых членов данных последовательностей.

### 5 Выберите правильный ответ:

- а) Чтобы сложить, вычесть, умножить или разделить (для деления  $y_n \neq 0$ , для любых  $n$ ) две данные последовательности, надо сложить, вычесть, умножить или разделить их соответствующие члены.
- в) Чтобы сложить, вычесть, умножить или разделить две данные последовательности, надо сложить, вычесть, умножить или разделить первые члены данных последовательностей.
- с) Сложение, вычитание, умножение или деление последовательностей- не определено.

### 6 Выберите правильный ответ:

- а) Последовательность  $\{\alpha_n\}$  называется бесконечно малой, если для любого сколь угодно малого положительного числа  $\varepsilon$  можно подобрать такой номер  $N$ , что начиная с этого номера (т.е. для всех  $n \geq N$ ), будет выполнено неравенство  $|\alpha_n| < \varepsilon$ .
- в) Последовательность  $\{\alpha_n\}$  называется бесконечно малой, если для любого числа  $\varepsilon$  можно подобрать такой номер  $N$ , что будет выполнено неравенство  $|\alpha_n| < \varepsilon$ .
- с) Последовательность  $\{\alpha_n\}$  называется бесконечно малой, если для любого сколь угодно малого положительного числа  $\varepsilon$  можно подобрать такой номер  $N$ , что начиная с этого номера (т.е. для всех  $n \geq N$ ), будет выполнено неравенство  $|\alpha_n| \geq \varepsilon$ .

### 7 Выберите правильный ответ:

- а) Число  $A$  называется пределом последовательности  $\{x_n\}$ , если для любого положительного числа  $\varepsilon$  можно подобрать такой номер  $N$  (зависящий от  $\varepsilon$ ), что, начиная с этого номера (т.е. для всех  $n \geq N$ ), будет выполнено неравенство  $|x_n - A| < \varepsilon$ .
- в) Число  $A$  называется пределом последовательности  $\{x_n\}$ , если для любого числа  $\varepsilon$  можно подобрать такой номер  $N$  (не зависящий от  $\varepsilon$ ), что, начиная с этого номера (т.е. для всех  $n \geq N$ ), будет выполнено неравенство  $|x_n - A| < \varepsilon$ .
- с) Число  $A$  называется пределом последовательности  $\{x_n\}$ , если для любого положительного числа  $\varepsilon$  можно подобрать такой номер  $N$  (зависящий от  $\varepsilon$ ), что, начиная с этого номера (т.е. для всех  $n \geq N$ ), будет выполнено неравенство  $|x_n - A| \geq \varepsilon$ .

**8 Выберите правильный ответ:**

- а) Последовательность, имеющая предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = A$ , называется расходящейся
- в) Последовательность, имеющая предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = A$ , называется постоянной
- с) Последовательность, имеющая предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = A$ , называется сходящейся

**9 Выберите правильный ответ:**

- а) Всякая сходящаяся последовательность является ограниченной
- в) Всякая расходящаяся последовательность является ограниченной
- с) Всякая сходящаяся последовательность является не ограниченной

**10 Выберите правильный ответ:**

- а) Всякая монотонная и не ограниченная последовательность сходится
- в) Всякая монотонная и ограниченная последовательность сходится
- с) Всякая монотонная и ограниченная последовательность расходится

**11 Выберите правильный ответ:**

- а) Всякая постоянная последовательность, члены которой равны  $a$ , расходится
- в) Всякая постоянная последовательность, члены которой равны  $a$ , сходятся к этому числу, т.е.  $\lim_{g \rightarrow \infty} a = a$
- с) Всякая постоянная последовательность, члены которой равны  $a$ , сходятся к числу, например  $B$ , т.е.  $\lim_{g \rightarrow \infty} a = B$

**12 Выберите правильный ответ:**

- а)  $\{\alpha_n\}$  и  $\{\beta_n\}$ - бесконечно малые последовательности  $\Rightarrow \{\alpha_n \pm \beta_n\}$  - бесконечно малая последовательность
- в)  $\{\alpha_n\}$  и  $\{\beta_n\}$ - бесконечно малые последовательности  $\Rightarrow \{\alpha_n \pm \beta_n\}$  - вид последовательности определить нельзя
- с)  $\{\alpha_n\}$  и  $\{\beta_n\}$ - бесконечно малые последовательности  $\Rightarrow \{\alpha_n \pm \beta_n\}$  - бесконечно малое число

**13 Выберите правильный ответ:**

- а)  $\{\alpha_n\}$  - бесконечно малая последовательность,  $\{x_n\}$  - ограниченная последовательность  $\Rightarrow \{\alpha_n * x_n\}$ - вид последовательности определить нельзя
- в)  $\{\alpha_n\}$  - бесконечно малая последовательность,  $\{x_n\}$  - ограниченная последовательность  $\Rightarrow \{\alpha_n * x_n\}$ - бесконечно малое число
- с)  $\{\alpha_n\}$  - бесконечно малая последовательность,  $\{x_n\}$  - ограниченная последовательность  $\Rightarrow \{\alpha_n * x_n\}$ - бесконечно малая последовательность

**14 Выберите правильный ответ:**

- а)  $\{\alpha_n\}$  и  $\{\beta_n\}$ - бесконечно малые последовательности  $\Rightarrow \{\alpha_n * \beta_n\}$  - бесконечно малая последовательность
- в)  $\{\alpha_n\}$  и  $\{\beta_n\}$ - бесконечно малые последовательности  $\Rightarrow \{\alpha_n * \beta_n\}$  - определить нельзя

с)  $\{\alpha_n\}$  и  $\{\beta_n\}$  - бесконечно малые последовательности  $\Rightarrow \{\alpha_n * \beta_n\}$  - бесконечно малое число

**15 Выберите правильный ответ:**

- а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a, \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = b \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (x_n \pm y_n) = a \pm b$   
в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a, \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = b \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (x_n \pm y_n)$  - не определено  
с)  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a, \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = b \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (x_n \pm y_n) = x_n \pm y_n$

**16 Выберите правильный ответ:**

- а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a, \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = b \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (x_n * y_n) = a * b$   
в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a, \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = b \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (x_n * y_n)$  - не определено  
с)  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a, \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = b \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (x_n * y_n) = x_n * y_n$

**17 Выберите правильный ответ:**

- а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a, \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[k]{x_n} = a$  и  $(\lim_{n \rightarrow \infty} x_n)^k = a^k$   
в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a, \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[k]{x_n} = \sqrt[k]{a}$  и  $(\lim_{n \rightarrow \infty} x_n)^k = a^k$   
с)  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a, \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[k]{x_n} = \sqrt[k]{a}$  и  $(\lim_{n \rightarrow \infty} x_n)^k = k * a$

**18 Выберите правильный ответ:**

- а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a, \text{ и } x_n \geq 0, \forall n \Rightarrow a \geq 0$   
в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a, \text{ и } x_n \geq 0 \Rightarrow$  про число  $a$  ничего определенного сказать нельзя  
с)  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a, \forall n \text{ } x_n \geq 0 \Rightarrow a$  - любое число

**19 Выберите правильный ответ:**

- а) Пусть  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a, \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = b, \forall n \text{ } x_n \geq y_n \Rightarrow a \geq b$   
в) Пусть  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a, \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = b, \forall n \Rightarrow a \geq b$   
с) Пусть  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a, \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = b, \forall n \text{ } x_n \geq y_n \Rightarrow$  как связаны числа  $a$  и  $b$  - ничего определенного сказать нельзя

**20 Выберите правильный ответ:**

- а) Пусть  $x_n, y_n, z_n$  - произвольные последовательности и  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} z_n = a \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = a$   
в) Пусть  $x_n \leq y_n \leq z_n, \forall n, \text{ и } \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = \lim_{n \rightarrow \infty} z_n = a$   
с) Пусть  $x_n \leq y_n \leq z_n, \forall n, \text{ и } \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} z_n = a \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = a$

**21 Выберите правильный ответ:**

- а) Последовательность  $\{\beta_n\}$  называется бесконечно большой, если для любого сколь угодно большого положительного числа  $\varepsilon$  можно подобрать такой номер

**N**, что начиная с этого номера (т.е. для всех  $n \geq N$ ), будет выполнено неравенство  $|\beta_n| > \varepsilon$ .

в) Последовательность  $\{\beta_n\}$  называется бесконечно большой, если для любого числа  $\varepsilon$  можно подобрать такой номер  $N$ , что начиная с этого номера (т.е. для всех  $n \geq N$ ), будет выполнено неравенство  $|\beta_n| > \varepsilon$ .

с) Последовательность  $\{\beta_n\}$  называется бесконечно большой, если для любого сколь угодно большого положительного числа  $\varepsilon$  можно подобрать такой номер  $N$ , что будет выполняться неравенство  $|\beta_n| < \varepsilon$ .

**22 Выберите правильный ответ:**

а) Пусть  $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = 0$  и  $\lim_{n \rightarrow \infty} \beta_n = \infty$ , следовательно  $\{\alpha_n\}$  - бесконечно малая последовательность, а  $\{\beta_n\}$  - бесконечно большая последовательность

в) Пусть  $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = 0$  и  $\lim_{n \rightarrow \infty} \beta_n = \infty$ , следовательно  $\{\alpha_n\}$  - последовательность, все члены которой равны 0, а  $\{\beta_n\}$  - последовательность, члены которой бесконечно большие числа

с) Пусть  $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = 0$  и  $\lim_{n \rightarrow \infty} \beta_n = \infty$ , следовательно,  $\{\alpha_n\}$  и  $\{\beta_n\}$  - последовательности произвольного вида

**23 Выберите правильный ответ:**

а) Пусть  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = \pm\infty$  тогда  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = 0$

в) Пусть  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \pm\infty$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0$ , тогда  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = 0$

с) Пусть  $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = \pm\infty$  тогда  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = 0$

**24 Выберите правильный ответ:**

а) Пусть  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = \pm\infty$ ,  $\forall n, y_n > 0$ , тогда  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = \pm\infty$

в) Пусть  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0$ ,  $\forall n, y_n > 0$ , тогда  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = 0$

с) Пусть  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0$ ,  $\forall n, y_n > 0$ , тогда  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = \pm\infty$

**25 Выберите правильный ответ:**

а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n = e$  второй замечательный предел

в)  $\lim_{n \rightarrow 0} (1 + \frac{1}{n})^n = e$  второй замечательный предел

с)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n = 0$  второй замечательный предел

**26 Выберите правильный ответ:**

- а) Если каждому элементу  $x$  из множества  $X$  по определенному правилу ставиться в соответствие единственный элемент  $y$  из множества  $Y$ , то говорят, что на множестве  $X$  задана функция  $y = f(x)$ .
- б) Если хотя бы одному элементу  $x$  из множества  $X$  по определенному правилу ставиться в соответствие хотя бы один элемент  $y$  из множества  $Y$ , то говорят, что на множестве  $X$  задана функция  $y = f(x)$ .
- с) Если элементу  $x$  из множества  $X$  по определенному правилу ставиться в соответствие элемент  $y$  из множества  $Y$ , то говорят, что на множестве  $X$  задана функция  $x = f(y)$ .

**27 Выберите правильный ответ:**

- а) Величина называется постоянной, если принимает одно и то же значение. Если величина сохраняет постоянное значение в рамках одного и того же процесса, то она называется параметром.
- б) Величина называется параметром, если принимает одно и то же значение. Если величина сохраняет постоянное значение в рамках одного и того же процесса, то она называется постоянной.
- с) Величина называется постоянной или параметром, если принимает одно и то же значение.

**28 Выберите правильный ответ:**

- а) Переменная величина  $x$ , принимающая различные значения, называется зависимой переменной или аргументом, а  $y$  - независимой переменной.
- б) Переменная величина  $x$ , принимающая различные значения, называется независимой переменной или аргументом, а  $y$  - постоянной величиной.
- с) Переменная величина  $x$ , принимающая различные значения, называется независимой переменной или аргументом, а  $y$  - зависимой переменной.

**29 Выберите правильный ответ:**

- а) способы задания функции:  
-аналитический ( $y = kx + b$ ), графический (график), словесный, табличный

$x$	1	2	3
$y$	4	5	8

- в) способы задания функции:  
-аналитический ( $y = kx + b$ ), графический (график), словесный,

- с) способы задания функции:  
-аналитический ( $y = kx + b$ ), табличный

$x$	1	2	3
$y$	4	5	8

**30 Выберите правильный ответ:**

- а) Функция  $y = f(x)$  называется четной, если для каждого  $x$  из области определения выполняется условие  $f(-x) = f(x)$

- b) Функция  $y = f(x)$  называется четной, если область определения симметрична относительно начала координат и для любых  $x$  из области определения выполняется условие  $f(-x) = f(x)$
- c) Функция  $y = f(x)$  называется четной, если для всех  $x$  из области определения выполняется условие  $f(-x) = -f(x)$

**31 Выберите правильный ответ:**

- a) Функция  $y = f(x)$  называется нечетной, если для каждого  $x$  из области определения выполняется условие  $f(-x) = f(x)$
- b) Функция  $y = f(x)$  называется нечетной, если область определения симметрична относительно начала координат и для любых  $x$  из области определения выполняется условие  $f(-x) = -f(x)$
- c) Функция  $y = f(x)$  называется нечетной, если для всех  $x$  из области определения выполняется условие  $f(-x) = f(x)$

**32 Выберите правильный ответ:**

- a) Функция  $y = f(x)$  называется монотонно возрастающей (убывающей) на промежутке  $X$ , если большему значению аргумента из этого промежутка соответствует меньшее (большее) значение функции
- b) Функция  $y = f(x)$  называется монотонно возрастающей (убывающей) на промежутке  $X$ , если большему значению аргумента из этого промежутка соответствует большее (меньшее) значение функции
- c) Функция  $y = f(x)$  называется монотонно возрастающей (убывающей) на промежутке  $X$ , если меньшему значению аргумента из этого промежутка соответствует большее (меньшее) значение функции

**33 Выберите правильный ответ:**

- a) Функция  $y = f(x)$  называется ограниченной на промежутке  $X$ , если существует такое положительное число  $M > 0$ , что  $|f(x)| \leq M$  для любого  $x \in X$ .
- b) Функция  $y = f(x)$  называется ограниченной на промежутке  $X$ , если существует такое произвольное число  $M$ , что  $|f(x)| \leq M$  для любого  $x \in X$ .
- c) Функция  $y = f(x)$  называется ограниченной на промежутке  $X$ , если существует такое положительное число  $M > 0$ , что  $f(x) \leq M$  для любого  $x \in X$ .

**34 Выберите правильный ответ:**

- a) Если для любого  $x$  из области определения  $f(x+T) \neq f(x)$ , где  $T \neq 0$ , то функция называется периодической с периодом  $T$ .
- b) Если для любого  $x$  из области определения  $f(x+T) = f(x)$ , где  $T \neq 0$ , то функция называется периодической с периодом  $T$ .
- c) Если для любого  $x$  из области определения  $f(x+T) > f(x)$ , где  $T \neq 0$ , то функция называется периодической с периодом  $T$ .

**35 Выберите правильный ответ:**

- a) Элементарные - функции, которые получаются из основных функций с помощью алгебраических действий (\*, /, ). Основные элементарные функции: степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические.

б) Элементарные - функции, которые получаются из основных функций с помощью алгебраических действий (+, -, \*, /, возведение в степень). Основные элементарные функции:

постоянная, степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические, обратные тригонометрическим.

с) Элементарные - функции, которые получаются из основных функций с помощью алгебраических действий (+, -). Основные элементарные функции: показательная, логарифмическая, тригонометрические, обратные тригонометрическим.

### 36 Выберите правильный ответ:

а) Пусть функция  $y = f(u)$  есть функция от переменной  $u$ , определенной на множестве  $X$ , а переменная  $u$  является функцией от  $x$ :  $u = h(x)$ , определенной так же на множестве  $X$ , тогда  $y = f(h(x))$  называется сложной функцией.

б) Пусть функция  $y = f(x)$  есть функция от переменной  $x$ , определенной на множестве  $X$ , и переменная  $u$  является функцией от  $x$ :  $u = h(x)$ , определенной на множестве  $X$ , тогда  $y = f(h(x))$  называется сложной функцией.

с) Пусть функция  $y = f(u)$  есть функция от переменной  $u$ , определенной на множестве  $U$ , а переменная  $u$  является функцией от  $x$ :  $u = h(x)$ , определенной на множестве  $X$ , тогда  $y = f(h(x))$  называется сложной функцией.

### 37 Выберите правильный ответ:

а) Графики взаимнообратных функций симметричны относительно прямой  $y = x$

б) Графики взаимнообратных функций симметричны относительно оси  $OX$

с) Графики взаимнообратных функций симметричны относительно оси  $OY$

### 38 Выберите правильный ответ:

а) Если некоторые значения  $x$  и значение  $y$  удовлетворяют уравнению  $F(x, y) = 0$ , то говорят, что эта функция задана неявно.

б) Если каждое значение аргумента  $x$  и соответствующее ему значение функции  $y$  удовлетворяют некоторому (одному и тому же) уравнению  $y = f(x)$ , то говорят, что эта функция задана неявно.

с) Если каждое значение аргумента  $x$  и соответствующее ему значение функции  $y$  удовлетворяют некоторому (одному и тому же) уравнению  $F(x, y) = 0$ , то говорят, что эта функция задана неявно.

### 39 Выберите правильный ответ:

а) Число  $A$  называется пределом функции  $f(x)$  при  $x \rightarrow a$ , если для любого сколь угодно малого наперед заданного числа  $\varepsilon > 0$ , найдется такое число  $\delta > 0$  (зависящее от  $\varepsilon$ ), что для всех  $x$  таких, что  $|x - a| < \delta$ ,  $x \neq a$ , выполняется неравенство  $|f(x) - A| < \varepsilon$

б) Число  $A$  называется пределом функции  $f(x)$  при  $x \rightarrow a$ ,  $x \neq a$ , если для любого числа  $\varepsilon$ , выполняется неравенство  $|f(x) - A| < \varepsilon$

с) Число  $A$  называется пределом функции  $f(x)$  при  $x \rightarrow a$ , если для любого сколь угодно малого наперед заданного числа  $\varepsilon > 0$ , найдется такое число  $\delta > 0$  (зависящее от  $\varepsilon$ ), что для всех  $x$  таких, что  $|x - a| > \delta$ ,  $x \neq a$ , выполняется неравенство  $|f(x) - A| > \varepsilon$

**40 Выберите правильный ответ:**

- a) Пусть функции  $f(x)$  и  $q(x)$  определены в некоторой окрестности точки  $x_0$  и  $\lim_{n \rightarrow x_0} f(x) = a, \lim_{n \rightarrow x_0} q(x) = b \Rightarrow \lim_{n \rightarrow x_0} (f(x) \pm q(x)) = a \pm b$
- b) Пусть  $\lim_{n \rightarrow x_0} f(x) = a, \lim_{n \rightarrow x_0} q(x) = b \Rightarrow \lim_{n \rightarrow x_0} (f(x) \pm q(x))$  - не определено
- c) Пусть функции  $f(x)$  и  $q(x)$  определены в некоторой окрестности точки  $x_0$  и  $\lim_{n \rightarrow x_0} f(x) = a, \lim_{n \rightarrow x_0} q(x) = b \Rightarrow \lim_{n \rightarrow x_0} (f(x) \pm q(x)) = a * f(x) \pm b * q(x)$

**41 Выберите правильный ответ:**

- a) Пусть функции  $f(x)$  и  $q(x)$  определены в некоторой окрестности точки  $x_0$  и  $\lim_{n \rightarrow x_0} f(x) = a, \lim_{n \rightarrow x_0} q(x) = b \Rightarrow \lim_{n \rightarrow x_0} (f(x) * q(x))$  - не определено
- b) Пусть  $\lim_{n \rightarrow x_0} f(x) = a, \lim_{n \rightarrow x_0} q(x) = b \Rightarrow \lim_{n \rightarrow x_0} (f(x) * q(x)) = [a * f(x)] * [b * q(x)]$
- c) Пусть функции  $f(x)$  и  $q(x)$  определены в некоторой окрестности точки  $x_0$  и  $\lim_{n \rightarrow x_0} f(x) = a, \lim_{n \rightarrow x_0} q(x) = b \Rightarrow \lim_{n \rightarrow x_0} (f(x) * q(x)) = a * b$

**42 Выберите правильный ответ:** Пусть функции  $f(x)$  и  $q(x)$  определены в некоторой окрестности точки  $x_0$  и

- a)  $\lim_{n \rightarrow x_0} f(x) = a, \lim_{n \rightarrow x_0} q(x) = b, b \neq 0 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{q(x)}$  - не определено
- b)  $\lim_{n \rightarrow x_0} f(x) = a, \lim_{n \rightarrow x_0} q(x) = b, b \neq 0 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{q(x)} = \frac{a}{b}$
- c)  $\lim_{n \rightarrow x_0} f(x) = a, \lim_{n \rightarrow x_0} q(x) = b, b \neq 0 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{q(x)} = \frac{a * f(x)}{b * q(x)}$

**43 Выберите правильный ответ:**

- a) Число  $A$  называется пределом функции  $f(x)$  при  $x \rightarrow \infty$ , если для любого сколь угодно малого наперед заданного числа  $\varepsilon > 0$ , найдется такое число  $S > 0$  (зависящее от  $\varepsilon$ ), что для всех  $x$  таких, что  $|x| < S$ , выполняется неравенство  $|f(x) - A| < \varepsilon$
- b) Число  $A$  называется пределом функции  $f(x)$  при  $x \rightarrow \infty$ , если для любого числа  $\varepsilon$ , найдется такое число  $S > 0$  (зависящее от  $\varepsilon$ ), что для всех  $x$  таких, что  $|x| < S$ , выполняется неравенство  $|f(x) - A| > \varepsilon$
- c) Число  $A$  называется пределом функции  $f(x)$  при  $x \rightarrow \infty$ , если для любого сколь угодно малого наперед заданного числа  $\varepsilon > 0$ , найдется такое число  $S > 0$  (зависящее от  $\varepsilon$ ), что для всех  $x$  таких, что  $|x| < S$ , выполняется неравенство  $|f(x)| < \varepsilon$

**44 Выберите правильный ответ:**

- a) Функция  $\alpha(x)$  называется бесконечно малой величиной при  $x \rightarrow x_0$  или  $x \rightarrow \infty$ , если ее предел не существует:  $\lim_{x \rightarrow x_0(\infty)} \alpha(x)$  - не существует

**b) Функция  $\alpha(x)$  называется бесконечно малой величиной при  $x \rightarrow x_0$  или  $x \rightarrow \infty$ , если ее предел равен нулю:  $\lim_{x \rightarrow x_0(\infty)} \alpha(x) = 0$**

**c) Функция  $\alpha(x)$  называется бесконечно малой величиной при  $x \rightarrow x_0$  или  $x \rightarrow \infty$ , если ее предел равен произвольному числу:  $\lim_{x \rightarrow x_0(\infty)} \alpha(x) = \infty$**

**45 Выберите правильный ответ:**

**a) Если функция  $f(x)$  при  $x \rightarrow x_0$  или  $x \rightarrow \infty$  имеет предел, равный  $A$ , то ее можно представить в виде разности этого числа  $A$  и бесконечно малой  $\alpha(x)$  при  $x \rightarrow x_0$  или  $x \rightarrow \infty$ :  $f(x) = A - \alpha(x)$**

**b) Если функция  $f(x)$  при  $x \rightarrow x_0$  или  $x \rightarrow \infty$  имеет предел, равный  $A$ , то ее можно представить в виде суммы этого числа  $A$  и бесконечно малой  $\alpha(x)$  при  $x \rightarrow x_0$  или  $x \rightarrow \infty$ :  $f(x) = A + \alpha(x)$**

**c) Если функция  $f(x)$  при  $x \rightarrow x_0$  или  $x \rightarrow \infty$  имеет предел, равный  $A$ , то ее можно представить в виде произведения этого числа  $A$  и бесконечно малой  $\alpha(x)$  при  $x \rightarrow x_0$  или  $x \rightarrow \infty$ :  $f(x) = A * \alpha(x)$**

**46 Выберите правильный ответ:**

**a) Если функцию  $f(x)$  можно представить в виде суммы числа  $A$  и бесконечно большой  $\beta(x)$  при  $x \rightarrow x_0$  или  $x \rightarrow \infty$ , то число  $A$  есть предел этой функции при  $x \rightarrow x_0$  или  $x \rightarrow \infty$ , т.е.  $\lim_{x \rightarrow x_0(\infty)} f(x) = A$**

**в) Если функцию  $f(x)$  можно представить в виде суммы числа  $A$  и бесконечно малой  $\alpha(x)$  при  $x \rightarrow x_0$  или  $x \rightarrow \infty$ , то число  $\alpha(x)$  есть предел этой функции при  $x \rightarrow x_0$  или  $x \rightarrow \infty$ , т.е.  $\lim_{x \rightarrow x_0(\infty)} f(x) = \alpha(x)$**

**с) Если функцию  $f(x)$  можно представить в виде суммы числа  $A$  и бесконечно малой  $\alpha(x)$  при  $x \rightarrow x_0$  или  $x \rightarrow \infty$ , то число  $A$  есть предел этой функции при  $x \rightarrow x_0$  или  $x \rightarrow \infty$ , т.е.  $\lim_{x \rightarrow x_0(\infty)} f(x) = A$**

**47 Выберите правильный ответ:**

**a) Произведение бесконечно большой величины на функцию, предел которой отличен от нуля, есть величина бесконечно большая.**

**b) Произведение бесконечно большой величины на функцию, предел которой отличен от нуля, есть величина бесконечно малая.**

**c) Произведение бесконечно большой величины на функцию, предел которой отличен от нуля, не существует.**

**48 Выберите правильный ответ:**

**a) Сумма бесконечно большой величины и ограниченной функции есть ограниченная произвольная функция**

**b) Сумма бесконечно большой величины и ограниченной функции есть величина бесконечно большая.**

с) Сумма бесконечно большой величины и ограниченной функции есть величина бесконечно малая.

**49 Выберите правильный ответ:**

а) Частное от деления бесконечно большой величины на функцию, имеющую предел, есть величина бесконечно большая.

б) Частное от деления бесконечно большой величины на функцию, имеющую предел, не определяется

с) Частное от деления бесконечно большой величины на функцию, имеющую предел, есть произвольная функция.

**50 Выберите правильный ответ:**

а) Если функция  $\alpha(x)$  есть величина бесконечно большая величина при  $x \rightarrow x_0$  или  $x \rightarrow \infty$ , то и функция  $f(x) = \frac{1}{\alpha(x)}$  является бесконечно большой при  $x \rightarrow x_0$  или  $x \rightarrow \infty$ . И если функция  $f(x)$  бесконечно малая при  $x \rightarrow x_0$  или  $x \rightarrow \infty$ , то и функция  $\alpha(x) = \frac{1}{f(x)}$  есть бесконечно малая при  $x \rightarrow x_0$  или  $x \rightarrow \infty$ .

б) Если функция  $\alpha(x)$  есть величина бесконечно малая величина при  $x \rightarrow x_0$  или  $x \rightarrow \infty$ , то функция  $f(x) = \frac{1}{\alpha(x)}$  является бесконечно малая при  $x \rightarrow x_0$  или  $x \rightarrow \infty$ . И если функция  $f(x)$  бесконечно большая при  $x \rightarrow x_0$  или  $x \rightarrow \infty$ , то функция  $\alpha(x) = \frac{1}{f(x)}$  есть бесконечно малая при  $x \rightarrow x_0$  или  $x \rightarrow \infty$ .

с) Если функция  $\alpha(x)$  есть величина бесконечно малая величина при  $x \rightarrow x_0$  или  $x \rightarrow \infty$ , то функция  $f(x) = \frac{1}{\alpha(x)}$  является бесконечно большой при  $x \rightarrow x_0$  или  $x \rightarrow \infty$ . И если функция  $f(x)$  бесконечно большая при  $x \rightarrow x_0$  или  $x \rightarrow \infty$ , то функция  $\alpha(x) = \frac{1}{f(x)}$  есть бесконечно малая при  $x \rightarrow x_0$  или  $x \rightarrow \infty$ .

**51 Выберите правильный ответ:**

а) Функция не может иметь более одного предела

в) Функция может иметь хотя бы один предел

с) Функция не может иметь предел

**52 Выберите правильный ответ:**

а) Если в некоторой окрестности точки  $x_0$  ( или при достаточно больших  $x$ )  $f(x) < \varphi(x)$ , то  $\lim_{x \rightarrow x_0(\infty)} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0(\infty)} \varphi(x) = x_0$

б) Если в некоторой окрестности точки  $x_0$  ( или при достаточно больших  $x$ )  $f(x) < \varphi(x)$ , то  $\lim_{x \rightarrow x_0(\infty)} f(x) < \lim_{x \rightarrow x_0(\infty)} \varphi(x)$

с) Если в некоторой окрестности точки  $x_0$  ( или при достаточно больших  $x$ )

$$\lim_{x \rightarrow x_0(\infty)} f(x) < \lim_{x \rightarrow x_0(\infty)} \varphi(x), \text{ то } f(x) > \varphi(x)$$

### 53 Выберите правильный ответ:

а) Если  $f(x) < \varphi(x) < \psi(x)$  и  $\lim_{x \rightarrow x_0(\infty)} \psi(x) = \lim_{x \rightarrow x_0(\infty)} \varphi(x) = A$ , то  $\lim_{x \rightarrow x_0(\infty)} f(x) = A$

б) Если  $\psi(x) < \varphi(x) < f(x)$  и  $\lim_{x \rightarrow x_0(\infty)} \psi(x) = \lim_{x \rightarrow x_0(\infty)} \varphi(x) = A$ , то  $\lim_{x \rightarrow x_0(\infty)} f(x) = A$

в) Если  $\psi(x) < f(x) < \varphi(x)$  и  $\lim_{x \rightarrow x_0(\infty)} \psi(x) = \lim_{x \rightarrow x_0(\infty)} \varphi(x) = A$ , то  $\lim_{x \rightarrow x_0(\infty)} f(x) = A$

### 54 Выберите правильный ответ:

а) Первым замечательным пределом называется  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

б) Первым замечательным пределом называется  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$

в) Первым замечательным пределом называется  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = e$

### 55 Выберите правильный ответ:

а) Функция  $f(x)$  называется непрерывной в точке  $x_0$ , если она удовлетворяет условиям: 1) определена в точке  $x_0$  (существует  $f(x_0)$ ); 2) имеет конечный предел функции при  $x \rightarrow x_0$  3) этот предел равен значению функции в точке  $x_0$ :

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

б) Функция  $f(x)$  называется непрерывной в точке  $x_0$ , если она удовлетворяет условиям: 1) определена в точке  $x_0$  (существует  $f(x_0)$ ); 2) имеет конечный предел функции при  $x \rightarrow x_0$

в) Функция  $f(x)$  называется непрерывной в точке  $x_0$ , если она удовлетворяет условиям:

1) имеет конечный предел функции при  $x \rightarrow x_0$ ; 2) этот предел равен значению функции в точке  $x_0$ :  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

### 56 Выберите правильный ответ:

а) Функция  $f(x)$  называется непрерывной в точке  $x_0$ , если она определена в точке  $x_0$  (существует  $f(x_0)$ ) и бесконечно большому приращению аргумента соответствует бесконечно малое приращение функции  $\lim_{\Delta x \rightarrow \infty} \Delta y = 0$

б) Функция  $f(x)$  называется непрерывной в точке  $x_0$ , если она определена в точке  $x_0$  (существует  $f(x_0)$ ) и бесконечно малому приращению аргумента соответствует бесконечно малое приращение функции  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y = 0$

в) Функция  $f(x)$  называется непрерывной в точке  $x_0$ , если она определена в точке  $x_0$  (существует  $f(x_0)$ ) и бесконечно малому приращению аргумента соответствует бесконечно большое приращение функции  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y = \infty$

### 57 Выберите правильный ответ:

а) Точка  $x_0$  называется точкой разрыва функции если в этой точке нарушается непрерывность функции.

- в) Точка  $x_0$  называется точкой разрыва функции, если в этой точке  $y = f(x_0)$   
 с) Точка  $x_0$  называется точкой разрыва функции если в этой точке  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

**58 Выберите правильный ответ:**

- а) Если функции  $f(x)$  и  $g(x)$  непрерывны в точке  $x_0$ , то их сумма  $f(x) + g(x)$ , произведение  $f(x) * g(x)$ , частное  $f(x) / g(x)$  (при условии, что  $g(x) \neq 0$ ) являются функциями непрерывными в точке  $x_0$ .  
 б) Если функции  $f(x)$  и  $g(x)$  непрерывны в точке  $x_0$ , то их сумма  $f(x) + g(x)$ , произведение  $f(x) * g(x)$  являются функциями непрерывными в точке  $x_0$ . Частное  $f(x) / g(x)$  (при условии, что  $g(x) \neq 0$ ) не определено.  
 с) Если функции  $f(x)$  и  $g(x)$  непрерывны в точке  $x_0$ , то их сумма  $f(x) + g(x)$ , произведение  $f(x) * g(x)$ , частное  $f(x) / g(x)$  (при условии, что  $g(x) \neq 0$ ) не определено на непрерывность в точке  $x_0$ .

**59 Выберите правильный ответ:**

- а) Если функция  $y = f(x)$  непрерывны в точке  $x_0$ , функция  $u = g(x)$  непрерывна в точке  $u_0 = g(x_0)$ , то сложная функция  $y = f(g(x))$  непрерывна в точке  $u_0$ .  
 б) Если функция  $y = f(u)$  непрерывны в точке  $u_0$ , функция  $u = g(x)$  непрерывна в точке  $u_0 = g(x_0)$ , то о сложной функции  $y = f(g(x))$  непрерывна в точке  $x_0$  ничего определенного сказать нельзя.  
 с) Если функция  $y = f(u)$  непрерывны в точке  $u_0$ , функция  $u = g(x)$  непрерывна в точке  $u_0 = g(x_0)$ , то сложная функция  $y = f(g(x))$  непрерывна в точке  $x_0$ .

**60 Выберите правильный ответ:**

- а) Число  $A$  называется пределом функции  $f(x)$  справа в точке  $x_0$  (или правосторонним пределом), функция определена хотя бы в одной точке справа от числа  $A$   
 б) Число  $A$  называется пределом функции  $f(x)$  справа в точке  $x_0$  (или правосторонним пределом), если для любой последовательности  $\{x_n\}$ , сходящейся к  $x_0$  и такой, что все ее члены меньше, чем  $x_0$ , соответствующая последовательность значений функции  $\{f(x_n)\}$  сходится к числу  $A$ .  
 с) Число  $A$  называется пределом функции  $f(x)$  справа в точке  $x_0$  (или правосторонним пределом), если для любой последовательности  $\{x_n\}$ , сходящейся к  $x_0$  и такой, что все ее члены больше, чем  $x_0$ , соответствующая последовательность значений функции  $\{f(x_n)\}$  сходится к числу  $A$ . Обозначается  $\lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x)$

**61 Выберите правильный ответ:**

- а) Если функция  $y = f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a, b]$ , то она не ограничена на этом отрезке  
 б) Если функция  $y = f(x)$  терпит разрыв на отрезке  $[a, b]$ , то она ограничена на этом отрезке  
 с) Если функция  $y = f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a, b]$ , то она ограничена на этом отрезке

**62 Выберите правильный ответ:**

- а) (2-ая теорема Вейерштрасса) Если функция  $y = f(x)$  терпит разрыв на отрезке  $[a, b]$ , то она достигает на этом отрезке наименьшего значения  $m$  и наибольшего значения  $M$
- б) (2-ая теорема Вейерштрасса) Если функция  $y = f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a, b]$ , то она достигает на этом отрезке наименьшего значения  $m$  или наибольшего значения  $M$
- в) (2-ая теорема Вейерштрасса) Если функция  $y = f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a, b]$ , то она достигает на этом отрезке наименьшего значения  $m$  и наибольшего значения  $M$

**63 Выберите правильный ответ:**

- а) (теорема Больцано-Коши) Если функция  $y = f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a, b]$  и значения ее на концах отрезка  $f(a)$  и  $f(b)$  имеют противоположные знаки, то внутри отрезка найдется точка  $c \in (a, b)$  такая, что  $f(c) = 0$ .
- б) (теорема Больцано-Коши) Если функция  $y = f(x)$  терпит разрыв на отрезке  $[a, b]$  и значения ее на концах отрезка  $f(a)$  и  $f(b)$  имеют противоположные знаки, то внутри отрезка найдется точка  $c \in (a, b)$  такая, что  $f(c)$  равно произвольному числу.
- в) (теорема Больцано-Коши) Если функция  $y = f(x)$  терпит разрыв на отрезке  $[a, b]$  и значения ее на концах отрезка  $f(a)$  и  $f(b)$  имеют противоположные знаки, то внутри отрезка найдется точка  $c \in (a, b)$  такая, что  $f(c) = 0$ .

**64 Выберите правильный ответ:**

- а) Если в точке  $x_0$   $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) = f(x_0)$ , то в точке  $x_0$  функция терпит разрыв первого рода.
- б) Если в точке  $x_0$   $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) \neq f(x_0)$ , то в точке  $x_0$  функция терпит разрыв первого рода.
- в) Если в точке  $x_0$   $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$  не существует  $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) = f(x_0)$ , то в точке  $x_0$  функция терпит разрыв первого рода.

**65 Выберите правильный ответ:**

- а) Если в точке  $x_0$  функция  $y = f(x_0)$  не определена или хотя бы один из односторонних пределов равен  $\pm \infty$  или не существует, то в точке  $x_0$  функция терпит устранимый разрыв.
- б) Если в точке  $x_0$  функция  $y = f(x_0)$  не определена или хотя бы один из односторонних пределов равен  $\pm \infty$  или не существует, то в точке  $x_0$  функция терпит разрыв второго рода.
- в) Если в точке  $x_0$  функция  $y = f(x_0)$  определена и один из односторонних пределов равен нулю, то в точке  $x_0$  функция терпит разрыв второго рода.

**66 Выберите правильный ответ:**

- а) Если в точке  $x_0$  существует конечный предел  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  и значение функции  $f(x_0)$  определено, то в точке  $x_0$  функция терпит устранимый разрыв.

- б) Если в точке  $x_0$  не существует конечный предел  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x_0)$ , а значение функции  $f(x_0)$  определено, то в точке  $x_0$  функция терпит разрыв второго рода.
- с) Если в точке  $x_0$  существует конечный предел  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x_0)$ , а значение функции  $f(x_0)$  не определено, то в точке  $x_0$  функция терпит устранимый разрыв.

**67 Выберите правильный ответ:**

а) Производной функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$  называется предел (если он существует) отношения приращения функции  $\Delta y$  к приращению аргумента  $\Delta x$ , когда приращение аргумента стремится к нулю  $y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$

в) Производной функции  $y = f(x)$  называется предел (если он существует) отношения приращения аргумента  $\Delta x$  к приращению функции  $\Delta y$ , когда приращение аргумента стремится к нулю  $y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta y}$

с) Производной функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$  называется предел (если он существует) отношения приращения функции  $\Delta y$  к приращению аргумента  $\Delta x$ , когда приращение функции стремится к бесконечности  $y' = \lim_{\Delta x \rightarrow \infty} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$

**68 Выберите правильный ответ:**

а) Производную можно рассматривать, как произведение дифференциала функции соответствующего порядка на соответствующую степень дифференциала независимой переменной  $y' = dy * dx$

в) Производную можно рассматривать, как отношение дифференциала функции соответствующего порядка к соответствующей степени дифференциала независимой переменной  $y' = \frac{dy}{dx}$

с) Производную можно рассматривать, как отношение дифференциала независимой переменной соответствующего порядка к соответствующей степени дифференциала функции  $y' = \frac{dx}{dy}$

**69 Выберите правильный ответ:**

а) Если функция  $y = f(x)$  в точке  $x_0$  имеет конечную производную, то функция называется дифференцируемой в этой точке, а процесс нахождения производной дифференцированием;

в) Функция  $y = f(x)$  в точке  $x_0$  называется дифференцируемой, а процесс нахождения производной дифференцированием;

с) Если функция  $y = f(x)$  в точке  $x_0$  имеет конечную производную, то функция называется дифференцируемой в этой точке, а процесс нахождения точки  $x_0$  называется дифференцированием.

**70 Выберите правильный ответ:**

а) Касательная к графику в точке  $M_0(x_0; y_0)$ , уравнение которой имеет вид:  $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$ . При этом  $f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha$ , где  $\alpha$  – угол наклона этой касательной с положительным направлением оси  $OX$ .

в) Пусть функция  $y = f(x)$  имеет производную в точке  $x_0$ . Тогда существует касательная к графику в точке  $M_0(x_0; y_0)$ , уравнение которой имеет вид:  $x - x_0 = f'(x_0 - x)(y - y_0)$ . При этом  $f'(x_0 - x) = \operatorname{tg} \alpha$ , где  $\alpha$  – угол наклона этой касательной с положительным направлением оси  $OX$ .

с) Пусть функция  $y = f(x)$  имеет производную в точке  $x_0$ . Тогда существует касательная к графику в точке  $M_0(x_0; y_0)$ , уравнение которой имеет вид:  $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$ . При этом  $f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha$ , где  $\alpha$  – угол наклона этой касательной с положительным направлением оси  $OX$ .

**71 Выберите правильный ответ:**

а) Прямая проходящая через точку касания и перпендикулярна касательной, называется нормалью к кривой и имеет уравнение:  $y - y_0 = \frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$ .

в) Прямая проходящая перпендикулярно через произвольную точку касательной к графику, называется нормалью к кривой и имеет уравнение:  $y - y_0 = \frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$ .

с) Прямая проходящая через точку касания, называется нормалью к кривой и имеет уравнение:  $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$ .

**72 Выберите правильный ответ:**

а) Под скоростью точки понимают среднюю скорость за промежуток времени от  $t_0$  до  $t_0 + \Delta t$ , когда  $\Delta t \rightarrow 0$ , т.е.  $v = v_{cp} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$

в) Под скоростью точки в момент  $t_0$  понимают предел средней скорости за промежуток времени от  $t_0$  до  $t_0 + \Delta t$ , когда  $\Delta t \rightarrow 0$ , т.е.  $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_{cp} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$

с) Под скоростью точки в момент  $t_0$  понимают среднюю скорость за промежуток времени от  $t_0$  до  $t_0 + \Delta t$ , то есть  $v = v_{cp}$

**73 Выберите правильный ответ:**

а) Если  $f'(x_0) = 0$  (т.е. касательная горизонтальная), то нормаль вертикальна и имеет уравнение  $x = x_0$ .

в) Если  $f'(x_0) = 0$  (т.е. касательная горизонтальная), то нормаль вертикальна и имеет уравнение  $x = x_0$ .

с) Если  $f'(x_0) = 0$ , то нормаль имеет уравнение  $y = kx + b$ .

**74 Выберите правильный ответ:**

а) Логарифмической производной от функции  $y = f(x)$  называется производная от логарифма этой функции:  $(\ln y)' = \frac{1}{y}$

в) Логарифмической производной от функции  $y = f(x)$  называется производная от логарифма этой функции:  $(\ln y)' = \frac{y'}{y}$

с) Логарифмической производной называется производная от логарифма:  $(\ln y)' = \frac{y'}{y}$

**75 Выберите правильный ответ:**

а) Производная показательно-степенной функции имеет вид:  $u(x)^{v(x)} = u^v * v' * \ln u$

в) Производная показательно-степенной функции имеет вид:  $u(x)^{v(x)} = u^{v-1} * u' * v$

с) Производная показательно-степенной функции имеет вид:

$$u(x)^{v(x)} = u^v * v' * \ln u + u^{v-1} * u' * v$$

**76 Выберите правильный ответ:**

а) Производную функции заданной неявно уравнением  $F(x,y) = 0$ , вычисляют дифференцированием правой и левой частей уравнения (считая при этом переменную  $y$  функцией,  $x$  – аргументом) и разрешая затем полученной уравнение относительно  $y'$ .

в) Производную функции заданной неявно уравнением  $F(x,y) = 0$ , вычисляют дифференцированием правой части уравнения (считая при этом переменные  $y$  и  $x$  – аргументами) и разрешая затем полученной уравнение относительно  $y'$ .

с) Производную функции заданной неявно уравнением  $F(x,y) = 0$ , вычисляют выражая сначала  $x$  относительно  $y$ , а затем дифференцируя.

**77 Выберите правильный ответ:**

а) Если функция  $y = f(x)$  дифференцируема в точке  $x_0$ , то она в этой точке непрерывна – это необходимое и достаточное условие дифференцируемости.

в) Если функция  $y = f(x)$  дифференцируема в точке  $x_0$ , то она в этой точке непрерывна – это необходимое условие дифференцируемости.

с) Если функция  $y = f(x)$  дифференцируема в точке  $x_0$ , то она в этой точке непрерывна – это достаточное условие дифференцируемости.

**78 Выберите правильный ответ:**

а) Для дифференцируемой функции с производной, не равной нулю, производная обратной функции равна величине производной данной функции, т.е.  $x'_y = y'_x$

в) Производная обратной функции равна величине производной данной функции, т.е.  $x'_y = \frac{1}{y'_x}$

с) Для дифференцируемой функции с производной, не равной нулю, производная обратной функции равна обратной величине производной данной функции, т.е.  $x'_y = \frac{1}{y'_x}$

**79 Выберите правильный ответ:**

а) Производной  $n$  – оgo порядка называется производная от производной  $n$  – оgo порядка, если таковые существуют и обозначают  $y^{(n)} = f^{(n)} = \frac{d^{(n)}y}{dx^{(n)}}$

в) Производной  $n$  – оgo порядка называется производная от производной  $(n - 1)$  – оgo порядка, если таковые существуют и обозначают  $y^n = f^n = \frac{dx^n}{dy^n}$

с) Производной  $n$  – оgo порядка называется производная от производной  $(n - 1)$  – оgo порядка, если таковые существуют и обозначают  $y^{(n)} = f^{(n)} = \frac{d^{(n)}y}{dx^{(n)}}$

**80 Выберите правильный ответ:**

а) Если функция задана параметрически  $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$  и имеет производные в точке

$t_0$ :  $x'(t_0) \neq 0$  и  $y'(t_0)$ , то эта производная вычисляется  $y'(x_0) = \frac{y'_t(t_0)}{x'_t(t_0)}$

в) Если функция задана параметрически  $\begin{cases} x = x(x_0) \\ y = y(y_0) \end{cases}$  и имеет производные в точке  $x_0$ ,

то эта производная вычисляется  $y'(x_0) = \frac{y'_t(y_0)}{x'_t(x_0)}$

с) Если функция задана параметрически  $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$  и имеет производные в точке  $t_0$ :

$x'(t_0) \neq 0$  и  $y'(t_0)$ , то эта производная вычисляется  $y'(x_0) = \frac{x'_t(t_0)}{y'_t(t_0)}$

**81 Выберите правильный ответ:**

а) Если функция  $y = f(x)$  достигает наибольшего или наименьшего значения в точке  $x_0$ , то производная функции в этой точке равна нулю или не существует, т.е.  $f'(x_0) = 0$

в) Если дифференцируемая на промежутке  $X$  функция  $y = f(x)$  достигает наибольшего или наименьшего значения во внутренней точке  $x_0$  этого промежутка, то производная функции в этой точке равна нулю, т.е.  $f'(x_0) = 0$

с) Если дифференцируемая на промежутке  $X$  функция  $y = f(x)$  достигает наибольшего или наименьшего значения во внутренней точке  $x_0$  этого промежутка, то производная функции в этой точке не существует, т.е.  $f'(x_0)$  – не существует

**82 Выберите правильный ответ:** Если кривая выпукла и возрастает на отрезке  $[a; b]$ , то для  $\forall x \in [a; b]$

а)  $f''(x) > 0, f'(x) < 0$ ;

в)  $f''(x) < 0, f'(x) > 0$ ;

с)  $f''(x) > 0, f'(x) > 0$ ;

д)  $f''(x) < 0, f'(x) < 0$ ;

е)  $f''(x) > 0, f'(x) = 0$ .

**83 Выберите правильный ответ:**

а) уравнение вида  $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$ , т.е. связывающее независимую переменную  $x$ , неизвестную функцию  $y$  и ее производные  $n$ -ого порядка включительно, называются **дифференциальными уравнениями**;

б) уравнение вида  $F(x', y, y') = 0$ , т.е. связывающее производную независимой переменной  $x$ , неизвестную функцию  $y$  и ее производную, называются **дифференциальными уравнениями**;

в) уравнение вида  $F(x, y) = 0$ , т.е. связывающие независимую переменную  $x$  и неизвестную функцию  $y$  называются **дифференциальными уравнениями**.

**84 Выберите правильный ответ:**

а) если искомая (неизвестная) функция зависит от одной переменной, то ДУ называют **обыкновенным**; в противном случае – **ДУ в частных производных**;

б) если искомая (неизвестная) функция зависит от одной переменной, то ДУ называют **уравнением одной переменной**; в противном случае – **ДУ нескольких переменных**;

в) если искомая (неизвестная) функция зависит от одной переменной, то ДУ называют **уравнением первого порядка**; в противном случае – **ДУ  $n$ -ого порядка**.

**85 Выберите правильный ответ:**

а) **частное решение** дифференциального уравнения  $n$ -го порядка имеет вид  $y = \varphi(x, c_1, c_2, \dots, c_n)$  или  $\Phi(x, y, c_1, c_2, \dots, c_n) = 0$  - **общий интеграл уравнения**;

б) **общее решение** дифференциального уравнения  $n$ -го порядка содержит  $n$  произвольных постоянных и имеет вид  $y = \varphi(x, 1, 2, 3, \dots, n)$  или  $\Phi(x, y, 1, 2, 3, \dots, n) = 0$  - **общий интеграл уравнения**;

в) **общее решение** дифференциального уравнения  $n$ -го порядка содержит  $n$  произвольных постоянных  $c_1, c_2, \dots, c_n$  и имеет вид  $y = \varphi(x, c_1, c_2, \dots, c_n)$  или  $\Phi(x, y, c_1, c_2, \dots, c_n) = 0$  - **общий интеграл уравнения**.

**86 Вставьте пропущенное слово:**

«Условие  $y(x_0) = y_0$  или  $y = y_0 \Big|_{x = x_0}$  называется \_\_\_\_\_ условием»  
(начальным).

**87 Установите соответствие между формулами и названиями ДУ**

1) $y' + p(x) \cdot y = q(x) \cdot y^n \quad n \in R, n \neq 0, n \neq 1$	а) линейное дифференциальное уравнение первого порядка;
2) $y' + p(x) \cdot y = q(x)$ где $p(x)$ и $q(x)$ – заданные функции, в частности – постоянные;	б) уравнение Бернулли;
3) $P(x; y)dx + Q(x; y)dy = 0$ , если	в) дифференциальное уравнение

$P(kx, ky) \equiv k^n P(x, y), \quad Q(kx, ky) \equiv k^n Q(x, y);$	второго порядка, разрешенное относительно старшей производной;
$4 y'' = f(x; y; y');$	г) однородное дифференциальное уравнение первого порядка;
$5 y^{(n)} = f(x).$	д) дифференциальное уравнение допускающее понижение порядка.

### 88 Вставьте пропущенные слова:

«Дифференциальное уравнение вида:  $P(x) \cdot dx + Q(y) \cdot dy = 0$  называют уравнением с \_\_\_\_\_» (разделенными переменными).

### 89 Вставьте пропущенное слово:

«Дифференциальное уравнение  $y' = f(x; y)$  называется \_\_\_\_\_, если функция  $f(x; y)$  есть однородная функция нулевого порядка» (однородным).

### 90 Выберите правильный ответ:

- а) общим решением ДУ первого порядка называется любая функция  $y = \varphi(x; c);$   
б) общим решением ДУ первого порядка называется функция  $y = \varphi(x; c)$  содержащая одну произвольную постоянную и удовлетворяющая условиям: функция  $\varphi(x; c)$ , является решением ДУ при любом значении  $c;$   
в) общим решением ДУ первого порядка называется функция  $y = \varphi(x; c)$  содержащая одну произвольную постоянную и удовлетворяющая условиям:

1 функция  $\varphi(x; c)$ , является решением ДУ при каждом фиксированном значении  $c.$

2 каково бы ни было начальное условие, можно найти такое значение постоянной  $c = c_0$ , что функция  $y = \varphi(x; c_0)$  удовлетворяет данному начальному условию.

### 91 Выберите правильный ответ:

- а) простейшим дифференциальным уравнением  $n$ -го порядка является уравнение  $y^{(n)} = f(x, y)$  и его общее решение можно получить с помощью  $n$  интегрирований;  
б) простейшим дифференциальным уравнением  $n$ -го порядка является уравнение  $y^{(n)} = f(x)$  и его общее решение можно получить с помощью  $n$  интегрирований;  
в) простейшим дифференциальным уравнением  $n$ -го порядка является уравнение  $y^{(n)} = f(x)$  и его общее решение можно получить с помощью  $n + 1$  интегрирование.

### 92 Выберите правильный ответ:

- а) решение ДУ  $y'' = f(x; y; y')$  записанные в виде  $\Phi(x; y; c_1; c_2) = 0, \Phi(x; y; c_1^0; c_2^0) = 0$ , называются общим и частным интегралом соответственно;  
б) решение ДУ  $y' = f(x; y;)$  записанные в виде  $\Phi(x; y; c_1; c_2) = 0, \Phi(x; y; c_1^0; c_2^0) = 0$ , называются общим и частным интегралом соответственно;

в) решение ДУ  $y'' = f(x; y; y')$  записанные в виде  $y = f(x; c_1; c_2)$ ,  $y = f(x; c_1^0; c_2^0)$ , называются общим и частным интегралом соответственно.

**93, Выберите правильный ответ:**

а) уравнение вида  $P(x;y) dx + Q(x;y)dy = 0$  называется уравнением в полных дифференциалах, если его левая часть полный дифференциал некоторой функции  $u(x; y)$ , т.е.  $P(x; y)dx + Q(x; y) dy = du (x; y)$ ;

б) уравнение вида  $P(x;y)dx + Q(x;y)dy = 0$  называется уравнением с разделяющимися переменными, если его левая часть полный дифференциал некоторой функции  $u(x; y)$ , т.е.  $P(x; y)dx + Q(x; y) dy = du (x; y)$ ;

в) уравнение вида  $P(x;y)dx + Q(x;y)dy = 0$  называется уравнением в полных дифференциалах, если его левая часть есть частный дифференциал некоторой функции  $u(x; y)$ , т.е.  $P(x; y)dx + Q(x; y) dy = u (x; y)$ .

**94 Выберите правильный ответ:**

а) решением дифференциального уравнения называется число, которое при подстановке в уравнение обращает его в тождество;

б) решением дифференциального уравнения называется функция, которая при подстановке в уравнение обращает его в тождество;

в) решением дифференциального уравнения называется набор чисел  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , который при подстановке в уравнение обращает его в тождество.

**95 Выберите правильный ответ:**

а) количество переменных, входящих в дифференциальное уравнение, называют *порядком* этого дифференциального уравнения;

б) порядок наивысшей производной, входящей в дифференциальное уравнение, называется *порядком* этого дифференциального уравнения;

в) порядок наименьшей производной, входящей в дифференциальное уравнение, называется *порядком* этого дифференциального уравнения.

**96 Выберите правильный ответ:**

а) общее решения (интегралы) получаются из частного, когда постоянным  $c_1, c_2, \dots, c_n$  придадут конкретные числовые значения;

б) частные решения (интегралы) и общее решение не связаны между собой;

в) частные решения (интегралы) получаются из общего, когда постоянным  $c_1, c_2, \dots, c_n$  придадут конкретные числовые значения.

**97 Вставьте пропущенные слова:**

«В противовес общему решению каждое конкретное решение, т. е. каждая конкретная функция, удовлетворяющая данному дифференциальному уравнению и не зависящая от произвольных постоянных, называется *частным решением*, или \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_» (*частным интегралом*)

**98 Вставьте пропущенные слова:**

«Уравнение вида  $P_1(x) \cdot Q_1(y) \cdot dx + P_2(x) \cdot Q_2(y) \cdot dy = 0$  называется уравнением с \_\_\_\_\_» (разделяющимися переменными)

**99 Вставьте пропущенное слово:**

«Уравнение  $P(x; y)dx + Q(x; y)dy = 0$  будет \_\_\_\_\_, если  $P(x; y)$  и  $Q(x; y)$  – однородные функции одинакового порядка, т.е. функциями, для которых при любом  $k$  выполняются тождества:  $P(kx, ky) \equiv k^n P(x, y)$ ,  $Q(kx, ky) \equiv k^n Q(x, y)$ » (однородным).

**100 Выберите правильный ответ:**

а) теорема (задачи Коши). Если в уравнении  $y' = f(x; y)$  функция  $f(x; y)$  непрерывна в некоторой области  $D$ , то существует единственное решение  $y = \varphi(x)$  этого уравнения;

б) теорема (решения задачи Коши). Если в уравнении  $y' = f(x; y)$  функция  $f(x; y)$  и ее частная производная  $f'_y(x; y)$  непрерывны в некоторой области  $D$ , содержащей точку  $(x_0; y_0)$ , то существует бесчисленное множество решений  $y = \varphi(x)$  этого уравнения;

в) теорема (существования и единственности решения задачи Коши). Если в уравнении  $y' = f(x; y)$  функция  $f(x; y)$  и ее частная производная  $f'_y(x; y)$  непрерывны в некоторой области  $D$ , содержащей точку  $(x_0; y_0)$ , то существует единственное решение  $y = \varphi(x)$  этого уравнения, удовлетворяющее начальному условию.

**101 Установите соответствие между формулами и методом решения ДУ**

1 $y' + p(x) \cdot y = q(x) \cdot y^n$ $n \in R, n \neq 0, n \neq 1$	а) сделаем подстановку $y = u \cdot v$ , где $u = u(x)$ , $v = v(x)$ - неизвестные функции от $x$ ;
2 $y' + p(x) \cdot y = q(x)$ где $p(x)$ и $q(x)$ – заданные функции, в частности – постоянные	б) в общем случае, разделив уравнение на $y^n \neq 0$ и сделаем подстановку $y = u \cdot v$ , где $u = u(x)$ , $v = v(x)$ - неизвестные функции от $x$ ;
3 $P(x; y)dx + Q(x; y)dy = 0$ , если $P(kx, ky) \equiv k^n P(x, y)$ , $Q(kx, ky) \equiv k^n Q(x, y)$	в) решение находим в виде $Y = y_{00} + \bar{y}$
4 $y'' = f(y; y')$	г) сделаем подстановку $y = u \cdot x$ , где $u = u(x)$ – неизвестная функция;
5 $y^{(n)} = f(x)$ .	д) интегрируем обе части уравнения несколько раз .

**102 Выберите правильный ответ:**

а) ДУ второго порядка в общем случае записывается в виде  $y'' = f(x; y; y')$  или, если это возможно, в виде, разрешенном относительно старшей производной:  $F(x; y; y'; y'') = 0$ ;

б) ДУ второго порядка в общем случае записывается в виде  $F(x; y; y'; y'') = 0$  или, если это возможно, в виде, разрешенном относительно старшей производной:  $y'' = f(x; y; y')$ ;

в) ДУ второго порядка в общем случае записывается в виде  $F(y'; y'') = 0$  или, если это возможно, в виде, разрешенном относительно старшей производной:  $y'' = f(y')$ .

**103 Выберите правильный ответ:**

а) уравнение  $k^2 + pk + q = 0$ , найденное из решения  $y = e^{kx}$ , где  $k$  – постоянная, называют *характеристическим уравнением* для дифференциального уравнения  $y'' + py' + qy = 0$ ;

б) уравнение  $k^2 + pk + qk = 0$ , найденное из решения  $y = e^{kx}$ , где  $k$  – постоянная, называют *характеристическим уравнением* для дифференциального уравнения  $y'' + py' + qy = 0$ ;

в) уравнение  $k^2 + pk + q = 0$ , найденное из решения  $y = e^{kx}$ , где  $k$  – постоянная, называют *характеристическим уравнением* для дифференциального уравнения  $y' + py = 0$ .

**104 Выберите правильный ответ:**

а) теорема: для того чтобы  $\Delta = P(x; y)dx + Q(x; y)dy$ , где функции  $P(x; y)$  и  $Q(x; y)$  и их частные производные  $\partial P/\partial y$  и  $\partial Q/\partial x$  непрерывны в некоторой области  $D$  плоскости  $Oxy$ , было полным дифференциалом, необходимо и достаточно выполнение условия  $\partial P/\partial y = \partial Q/\partial x$ ;

б) теорема: для того чтобы  $\Delta = P(x; y)dx + Q(x; y)dy$ , где функции  $P(x; y)$  и  $Q(x; y)$  и их частные производные  $\partial P/\partial x$  и  $\partial Q/\partial y$  непрерывны в некоторой области  $D$  плоскости  $Oxy$ , было полным дифференциалом, необходимо и достаточно выполнение условия  $\partial P/\partial x = \partial Q/\partial y$ ;

в) теорема: для того чтобы  $\Delta = P(x; y)dx + Q(x; y)dy$ , где функции  $P(x; y)$  и  $Q(x; y)$  и их частные производные  $\partial P/\partial y$  и  $\partial Q/\partial x$  непрерывны в некоторой области  $D$  плоскости  $Oxy$ , было полным дифференциалом, необходимо и достаточно выполнение условия  $\partial P/\partial y \neq \partial Q/\partial x$ .

**105 Выберите правильный ответ:**

а) значение аргумента, удовлетворяющее данному дифференциальному уравнению, называется его *решением*, или *интегралом*;

б) значение аргумента, при котором  $y = 0$ , называется его *решением*, или *интегралом*;

в) функция, удовлетворяющая данному дифференциальному уравнению, называется его *решением*, или *интегралом*.

**106 Выберите правильный ответ:**

а) процесс отыскания решения ДУ называется его *дифференцированием*, а график решения ДУ – *интегральной кривой*;

б) процесс отыскания решения ДУ называется его *интегрированием*, а график решения ДУ – *интегральной кривой*;

в) процесс отыскания решения ДУ называется его *интегрированием*, а график ДУ – *интегральной кривой*.

**107 Выберите правильный ответ:**

а) дифференциальное уравнение первого порядка в общем случае можно записать в виде  $F(x; y; y') = 0$  или  $y' = f(x; y)$  - разрешенным относительно производной;

б) дифференциальное уравнение первого порядка в общем случае можно записать в виде  $y' = f(x; y)$  или  $F(x; y; y') = 0$  - разрешенным относительно производной;

в) дифференциальное уравнение первого порядка в общем случае можно записать в виде  $F(x; y; y'') = 0$  или  $y'' = f(x; y)$  - разрешенным относительно производной.

**108 Вставьте пропущенное слово:**

«\_\_\_\_\_ ДУ первого порядка называется любая функция  $y = \varphi(x; c_0)$ , полученная из общего решения  $y = \varphi(x; c)$  при конкретном значении постоянной  $c = c_0$ .» (Частым решением или интегралом)

**109 Вставьте пропущенные слова:**

«Уравнение вида  $\int \frac{P_1(x)}{P_2(x)} dx + \int \frac{Q_2(y)}{Q_1(y)} dy = C$  называется \_\_\_\_\_» (общим интегралом).

**110 Вставьте пропущенные слова:**

«Дифференциальное уравнение первого порядка называется \_\_\_\_\_, если его можно записать в виде  $y' + p(x) \cdot y = q(x)$  где  $p(x)$  и  $q(x)$  – заданные функции, в частности – постоянные» (линейным).

**111 Установите соответствие между корнями  $k_1$  и  $k_2$  соответственного характеристического уравнения и решением уравнение вида  $y'' + py' + qu = 0$**

1 если корни $k_1$ и $k_2$ уравнения $k^2 + pk + q=0$ действительны и различны, то общее решение находится по формуле:	а) $y_{oo} = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$
2 если корни $k_1$ и $k_2$ уравнения $k^2 + pk + q=0$ действительные и равные, то общее решение находится по формуле:	б) $y_{oo} = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$
3 если корни уравнения $k^2 + pk + q=0$ комплексные, т.е. $k_1 = \alpha + \beta i$ , $k_2 = \alpha - \beta i$ , где $i$ - мнимая единица, то общее решение находится по формуле:	в) $y_{oo} = C_1 e^{k_1 x} + C_2 x \cdot e^{k_2 x}$
	г) $y_{oo} = C_1 x e^{k_1 x} + C_2 x \cdot e^{k_2 x}$

**112 Выберите правильный ответ:**

а) общим решением  $y' = f(x; y; y')$  называется функция  $y = \varphi(x; c_1; c_2)$ , где  $c_1$  и  $c_2$  – не зависящие от  $x$  произвольные постоянные, удовлетворяющая условиям: существуют единственные значения постоянных  $c_1 = c_1^0$  и  $c_2 = c_2^0$  такие, что функция  $y = \varphi(x; c_1^0; c_2^0)$  является решением уравнения;

б) общим решением  $y'' = f(x; y; y')$  называется функция  $y = \varphi(x; c_1; c_2)$ , где  $c_1$  и  $c_2$  – не зависящие от  $x$  произвольные постоянные, удовлетворяющая условиям:

1  $\varphi(x; c_1; c_2)$  является решением ДУ для каждого фиксированного значения  $c_1$  и  $c_2$ .

2 Каковы бы ни были начальные условия  $y|_{x=x_0} = y_0, y'|_{x=x_0} = y'_0$ , существуют единственные значения постоянных  $c_1 = c_1^0$  и  $c_2 = c_2^0$  такие, что функция  $y = \varphi(x; c_1^0; c_2^0)$  является решением уравнения и удовлетворяет начальным условиям;

в) общим решением  $y'' = f(x; y; y')$  называется функция  $y = \varphi(x; c_1; c_2)$ , где  $c_1$  и  $c_2$  — не зависящие от  $x$  произвольные постоянные.

**113 Выберите правильный ответ:**

а) уравнение вида  $y'' + py' + qy = 0$  называют линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами;

б) уравнение вида  $y' + py = 0$  называют линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами;

в) уравнение вида  $y'' + py' + qy = 0$  называют линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.

**114 Выберите правильный ответ:**

а) уравнение вида  $y = x * \varphi(y') + \psi(y')$ , где  $\varphi$  и  $\psi$  — известные функции от  $y' = \frac{dy}{dx}$  называется уравнением Лагранжа, решаем введением вспомогательного параметра, положив  $y' = p$ ;

б) уравнение вида  $y = \varphi(y') + \psi(y')$ , где  $\varphi$  и  $\psi$  — известные функции от  $y' = \frac{dy}{dx}$  называется уравнением Лагранжа, решаем введением вспомогательного параметра, положив  $y' = p$ ;

в) уравнение вида  $y = x * \varphi(y') + \psi(y')$ , где  $\varphi$  и  $\psi$  — известные функции от  $y'$  называется уравнением Лагранжа, решаем введением вспомогательного параметра, положив  $y = p$ .

**115 Выберите правильный ответ:**

а) решением уравнения  $y' = f(x)$  является функция  $y = F(x)$  — первообразная для функции  $f(x)$ ;

б) решением уравнения  $y = f(x)$  является функция  $y' = F(x)$  первообразная для функции  $f(x)$ ;

в) решением уравнения  $y' = f(x)$  является значение  $x$  при котором  $f(x) = 0$ .

**116 Выберите правильный ответ:**

а) интегрирование ДУ в общем случае приводит к бесконечному множеству решений (отличающихся друг от друга постоянными величинами);

б) дифференцирование ДУ в общем случае приводит к бесконечному множеству решений (отличающихся друг от друга постоянными величинами);

в) интегрирование ДУ в общем случае приводит к единственному решению.

**117 Вставьте пропущенные слова:**

«С геометрической точки зрения  $y = \varphi(x;c)$  есть \_\_\_\_\_ на плоскости  $Oxy$ ; частное решение  $y = \varphi(x;c_0)$  – одна кривая из этого семейства, проходящая через точку  $(x_0;y_0)$ .» (семейство или множество интегральных кривых)

**118 Вставьте пропущенные слова:**

«Функция  $f(x;y)$  называется \_\_\_\_\_  $n$ -го порядка (измерения), если при умножении каждого ее аргумента на произвольный множитель  $\lambda$  вся функция умножится на  $\lambda^n$ , т.е.  $f(\lambda *x; \lambda *y) = \lambda^n *f(x;y)$ » (однородной функцией).

**119 Вставьте пропущенные слова:**

«Уравнение вида  $y' + p(x) *y = q(x) *y^n$   $n \in R, n \neq 0, n \neq 1$  называется \_\_\_\_\_» (уравнение Бернулли).

**120 Выберите правильный ответ:**

а) Решение ОДУ  $y' + p(x) *y = q(x)$ , где  $p(x)$  и  $q(x)$  – заданные функции, в частности – постоянные находим в виде произведения двух функций, т.е. с помощью подстановки  $y = u*v$ , где  $u = u(x)$ ,  $v = v(x)$  - неизвестные функции от  $x$ ;

б) Решение ЛДУ  $y' + p(x) *y = q(x)$ , где  $p(x)$  и  $q(x)$  – заданные функции, в частности – постоянные находим в виде произведения двух функций, т.е. с помощью подстановки  $y = u*x$ , где  $u = u(x)$  - неизвестная функции от  $x$ ;

в) Решение ЛДУ  $y' + p(x) *y = q(x)$ , где  $p(x)$  и  $q(x)$  – заданные функции, в частности – постоянные находим в виде произведения двух функций, т.е. с помощью подстановки  $y = u*v$ , где  $u = u(x)$ ,  $v = v(x)$  - неизвестные функции от  $x$ , причем одна из них произвольна, но не равна нулю.

**121 Установите соответствие между правой частью уравнения  $y'' + py' + qy = f(x)$  и частным решением  $\bar{y}$**

1 если $f(x) = P_n(x)*e^{sx}$ , где $P_n(x)$ - многочлен $n$ – ой степени, то $\bar{y}$ равно:	а) $\bar{y} = Q_n(x)*x^r *e^{sx}$ , где $Q_n(x)$ - многочлен $n$ – ой степени, записанный в общем виде, $r$ степень кратности числа $s$ и корней соответственного характеристического уравнения;
2 если $f(x) = (U_n(x)*\cos x + Q_m(x)*\sin x)e^{sx}$ , где $U_n(x)$ - многочлен $n$ – ой степени, $Q_m(x)$ - многочлен $m$ – ой степени, то $\bar{y}$ равно:	б) $\bar{y} = Q_n(x)*x^r *e^{sx} + (M_l(x)*\cos x + G_l(x)*\sin x)*x^r e^{sx}$
3 если $f(x) = P_n(x)*e^{sx} + (U_k(x)*\cos x + Q_m(x)*\sin x)e^{sx}$ , то $\bar{y}$ равно:	в) $\bar{y} = (M_l(x)*\cos x + G_l(x)*\sin x)*x^r e^{sx}$ , где $M_l(x)$ и $G_l(x)$ многочлен $l$ – ой степени ( $l = \text{НОК}(n, m)$ ), записанные в

<p>общем виде, <math>r</math> степень кратности числа <math>s</math> и корней соответственного характеристического уравнения;</p>
---

**122 Выберите правильный ответ:**

- а) любое решение  $y = \varphi(x; c_1^0; c_2^0)$  уравнения, называется частным решением;
- б) всякое решение  $y = \varphi(x; c_1^0; c_2^0)$  уравнения, получающееся из общего решения  $y = \varphi(x; c_1; c_2)$  при конкретных значениях постоянных  $c_1 = c_1^0$  и  $c_2 = c_2^0$ , называется частным решением;**
- в) всякое решение  $y = \varphi(x; c_1^0; c_2^0)$  уравнения, получающееся из частного решения  $y = \varphi(x; c_1; c_2)$  при конкретных значениях постоянных  $c_1 = c_1^0$  и  $c_2 = c_2^0$ , называется общим решением.

**123 Выберите правильный ответ:**

- а) уравнение вида  $y'' + py' + qy = f(x)$  называют линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью;**
- б) уравнение вида  $y' + py = f(x)$  называют линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью;
- в) уравнение вида  $y'' + py' + qy = 0$  называют линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.

**124 Выберите правильный ответ:**

- а) уравнение вида  $y = x^*y' + \psi(y')$  называется уравнением Клеро, решаем введением вспомогательного параметра, положив  $y' = p$ ;**
- б) уравнение вида  $y = y' + \psi(y')$  называется уравнением Клеро, решаем введением вспомогательного параметра, положив  $y' = p$ ;
- в) уравнение вида  $y = x^*y' + \psi(y)$  называется уравнением Клеро, решаем введением вспомогательного параметра, положив  $y = p$ .

**125 Укажите верные утверждения, касающиеся достаточных условий существования или отсутствия точек экстремумов функции  $z = F(x; y)$  (далее:  $M_0(x_0, y_0)$  – стационарная точка функции,  $A = f'_{xx}(M_0)$ ,  $\Delta = \begin{vmatrix} f''_{xx}(M_0) & f''_{xy}(M_0) \\ f''_{xy}(M_0) & f''_{yy}(M_0) \end{vmatrix}$ )**

- а) если  $\Delta > 0$ , то  $z = f(x, y)$  имеет в точке  $M_0$  максимум
- б) если  $\Delta > 0$  и  $A > 0$ , то  $z = f(x, y)$  имеет в точке  $M_0$  минимум (50%)**
- с) если  $\Delta = 0$ , то  $z = f(x, y)$  имеет в точке  $M_0$  экстремум
- д) если  $\Delta < 0$ , то  $z = f(x, y)$  в точке  $M_0$  экстремумов нет
- е) если  $\Delta > 0$  и  $A < 0$ , то  $z = f(x, y)$  имеет в точке  $M_0$  максимум (50%)**

*Выберите один правильный вариант*

**126** Множество первообразных функции  $f(x) = 4 \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$  имеет вид:

$$-1 \quad 4 \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + C$$

$$-2 \quad \frac{4}{3} \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + C$$

$$-3 \quad -\frac{4}{3} \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + C$$

$$-4 \quad 4 \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + C$$

**127** Найдите функцию, производная которой  $y' = 3x^2 - 6x + 2$

$$-1 \quad y = x^3 - 3x^2 + 2 + C$$

$$-2 \quad y = -x^3 - 3x^2 + 2x + 2 + C$$

$$-3 \quad y = x^3 - 3x^2 + 2x + C$$

$$-4 \quad y = x^3 + 3x^2 - 2x + C$$

**128** Интеграл  $\int \frac{x^n dx}{x}$  равен:

$$-1 \quad \frac{n^x}{x} + C$$

$$-2 \quad \frac{x^n}{n} + C$$

$$-3 \quad \frac{(-1^n)}{x} + C$$

$$-4 \quad (n-1) * x^{(n-1)-1} + C$$

**129** Вычислите интеграл:  $\int a dx$

$$-1 \quad ax + C$$

$$-2 \quad \frac{1}{2}x + C$$

$$-3 \quad \ln x + C$$

$$-4 \quad \frac{1}{a}x + C$$

**130** Изменение производительности производства с течением времени от начала внедрения нового технологического процесса задается функцией  $z = 32 - 2^{-0.5t+5}$ , где  $t$  – время в месяцах. Объем продукции, произведенной за первый месяц можно вычислить по формуле и равен

$$- \int_0^1 (32 - 2^{-0.5t+5}) dx \text{ и равен } 32 + \frac{64}{\ln 2} (2^{-0.5} - 1)$$

$$- (32 - 2^{-0.5t+5})' \text{ и равен } 2^{-0.5t+4} \ln 2$$

$$- z(1)-z(0) = (32-2^{-0.5*1+5}) - (32-2^{-0.5*0+5}) = 2^5*(1-2^{-0.5})$$

$$- z(1) = (32-2^{-0.5*1+5}) = 2^5*(1-2^{-0.5})$$

**131** Множество первообразных функции  $f(x) = e^{6x+2}$  имеет вид:

- 1  $-6e^{6x+2} + C$

- 2  $\frac{1}{6}e^{6x+2} + C$

- 3  $e^{6x+2} + C$

- 4  $6e^{6x+2} + C$

**132** Множество первообразных функции  $f(x) = 2^{8x+5} + 3$  имеет вид:

1  $\frac{2^{8x+5}}{8 \ln 2} + C$

2  $\frac{2}{8 \ln 2} + 3x + C$

3  $\frac{2^{8x+5}}{8 \ln 2} + 3x + C$

4  $-\frac{2^{8x+5}}{4 \ln 2} + 3x + C$

**133** Интеграл  $\int 2 \cos 4x dx$  равен:

-1  $\frac{1}{4} \sin 4x + C$

-2  $\frac{1}{2} \sin 4x + C$

-3  $-\frac{1}{2} \sin 4x + C$

-4  $\frac{1}{2} \sin x + C$

**134** Выберите правильную первообразную при интегрирование дроби

типа:  $\int \frac{A dx}{x-a} = \dots,$

$\dots$ , где  $A$  и  $a$  – действительные числа

-1  $A \ln|x-a| + C$

-2  $A \ln(x-a) + C$

-3  $\frac{A}{2}(x-a)^{-2} + C$

-4  $A \ln|x| + \frac{A}{a}x + C$

**135** Выберите правильную первообразную при интегрирование дроби типа:  $\int \frac{A dx}{(x-a)^k} = \dots$ , где  $A$  и  $a$  – действительные числа

-1  $\frac{A}{k} \ln|x-a| + C$

-2  $A \ln(x-a)^k + C$

-3  $-\frac{A}{(k+1)(x-a)^{k+1}} + C$

-4  $-\frac{A}{(k+1)(x-a)^{k-1}} + C$

**136** Площадь фигуры, ограниченной линиями  $f(x) = 1 - x^2$  и  $y = 0$ , равна

- 4/3

- 32/3

- 2/3

- 8/3

**137** Вычислите интеграл  $\int \cos x \sin x dx$

-1  $-\frac{1}{4} \cos 2x + C$

-2  $-\frac{1}{2} \cos 2x + C$

-3  $\frac{1}{2} \cos x + C$

-4  $-\frac{1}{4} \cos x + C$

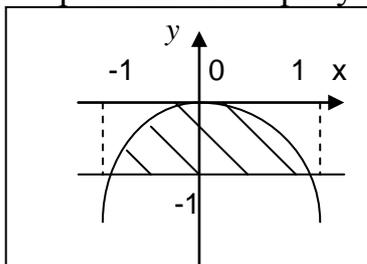
**138** Вычислите  $\int_1^e \ln dx$ , ответ запишите целым числом

1

**139** Вычислите  $\int_0^5 \frac{x dx}{\sqrt{1+3x}}$ , ответ запишите целым числом

4

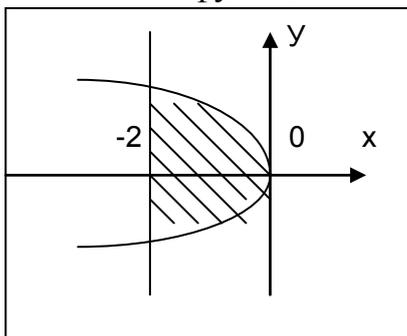
**140** Площадь фигуры, ограниченная функциями  $f(x) = -x^2$  и  $f(x) = -1$  изображенной на рисунке



равна

4/3

- 141 Площадь фигуры, ограниченная функциями  $x = -y^2$  и  $x = -2$



изображенной на рисунке

равна

- 142 Вычислите интеграл:  $\int \sin \frac{x}{6} dx$

-1  $6 \cos 6x + C$

-2  $-6 \cos 6x + C$

-3  $6 \cos \frac{1}{6} x + C$

-4  $-\frac{1}{6} \cos 6x + C$

- 143 Интеграл  $\int e^{5x+1} dx$  равен:

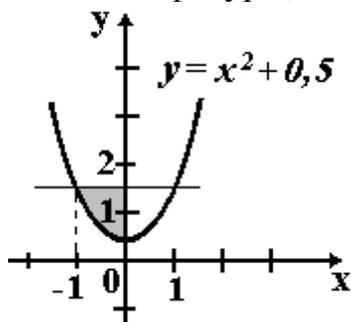
-1  $\frac{1}{5} e^{5x+1} + C$

-2  $5e^{5x+1} + C$

-3  $-\frac{1}{5} e^{5x+1} + C$

-4  $\frac{1}{5} e^{5x} + C$

- 144 Площадь фигуры, изображенной на рисунке,



определяется интегралом:

-1  $\int_{-1}^0 (x^2 - 1) dx$

$$-2 \int_0^2 (1,5 - x^2) dx$$

$$-3 \int_{-1}^0 (x^2 + 0,5) dx$$

$$-4 \int_{-1}^0 (1 - x^2) dx$$

145

Укажите номер интегралов 1  $\int e^{5x} dx$ , 2  $\int \sin \frac{x}{6} dx$ , 3  $\int \frac{a d\alpha}{\alpha}$ , 4  $\int (\sin x - 5) dx$ ,

5  $\int \sin 6x dx$ , 6  $\int \frac{x^n dx}{x}$  которые возможно вычислить по формуле

$$\int f(kx+b) dx = \frac{1}{k} F(kx+b) + C$$

-1, 2, 5

-3, 4, 6

-1, 4, 6

-2, 5, 6

**Соотнесите элементы двух списков**

146 Соотнесите площади на графиках и в формулах

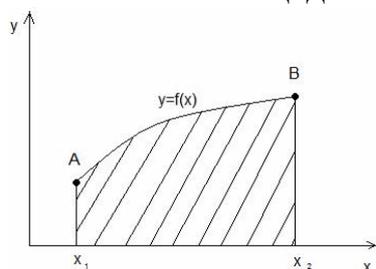


рис. 1

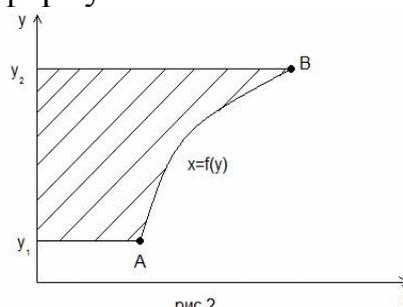


рис. 2

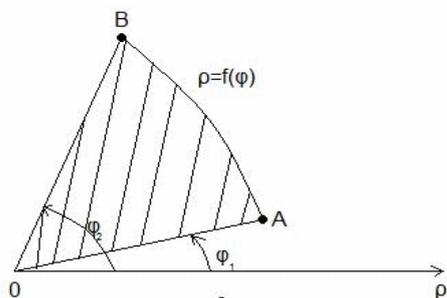


рис. 3

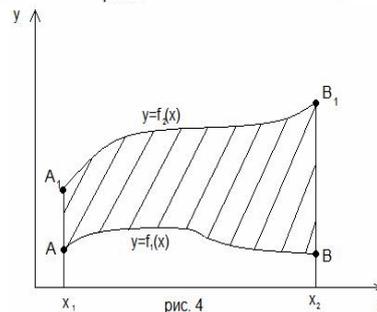


рис. 4

$$2 \quad S = \int_{y_1}^{y_2} f(y) dy$$

$$1 \quad S = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$$

$$3 \quad S = \frac{1}{2} \int_{\phi_1}^{\phi_2} \rho^2 d\phi$$

4

$$S = \int_{x_1}^{x_2} (f(x_2) - f(x_1)) dx$$

- 147** Укажите верное соответствие между типами простейших дробей и приведенными примерами, где  $a, p, q, A, B$ -действительные числа,  $k \geq 2$ ,  $k \in N$ ,  $p^2 - 4q < 0$ .

1  $\frac{2x+1}{x^2-4x+3}$

1, 6  $\frac{Ax+B}{x^2+pz+q}$

2  $\frac{7-2x}{(x^2+1)^2}$

2,  $\frac{Ax+B}{(x^2+pz+q)^k}$

3  $\frac{24}{x^2-4x+4}$

3, 4  $\frac{A}{(x-a)^k}$

4  $\frac{7-2x}{(x^2-1)^2}$

5,  $\frac{A}{x-a}$

5  $\frac{7}{x-35}$

6  $\frac{3x-2}{x^2+x+1}$

- 148** Установите соответствие между интегралом и приведенными обозначениями по методу интегрирования по частям:

-1  $u = 2x+1; dv = \sin 3x dx$

3  $\int x e^{\frac{x}{2}} dx$

-2  $u = 3^x; dv = (2-x) dx$

1  $\int (2x+1) \sin 3x dx$

-3  $u = x; dv = e^{\frac{x}{2}} dx$

5  $\int 3^x (2-x) dx$

-4  $u = \sin 3x; dv = (2x+1) dx$

-5  $u = 2-x; dv = 3^x dx$

- 149** Выберите замену в интеграле:  $\int (7-3x)^{21} dx$

-  $t = 3x$

-  $t = 7-3x$

-  $t = (7-3x)^{21}$

-  $t = \frac{1}{3}x$

- 150** Выберите замену и первообразную для интеграла  $\int \sqrt{16-x^2} dx$

-1  $x = 4 \sin t; 8 \ln |16-x^2| + \sqrt{16-x^2} + c$

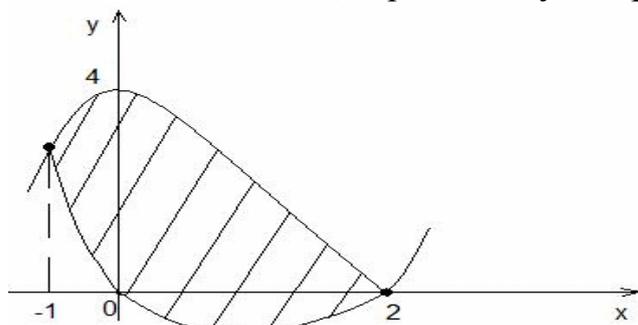
-2  $x = 4 \operatorname{tg} t; 8 \arcsin \frac{x}{4} + \frac{1}{2} x \sqrt{16-x^2} + c$

-3  $x = \frac{4}{\cos t}; 8 \operatorname{arctg} 4x + x \sqrt{16-x^2} + c$

-4  $x = 4 \sin t; 8 \arcsin \frac{x}{4} + \frac{1}{2} x \sqrt{16-x^2} + c$

**Ответ введите целым числом**

- 151** Вычислить площадь, ограниченную параболой  $y = 4 - x^2$  и  $y = x^2 - 2x$



**9**

- 152** Введите коэффициент  $k$  в первообразной целым числом:

$$\int (7 - 3x)^{23} dx = \frac{1}{k} (7 - 3x)^{24} + C$$

**-72**

- 153** Дан интеграл  $\int \frac{dx}{x\sqrt{2x-9}}$ . Определите правильную последовательность интегрирования методом подстановки

1.  $\sqrt{2x-9} = t$

2.  $\frac{2}{3} \operatorname{arctg} \frac{t}{3} + c$

3.  $\frac{2}{3} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2x-9}}{3} + c$

4.  $x = \frac{t^2+9}{2}; dx = t dt$

5.  $\int \frac{t dt}{\frac{t(t^2+9)}{2}} = 2 \int \frac{dt}{t^2+9}$

Введите номера операций последовательностью цифр без разделительных знаков

14523

- 154** Первообразной функции  $z = \frac{14}{5-7x}$  является функция

**-1**  $-2 \ln|5-7x| + 27$

**-2**  $-5 \ln|5-7x|$

**-3**  $\ln|5-7x|$

**-4**  $14 \ln|5-7x| - 15$

**-5**  $\frac{98}{(5-7x)^2}$

155 Дана функция  $f(x) = \int_0^x \sin^2 t dt$ . Тогда значение ее производной  $f'(\pi)$

равно

- 0
- 1
- 2
- -2
- 1/2

156 Интеграл  $f(x) = \int \frac{7x-1}{x^3(x+6)^2} dx$  следует искать в виде

-1

$$\int \left( \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x^3} + \frac{D}{x+6} + \frac{E}{(x+6)^2} \right) dx$$

-2  $\int \left( \frac{A}{x^3} + \frac{B}{(x+6)^2} \right) dx$

-3  $\int \left( A \frac{7x-1}{x^3} + B \frac{7x-1}{(x+6)^2} \right) dx$

-4  $\int \left( 7x-1 + \frac{A}{x^3} + \frac{B}{(x+6)^2} \right) dx$

-5  $\int \left( \frac{A}{x^3} + \frac{B}{(x+6)^2} + \frac{C}{x^3(x+6)^2} \right) dx$

157 Интеграл  $f(x) = \int \frac{7x-1}{x(x+6)^2} dx$  следует искать в виде

-1  $\int \left( \frac{A}{x^2} + \frac{B}{(x+6)} \right) dx$

-2  $\int \left( \frac{A}{x} + \frac{B}{x+6} + \frac{C}{(x+6)^2} \right) dx$

-3  $\int \left( A \frac{7x-1}{x^2} + B \frac{7x-1}{(x+6)} \right) dx$

-4  $\int \left( \frac{A}{x^2} + \frac{B}{(x+6)} + \frac{C}{x^2(x+6)} \right) dx$

-5  $\int \left( 7x-1 + \frac{A}{x^2} + \frac{B}{(x+6)} \right) dx$

158 Интеграл  $f(x) = \int \frac{7x-1}{x(x+6)^2} dx$  равен

-1  $\cos(2x+3) + C$

-2  $-\cos(2x+3) + C$

$$-3 \frac{1}{3} \cos(2x+3) + C$$

$$-4 -\frac{1}{2} \cos(2x+3) + C$$

$$-5 \cos(x^2+3x) + C$$

**159** Ненулевая функция  $y = f(x)$  является нечетной на  $[-9, 9]$ . Тогда  $\int_{-9}^9 f(x) dx$

равен

$$-1 \quad 2 \int_0^9 f(x) dx$$

$$-2 \quad 18 \int_0^9 f(x) dx$$

$$-3 \quad \frac{1}{18} \int_0^9 f(x) dx$$

$$-4 \quad \frac{2}{9} \int_{-9}^0 f(x) dx$$

**160** Тело  $Q$  получено вращением графика функции  $y = f(x)$ , определенной на отрезке  $[a, b]$ , вокруг оси  $OX$ . Тогда его объем следует находить по формуле

$$-1 \quad V(Q) = \int_a^b f(x) dx$$

$$-2 \quad V(Q) = \frac{1}{\pi} \int_a^b f(x) dx$$

$$-3 \quad V(Q) = \frac{1}{\pi} \int_a^b f(x) dx$$

$$-4 \quad V(Q) = \frac{1}{\pi} \int_a^b f(x) dx$$

$$-5 \quad V(Q) = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$$

$$-6 \quad V(Q) = \int_a^b (f''(x))^2 dx$$

**161 Выберите правильный ответ:**

а)  $\int x^{-4} dx = -\frac{1}{3x^3} + C$ ,  $\int \frac{dx}{1+x} = \ln|1+x| + C$ ,  $\int x e^{-3x^2} dx = -\frac{1}{6} e^{-3x^2} + C$

в)  $\int x^{-4} dx = -\frac{x^5}{5} + C$ ,  $\int \frac{dx}{1+x} = \operatorname{arctg} x + C$ ,  $\int x e^{-3x^2} dx = -\frac{1}{3} e^{-3x^2} + C$

$$c) \int x^{-4} dx = -\frac{x^{\frac{1}{-4}+1}}{\frac{1}{-4}+1} + C, \int \frac{dx}{1+x} = \frac{1}{2} \ln|1+x| + C, \int x e^{-3x^2} dx = -\frac{1}{3} e^{-3x^2} + e^{-3x^2} + C$$

**162 Вычислите интеграл:**  $\int \frac{2 dx}{x+3}$

1)  $2 \ln|x+3| + C$

2)  $2 \ln|x+6| + x + C$

3)  $-\frac{1}{2} \ln|x+3| + C$

4)  $4 \ln|x+6| + C$

**163 Вычислите интеграл:**  $\int x^{1-n} dx$

1)  $-\frac{1}{nx^{n-1}} + C$

2)  $-\frac{1}{nx^n} + C$

3)  $\frac{1}{x^{n-1}} + C$

4)  $-\frac{1}{nx^1} - \frac{n}{x} + C$

**164 Вычислите интеграл:**  $\int \frac{a d \alpha}{\alpha}$

1)  $x \ln \alpha + C$

2)  $a \ln \alpha + x \ln + C$

3)  $\ln \alpha + C$

4)  $a \ln \alpha + C$

**165 Вычислите интеграл:**  $\int (\sin x - 5) dx$

1)  $-\sin x - 5x + C$

2)  $\cos x - 10x + C$

3)  $5x - \cos x + C$

4)  $-\cos x - 5x + C$

**166 Вычислите интеграл:**  $\int \sin 6x dx$

1)  $-\frac{1}{6} \cos 6x + C$

2)  $6 \cos 6x + C$

3)  $\frac{1}{6} \cos 6x + C$

4)  $-\frac{1}{6} \cos 5x + C$

**167 Вычислите интеграл:**  $\int \sin \frac{x}{6} dx$

1)  $6 \cos 6x + C$

2)  $-6 \cos 6x + C$

3)  $6 \cos \frac{1}{6} x + C$

4)  $-\frac{1}{6} \cos 6x + C$

**168 Вычислите интеграл:**  $\int e^{5x} dx$

1)  $\frac{1}{5} e^{4x} + x + C$

2)  $-\frac{1}{5} e^{5x} + C$

3)  $\frac{1}{5} e^{5x} + C$

4)  $\frac{1}{5} e + C$

169 Несобственный интеграл  $\int_3^{\infty} \sin 4x dx$  (указать все правильные ответы)

А) сходится; **Б) расходится;** В)  $= \infty$ ; Г)  $\neq \infty$ ; Д) от неограниченной функции.

170 Несобственный интеграл  $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x+3}$  (указать все правильные ответы)

А) сходится; **Б) расходится;** В)  $= \infty$ ; Г)  $\neq \infty$ ; Д) от неограниченной функции.

171 Несобственный интеграл  $\int_{-\infty}^1 e^x dx$  (указать все правильные ответы)

**А) сходится;** Б) расходится; В)  $= \infty$ ; Г)  $\neq \infty$ ; Д) от неограниченной функции.

172 Несобственный интеграл  $\int_1^2 \frac{dx}{x^2-1}$  (указать все правильные ответы)

А) сходится; **Б) расходится;** В)  $= \infty$ ; Г)  $\neq \infty$ ; Д) от неограниченной функции.

173 Несобственный интеграл  $\int_{-3}^2 \frac{dx}{\sqrt{x+3}}$  (указать все правильные ответы)

**А) сходится;** Б) расходится; В)  $= \infty$ ; Г)  $\neq \infty$ ; Д) от неограниченной функции.

**Выберите один правильный ответ**

174 Выберите верное утверждение

1 Если ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  сходится, то  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ .

2 Если  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ , то ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  сходится.

3 Если  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} > 1$ , то ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  сходится.

4 Если  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|a_n|}{|a_{n+1}|} > 1$ , то ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  сходится.

5 Если ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$  сходится, и

$|a_n| \leq |b_n|$  для всех  $n$ , то ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} |b_n|$  сходится.

175 Обобщенным гармоническим рядом является ряд

-1  $\sum_{n=0}^{\infty} \sin(nt + \varphi)$

-2  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n + 1}$

-3  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^3}$

-4  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n}$

-5  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

176

Выберите верное утверждение. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{2k} + n^p}$

сходится при  $k=0$  и  $p=1$

- сходится при  $k=-2$  и  $p=-1$

- сходится при  $k=-1/2$  и  $p=1$

- **сходится при  $k=1$  и  $p=0$**

сходится при  $k=1/2$  и  $p=-1$

177 Выберите сходящийся ряд со знакопередающимися членами

-1  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$

-2  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

-3  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n$

-4  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin n$

-5  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$

178

Радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$  равен 2. Тогда интервал сходимости имеет вид

-  $(-7, -3)$

-  $(3, 7)$

- (-2,0)
- (0,2)
- **(-2,2)**

179

Радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} c_n (x-2)^n$  равен 7. Тогда интервал сходимости имеет вид

- (-9,5)
- **(-5,9)**
- (-7,0)
- (0,7)
- (-7,7)

780 Интервал (1,3) является интервалом сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=0}^{\infty} (x+3)^n$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (x-1)^n$$

$$\mathbf{-3} \quad \sum_{n=0}^{\infty} (x-2)^n$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (x+1)^n$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (x-3)^n$$

181

Функция  $e^x$  представляется степенным рядом  $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ . Тогда этот ряд имеет вид

$$\mathbf{-1} \quad 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$$

$$\mathbf{-2} \quad x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots$$

$$\mathbf{-3} \quad 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots$$

$$\mathbf{-4} \quad x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots + (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n+1} + \dots$$

$$\mathbf{-5} \quad 1 + x + x^2 + \dots + x^n + \dots$$

182 Интервал сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^n (n-1)}$  равен

- 1) (-7;7)
- 2) (-5;5)
- 3) **(-3;3)**

4) (-6;6)

**183** Укажите правильное утверждение относительно сходимости числовых рядов

A)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{4}$  и B)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{\sqrt{n+4}}$

- a) A – сходится, B – расходится
- в) A и B расходятся
- с) A – расходится, B – сходится
- d) A и B сходятся

**184** Найти интервал сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n x^n}{2^n 3^n}$

- a) (-7;7)
- b) (-5;5)
- с) (-3;3)
- d) **(-6;6)**

**185** Если  $f(x) = 6x^3 + 2$ , то коэффициент  $a_4$  разложения данной функции в ряд Тейлора по степеням  $(x-2)$  равен...

- 1) 0,25
- 2) 2
- 3) 1
- 4) **0**

**186** Укажите правильное утверждение относительно сходимости числовых рядов

A)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{2^n}$  и B)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n+1}$

- A, B- расходится
- A-расходится, B- сходится
- A- сходится, B- расходится**
- A, B- сходится

**187** Дан ряд  $\sum a_n$ . Указать все верные утверждения.

- A) Если ряд сходится, то  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ ;
- B) Ряд сходится тогда и только тогда, когда  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ ;**
- В) Если  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$ , то ряд расходится.

**188** Выбрать ряды, расходящиеся вследствие нарушения необходимого условия сходимости

-1  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{4^n}$ ;

-2  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3)\ln(n+3)}$ ;

-3  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+1}{2n^4+5n+1}$ ;

-4  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[5]{\frac{n+2}{n+3}}$ ;

-5  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{(n+3)!}$ .

189 Найти сумму ряда  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(5n-2)(5n+3)}$ .

-1  $\frac{1}{40}$

-2  $-\frac{1}{40}$

-3  $\frac{1}{4}$

-4  $-\frac{1}{4}$

190 Известно, что степенной ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  расходится в точке  $x_0$ . Тогда этот ряд (указать все правильные варианты):

А) Расходится при  $|x| > |x_0|$ ;

Б) Расходится при  $x > x_0$ ;

В) Абсолютно сходится при  $|x| < |x_0|$ ;

Г) Расходится при  $x < -|x_0|$ ;

Д) Сходится при  $x < x_0$ .

191 Укажите правильное утверждение относительно сходимости числовых

рядов А)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{4^n}$  и В)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{\sqrt{n+2}}$

- А, В- сходится.

- А, В- расходится

- А-расходится, В- сходится

- А- сходится, В- расходится

192 Исследовать сходимость ряда  $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{3}{8} + \dots + \frac{n}{3n-1} + \dots$

- ряд расходится

- ряд сходится

- ряд сходится абсолютно

193 Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n}$ .

- ряд расходится

- **ряд сходится**

- ряд сходится абсолютно

194 Определить сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n^2 + 1}{3n^2 + 5} \right)^n$ .

- ряд расходится

- **ряд сходится**

- ряд сходится абсолютно

195 Определить, какие ряды сходятся

-1  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{4^n}$ ;

-2  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3) \ln(n+3)}$ ;

-3  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+1}{2n^4+5n+1}$ ;

-4  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[5]{\frac{n+2}{n+3}}$ ;

-5  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{(n+3)!}$ .

196 Дана функция  $f(x) = x^2$ ,  $x \in [-\pi; \pi]$ . Тогда коэффициент  $b_4$  разложения  $f(x)$  в ряд Фурье равен...

-1 **0**

-2  $\frac{3}{\pi}$

-3  $\frac{3\pi}{2}$

-4  $\pi$

197 Дана функция  $f(x) = x^2$ ,  $x \in [-\pi; \pi]$ . Тогда коэффициент  $b_4$  разложения  $f(x)$  в ряд Фурье равен...

-1 **0**

-2  $\frac{3}{\pi}$

-3  $\frac{3\pi}{2}$

-4  $\pi$

198

Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^3}$ .

- 1 На отрезке  $[-1,1]$  исследуемый ряд сходится
- 2 На отрезке  $[-2,2]$  исследуемый ряд сходится
- 3 На отрезке  $(-1,1)$  исследуемый ряд сходится
- 4 На отрезке  $(-\infty, +\infty)$  исследуемый ряд сходится

199

Найти область сходимости ряда  $x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$

- 1 На отрезке  $[-1,1]$  исследуемый ряд сходится
- 2 На отрезке  $[-2,2]$  исследуемый ряд сходится
- 3 На отрезке  $(-1,1)$  исследуемый ряд сходится
- 4 На отрезке  $(-\infty, +\infty)$  исследуемый ряд сходится

200

Разложить в ряд функцию  $\frac{1}{1-x}$ .

- получаем:  $f(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^n + \dots$

- получаем:  $f(x) = 1 - x - x^2 - \dots - x^n - \dots$

- получаем  $f(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n+1} + \dots$

201

Разложить в ряд функцию  $f(x) = \ln(1+x)$ .

- получим:  $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n+1} + \dots$

- получим:  $\ln(1+x) = 1 - x - x^2 - \dots - x^n - \dots$

- получим:  $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n+1} + \dots$

202

Ряд Фурье для функции  $f(x)$  периода  $T = 2l$ , непрерывной или имеющей конечное число точек разрыва первого рода на отрезке  $[-l, l]$  имеет вид:

$$-1 \quad f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos \frac{\pi n}{l} x + b_n \sin \frac{\pi n}{l} x \right),$$

$$-2 \quad f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos \frac{\pi n}{l} x \right)$$

$$-3 \quad f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos \frac{\pi n}{l} x + b_n \sin \frac{\pi n}{l} x \right)$$

$$-4 \quad f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( b_n \sin \frac{\pi n}{l} x \right)$$

203

Для четной функции произвольного периода разложение в ряд Фурье имеет вид:

$$-1 \quad f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{\pi n}{l} x;$$

$$\text{-2} \quad f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{\pi n}{l} x;$$

$$\text{-3} \quad f(x) = \frac{a_0}{2}$$

$$\text{-4} \quad f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{\pi n}{l} x;$$

204 Для нечетной функции произвольного периода разложение в ряд Фурье имеет вид:

$$\text{-1} \quad f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{\pi n}{l} x;$$

$$\text{-2} \quad f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi n}{l} x;$$

$$\text{-3} \quad f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{\pi n}{l} x;$$

$$\text{-4} \quad f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n$$

205 Найти область сходимости функционального ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (x-1)^n}{\sqrt{n+7}}$ .

$$\text{-1} \quad \left[ -\frac{4}{5}; -\frac{6}{5} \right)$$

$$\text{-2} \quad \left[ -\frac{4}{5}; \frac{6}{5} \right)$$

$$\text{-3} \quad \left[ \frac{4}{5}; -\frac{6}{5} \right)$$

$$\text{-4} \quad \left[ \frac{4}{5}; \frac{6}{5} \right)$$

206 Найти радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (x+4)^n}{3^n}$

$$\text{-1} \quad R = 3$$

$$\text{-2} \quad R = 3/2$$

$$\text{-3} \quad R = 1$$

$$\text{-4} \quad R = 2/3$$

207 Найти область сходимости функционального ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-nx}}{n^2}$ .

$$\text{-1} \quad [0, +\infty)$$

$$\text{-2} \quad [-\infty, +\infty)$$

$$\text{-3} \quad (0, 1)$$

$$\text{-4} \quad [0, 1]$$

208 Найти область сходимости функционального ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4x)^n \sqrt{n}}$ .

- 1  $\left(-\infty, -\frac{1}{4}\right] \cup \left(\frac{1}{4}, +\infty\right)$
- 2  $\left(-\infty, \frac{1}{4}\right] \cup \left(-\frac{1}{4}, +\infty\right)$
- 3  $[0, +\infty)$
- 4  $[0, 1/4]$

209 Разложить в ряд Маклорена функцию  $\frac{2}{1+3x^2}$ .

- 1  $2x^2 + x^4 - \dots$
- 2  $2 - 6x^2 + 18x^4 - \dots$
- 3  $1 - x - x^2 - \dots - x^n - \dots$
- 4  $1 + x + x^2 + \dots + x^n + \dots$

210 Разложить в ряд Маклорена функцию  $\frac{\ln(1+2x^2)}{x^2}$ .  $2 - 2x^2 + \frac{8x^4}{3} - \dots$

- 1  $2 - 2x^2 + \frac{8x^4}{3} - \dots$
- 2  $2 - 6x^2 + 18x^4 - \dots$
- 3  $1 + x + x^2 + \dots + x^n + \dots$
- 4  $2x^2 + x^4 - \dots$

211 Функция  $f(x) = \begin{cases} -1, & -6 \leq x < 0 \\ 1, & 0 \leq x < 5 \\ 3, & 5 \leq x \leq 6 \end{cases}$  разложена на отрезке  $[-6; 6]$  в

тригонометрический ряд Фурье. Этот ряд сходится в точке к

- 1  $x = -6$ ;  $A = 1$
- 2  $x = -4$ ;  $B = -1$
- 3  $x = 5$ ;  $C = 2$

212 Разложить в ряд Фурье функцию  $f(x) = \begin{cases} 0, & -3 \leq x < 0 \\ -8, & 0 \leq x \leq 3 \end{cases}$

- 1  $-4 + \frac{8}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n - 1}{n} \sin \frac{\pi n x}{3}$
- 2  $2 - 6x^2 + 18x^4 - \dots$
- 3  $1 + x + x^2 + \dots + x^n + \dots$
- 4  $\frac{8}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \cos \frac{2\pi n}{7}}{n} \sin \frac{\pi n x}{7}$

213 Разложить в ряд Фурье по синусам функцию  $f(x) = \begin{cases} 4, & 0 \leq x < 2 \\ 0, & 2 \leq x \leq 7 \end{cases}$

- 1  $\frac{8}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \cos \frac{2\pi n}{7}}{n} \sin \frac{\pi n x}{7}$

$$-2 \quad \frac{8}{7} + \frac{8}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{2\pi n}{7}}{n} \cos \frac{\pi n x}{7}$$

$$-3 \quad -4 + \frac{8}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n - 1}{n} \sin \frac{\pi n x}{3}$$

214 Разложить в ряд Фурье по косинусам функцию  $f(x) = \begin{cases} 4, & 0 \leq x < 2 \\ 0, & 2 \leq x \leq 7 \end{cases}$

$$-1 \quad \frac{8}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \cos \frac{2\pi n}{7}}{n} \sin \frac{\pi n x}{7}$$

$$-2 \quad \frac{8}{7} + \frac{8}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{2\pi n}{7}}{n} \cos \frac{\pi n x}{7}$$

$$-3 \quad -4 + \frac{8}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n - 1}{n} \sin \frac{\pi n x}{3}$$

215 Интервал сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^n (n-1)}$  равен

- 1) (-7;7)
- 2) (-5;5)
- 3) (-3;3)
- 4) (-6;6)

216 Укажите правильное утверждение относительно сходимости числовых рядов

A)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{4}$  и B)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{\sqrt{n+4}}$

- 1) A – сходится, B – расходится
- 2) A и B расходятся
- 3) A – расходится, B – сходится
- 4) A и B сходятся

217 Найти интервал сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n x^n}{2^n 3^n}$

- (-7;7)
- (-5;5)
- (-3;3)
- (-6;6)

218 Если  $f(x) = 6x^3 + 2$ , то коэффициент  $a_4$  разложения данной функции в ряд Тейлора по степеням  $(x-2)$  равен...

- |         |      |
|---------|------|
| a) 0,25 | c) 1 |
| b) 2    | d) 0 |

**Выберите один правильный вариант**

**219** Первый дифференциал функции  $u(x,y,z) = xyz$  имеет вид

- 1  $du = yzdx + xzdy + xydz$
- 2  $du = dx + dy + dz$
- 3  $du = zdx + xdy + ydz$
- 4  $du = dx dy dz$
- 5  $du = xydx + yzdy + xzdz$

**220** Первый дифференциал функции  $u(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$  имеет вид

- 1  $du = yzdx + xzdy + xydz$
- 2  $du = dx + dy + dz$
- 3  $du = 2xdx + 2ydy + 2zdz$
- 4  $du = dx dy dz$
- 5  $du = xydx + yzdy + xzdz$

**221** Область определения функции  $z(x,y) = \sqrt{1-x^2-y^2}$  есть

- квадрат
- **круг**
- отрезок
- ромб
- полуплоскость

**222** Область определения функции  $z(x,y) = \ln(x(y^2+1))$  есть

- квадрат
- круг
- отрезок
- эллипс
- **полуплоскость**

**223** Частная производная  $\frac{\partial f}{\partial x}$  функции  $f(x,y) = \sqrt{\operatorname{tg}(xy)}$  имеет вид

- 1  $\sqrt{\sin(xy)}$
- 2  $x\sqrt{\sin(xy)}$
- 3  $\frac{y}{\cos^2(xy)\sqrt{\operatorname{tg}(xy)}}$
- 4  $\frac{-y\sin(xy)}{2\sqrt{\cos(xy)}}$
- 5  $-y\operatorname{tg}(xy)$

224 Частная производная  $\frac{\partial f}{\partial x}$  функции  $f(x, y) = \ln \cos(xy)$  имеет вид

- 1  $x \ln \sin(xy)$
- 2  $y \ln \sin(xy)$
- 3  $\frac{1}{\cos(xy)}$
- 4  $\frac{y}{\sin(xy)}$
- 5  $-y \operatorname{tg}(xy)$

225 Частная производная  $\frac{\partial f}{\partial x}$  функции  $f(x, y) = \sqrt{\cos(xy)}$  имеет вид

- 1  $\sqrt{\sin(xy)}$
- 2  $x\sqrt{\sin(xy)}$
- 3  $\frac{1}{\sqrt{\sin(xy)}}$
- 4  $\frac{-y \sin(xy)}{2\sqrt{\cos(xy)}}$
- 5  $-y \operatorname{tg}(xy)$

226 Укажите частную производную по  $x$  первого порядка  $z'_x$  функции

- $z = e^{xy}$
- $-y * e^{xy}$
- $y * e^{xy}$
- $-x e^{xy}$
- $x e^{xy}$
- $e^{xy}$
- $xy * e^{xy-1}$

227 Укажите верные утверждения, касающиеся достаточных условий существования или отсутствия точек экстремумов функции  $Z = F(X; Y)$  (далее:  $M_0(X_0, Y_0)$  – стационарная точка функции,

$$A = f'_{xx}(M_0), \Delta = \begin{vmatrix} f''_{xx}(M_0) & f''_{xy}(M_0) \\ f''_{xy}(M_0) & f''_{yy}(M_0) \end{vmatrix})$$

- 1 если  $\Delta > 0$ , то  $z = f(x, y)$  имеет в точке  $M_0$  максимум
- 2 если  $\Delta > 0$  и  $A > 0$ , то  $z = f(x, y)$  имеет в точке  $M_0$  минимум (50%)
- 3 если  $\Delta = 0$ , то  $z = f(x, y)$  имеет в точке  $M_0$  экстремум
- 4 если  $\Delta < 0$ , то  $z = f(x, y)$  в точке  $M_0$  экстремумов нет
- 5 если  $\Delta > 0$  и  $A < 0$ , то  $z = f(x, y)$  имеет в точке  $M_0$  максимум (50%)

228 Функция  $z(x, y) = x^2 - y^2$  в точке  $(0, 0)$  имеет

- локальный минимум

- строгий локальный минимум
- локальный максимум
- строгий локальный максимум
- **не имеет ни минимума ни максимума**

**229** Укажите функцию Лагранжа поверхности  $z = xy + 5$  при условии  $y = 2x + 6$

- $L(x, y, \lambda) = xy + \lambda(2x + 6)$
- $L(x, y, \lambda) = xy + \lambda(2x - 6 - y)$
- $L(x, y, \lambda) = xy + 5 + \lambda(2x + 6)$
- $L(x, y, \lambda) = xy + 5 - \lambda(y - 2x - 6)$
- Верный ответ отсутствует

**230** Укажите верное множество стационарных точек для функции  $z = x^3 + y^3 - xy$

- 1  $\{(-1,1);(1,1)\}$
- 2  $\{(0,0);(1,1)\}$
- 3  $\{(0,0);(-1,1);(1,1);(1,-1)\}$
- 4  $\{(0,0);(-1,1);(1,1)\}$
- 5 **Верный ответ отсутствует**

**231** Укажите точку экстремума функции  $z = x^2 + y^2 + 3$

- **(0;0;3) - точка минимума**
- (0;0;3) - точка максимума
- (3;0;0) - точка минимума
- (3;0;0) - точка максимума
- экстремумов нет

**232** Укажите координаты стационарной точки функции  $z = \frac{\ln x}{y} + x$

- **(0;1)**
- (-1;1)
- (1;-1)
- (1;1)
- Верный ответ отсутствует

**233** Укажите соответствие между функцией  $z = f(x, y)$  и её градиентом в точке  $A(1;1)$

1  $\overline{\text{grad } z} = 3\bar{i} + 3\bar{j}$

2  $\overline{\text{grad } z} = 2\bar{i} + 2\bar{j}$

3  $\overline{\text{grad } z} = 2\bar{i} + \bar{j}$

4  $\overline{\text{grad } z} = 2\bar{i} + 3\bar{j}$

5  $\overline{\text{grad } z} = 6\bar{i} - 6\bar{j}$

6  $\overline{\text{grad } z} = 3\bar{i} + 2\bar{j}$

2,  $z = x^2 + y^2$

6  $z = x^3 + y^2$

4  $z = x^2 + y^3$

1  $z = x^3 + y^3$

- 234** Найдите длину вектор - градиента функции  $z = x^3 + \frac{9}{4}x^2 \ln y$  в точке  $A(2;1)$ .
- 235** Установите соответствие между функциями  $Z = F(X, Y)$  и значениями частных производных по  $X$  второго порядка  $Z''_{xx}$  в точке  $A(1;1)$
- 1  $z = x^2 y$
  - 2  $z = y * \ln x$
  - 3  $z = x * \cos^2 y$
  - 4  $z = x^{-2y}$
  - 5  $z = \cos(\pi xy)$
- 236** Найдите угловой коэффициент  $K$  прямой, проходящей через вектор-градиент функции  $z = x^2 y^3 + 2x + y$  в точке  $M(1,0)$ . В ответе укажите число  $2K$ .
- 237** Укажите наибольшую скорость изменения функции  $z = \ln(x^2 + y^2)$  в точке  $M(3;4)$
- 1  $-\frac{2}{5}$
  - 2  $\frac{14}{25}$
  - 3 0
  - 4  $\frac{2}{5}$
- 238** Укажите соответствие между функцией и модулем её градиента:
- |               |                                      |
|---------------|--------------------------------------|
| 1 $2\sqrt{5}$ | $u = xy^2 z^3$ в точке $M(1,1,1)$    |
| 2 $\sqrt{14}$ | $z = x^2 - y^2$ в точке $M(1,1)$     |
| 3 $2\sqrt{2}$ | $u = x y z$ в точке $M(2,1,1)$       |
| 4 3           | $z = 7 - x^2 - y^2$ в точке $M(1,2)$ |
| 5 $\sqrt{29}$ | $z = x + e^{x+5y}$ в точке $M(0,0)$  |
- 239** Частная производная функции  $z = x^4 \cos 2y$  по переменной  $y$  в точке  $M\left(1; \frac{\pi}{4}\right)$  равна:
- 2
  - 2
  - 0
  - 4
- 240** Укажите все верные частные производные второго порядка для функции  $z = \ln(xy)$

$$z''_{xx} = -\frac{1}{xy}$$

$$z'_{xx} = -\frac{1}{x^2}$$

$$z'_{yy} = -\frac{1}{xy}$$

$$z'_{yy} = -\frac{1}{y^2}$$

$$z'_{xy} = -\frac{1}{y^2}$$

$$z'_{xy} = -\frac{1}{x^2}$$

$$z'_{xy} = 0$$

**241** Укажите частную производную по  $x$  второго порядка

$z''_{xx}$  функции  $z = e^x \cdot \ln y + y^2$

$-\frac{e^x}{y^2} - 2$

$\frac{e^x}{y^2} - 2$

$-\frac{e^x}{y^2} + 2$

$e^x \cdot \ln y$

Верный ответ отсутствует

**242**

Найдите значение выражения  $z'_y - 2 \cdot z'_x$  в точке  $(1,1)$ , где  $z = x\sqrt{y}$

Для функции  $z = xy^2 \cdot \operatorname{tg} y$  укажите  $\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{M_0}$ , где  $M_0(1; \frac{\pi}{4})$

-1  $\pi$

-2  $\pi^2/4$

-3  $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$

-4 4

-5 верного ответа нет

**243** Укажите функцию  $Z = F(x, y)$ , полный дифференциал которой имеет

вид  $dz = 2x \sin 3y dx + 3x^2 \cos 3y dy$

$z = 3x^2 \cos 3y$

$z = x^2 \sin 3y$

$z = x^2 \cos 3y - 2$

$$z = x^3 \sin 3y$$

Верный ответ отсутствует

244 Найти экстремум функции  $z = xy + 3x$ , если  $x + y - 5 = 0$ .

$$z_{\max}(4;1)=16 \quad z_{\max}(1;4)=10 \quad z_{\max}(4;-1)=-8 \quad z_{\max}(4;1)=10$$

245 Исследовать на экстремум функцию  $z = 2x^3 - 3y^2 + 6xy$  в точках  $A(0;0)$  и  $B(-1;-1)$ .

**A – нет экстремума**

**B – точка максимума**

A – нет экстремума

B – точка минимума

A – точка максимума

B – нет экстремума

246 Найти производную функции  $z = x^2y$  в точке  $M(2;3)$  в направлении вектора  $\vec{e} = (3;1)$ .

$$-4\sqrt{10} \quad -\sqrt{10} \quad -10\sqrt{4} \quad -\sqrt{4}$$

247 Найти наибольшую скорость возрастания функции  $z = x^3y + 2y^2$  в точке  $M(1;1)$ .

$$-\sqrt{34} \quad -\sqrt{17} \quad -\sqrt{44} \quad -\sqrt{54}$$

248 Если кривая выпукла и возрастает на отрезке  $[a;b]$ , то для  $\forall x \in [a;b]$

A)  $f''(x) > 0, f'(x) < 0$ ;      Б)  $f''(x) < 0, f'(x) > 0$ ;

В)  $f''(x) > 0, f'(x) > 0$ ;      Г)  $f''(x) < 0, f'(x) < 0$ ;

Д)  $f''(x) > 0, f'(x) = 0$ .

### А.1 Вопросы для собеседования

1. Понятие множества.
2. Постоянные и переменные величины. Определение функции. Область определения функции. Способы задания.
3. Понятие функции. Основные свойства функции
4. Элементарные функции. Классификация функций. Преобразование графиков.
5. Числовые последовательности. Классификация последовательностей
6. Предел числовой последовательности. Основные теоремы о пределах последовательности.
7. Предел функции в точке. Односторонние пределы функции в точке.

8. Бесконечно большие и бесконечно малые величины. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими величинами.
9. Предел функции в бесконечности.
10. Основные теоремы о пределах функции.
11. Первые и второй замечательные пределы.
12. Раскрытие неопределенностей вида  $0/0$ ,  $\infty/\infty$ ,  $0 \cdot \infty$ ,  $\infty - \infty$ ,  $0^0$ ,  $1^\infty$ ,  $\infty^0$ .
13. Непрерывность функции в точке и на интервале. Точки разрыва функции.
14. Комплексные числа Исходные определения. Геометрическое изображение комплексных чисел. Комплексная плоскость.
15. Основные действия над комплексными числами.
16. Возведение комплексного числа в степень.
17. Извлечение корня из комплексного числа.
18. Показательная и тригонометрическая формы комплексного числа.
19. Задачи, приводящие к понятию производной. Производная функции: ее геометрический и механический смысл.
20. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Производная функции, заданной неявно.
21. Производная степенно-показательной функции. Производная функции заданной параметрически.
22. Производные высших порядков. Механический смысл производной второго порядка.
23. Дифференциал функции: его геометрический смысл.
24. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Ферма).
25. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Ролля).
26. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Лагранжа).
27. Правило Лопиталя (применение производной к вычислению пределов).
28. Возрастание и убывание функций. Экстремумы функций
29. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.
30. Выпуклость функции. Точки перегиба.
31. Асимптоты графика функции.
32. Общая схема исследования функций и построения их графиков.
33. Множества в  $n$ -мерном пространстве.
34. Функции нескольких переменных. Геометрическое изображение функции двух переменных.
35. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Свойства непрерывных функций.
36. Дифференцируемость функции нескольких переменных.
37. Частные производные функции нескольких переменных.
38. Дифференциал функции нескольких переменных.
39. Дифференцирование неявных и сложных функций.
40. Производная по направлению. Градиент.
41. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
42. Экстремумы функции двух переменных.
43. Наибольшее и наименьшее значение функции нескольких переменных.
1. Неопределенный интеграл, его свойства.
2. Таблица основных интегралов.

3. Интегрирование заменой переменной.
4. Интегрирование по частям.
5. Интегрирование рациональных дробей.
6. Интегрирование тригонометрических функций:  $\int R(\sin x, \cos x) dx$
7. Интегрирование некоторых видов иррациональностей:  $\int R(x, \sqrt{\frac{ax+b}{cx+d}}) dx$ ,  
 $\int R(x, \sqrt[m]{ax^2 + bx + c}) dx$
8. Определенный интеграл, его свойства. Криволинейная трапеция.
9. Формула Ньютона – Лейбница.
10. Вычисление определенных интегралов способом подстановки и по частям.
11. Приближенное вычисление определенных интегралов.
12. Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площадей фигур, объемов тел.
13. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования.
14. Несобственные интегралы от неограниченных функций.
15. Несобственные интегралы от разрывных функций.
16. Дифференциальные уравнения (общие понятия). Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
17. Дифференциальные уравнения первого порядка (общие понятия). Изоклины.
18. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
19. Задачи Коши.
20. Дифференциальные уравнения с разделяющимися и разделенными переменными.
21. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
22. Дифференциальные уравнения, приводящиеся к однородным.
23. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
24. Уравнение Бернулли.
25. Дифференциальные уравнения высших порядков (общие понятия). Задача Коши.
26. Понятия о краевых задачах для дифференциальных уравнений. Уравнения, допускающие понижение порядка.
27. Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
28. Дифференциальные уравнения вида  $y^{(n)} = f(x)$ .
29. Дифференциальные уравнения второго порядка, приводимые к уравнениям первого порядка.
30. Однородные линейные уравнения (определения и общие свойства).
31. Однородные линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
32. Неоднородные линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
33. Понятие числового ряда. Сумма ряда, частичная сумма, остаток ряда.
34. Сходимость и расходимость числового ряда.
35. Необходимые условия сходимости. Свойства сходящихся рядов.
36. Признаки сравнения рядов. Эталонные ряды.
37. Ряды с положительными членами. Признак Даламбера и Коши.

38. Интегральный признак Коши - Маклорена.
39. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
40. Абсолютная и условная сходимость.
41. Ряды с комплексными членами.
42. Функциональные ряды. Степенные ряды. Теорема Абеля.
43. Радиус сходимости. Интервал сходимости. Область сходимости.
44. Приложение степенных рядов к приближенным вычислениям.
45. Ряды Тейлора и Маклорена.

**Блок В - Оценочные средства для диагностирования сформированности уровня компетенций – «уметь»**

**В.0 Варианты заданий на выполнение контрольных работ представлены в методических указаниях.**

**В.1 Типовые задачи практических работ**

**Практическая работа по теме: Вычисление пределов функций**

Условия задач		Ответы
1.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 6x^3 + x^8}{3 - x^3 + 7x^6} = \dots$	$\infty$
2.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 4x^2 + 3}{2 - x^2 + 7x^4} = \dots$	$\frac{3}{7}$
3.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 8x^3 + 5}{2 + x + 3x^6} = \dots$	0
4.	$\lim_{x \rightarrow 3^+} \left( \frac{2}{x^3 - 3x^2} - \frac{5}{x - 3} \right) = \dots$	$-\infty$
5.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{15 - x} - 4}{x + x^2} = \dots$	$\frac{1}{8}$
6.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 5x + 2}{x^2 - 2x - 8} = \dots$	$\frac{1}{2}$
7.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 2}{x + 8} \right)^{\frac{x}{3}} = \dots$	$e^{-2}$

8.	$\lim_{x \rightarrow 3} (4-x)^{\frac{3}{x^2-3x}} = \dots$	$\frac{1}{e}$
9.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+3x)^8 - 1}{\operatorname{arctg} 2x} = \dots$	12
10	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x^2)}{\operatorname{tg}^2 3x} = \dots$	$\frac{5}{9}$
11	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\sin^2 7x} = \dots$	$\frac{1}{49}$
12	<p>Утверждение <math>(\forall M &gt; 0 \exists p(M) &gt; 0: \forall x \  x  &gt; p \Rightarrow  f(x)  &gt; M)</math> означает, что</p> <p>А) <math>\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = y_0</math>;</p> <p>Б) <math>\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = y_0</math>;</p> <p>В) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0</math>;</p> <p>Г) <math>\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty</math>;</p> <p>Д) <math>\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty</math>.</p>	Д
13	<p>Выбрать правильные утверждения:</p> <p>А) Произведение бесконечно малой на ограниченную величину есть бесконечно малая.</p> <p>Б) Произведение бесконечно большой на ограниченную величину есть величина ограниченная.</p> <p>В) Произведение конечного числа бесконечно малых величин есть бесконечно малая.</p> <p>Г) Сумма бесконечно малых величин есть бесконечно малая.</p>	А,В

**Практическая работа по теме: Нахождение производных по алгоритму. Вычисление производных сложных функций.**

**Вариант – 1.**

1 Найдите производную следующих функций:

а)  $y = x^2 + 4x + 3$ ;

б)  $y = \frac{6}{x} + 2\sqrt{x}$ ;

$$в) y = \frac{x^6 - 4x + 1}{x};$$

$$г) y = \frac{3x - 4}{3};$$

$$д) y = \frac{3x - 4}{7 - 2x};$$

$$е) y = 3\sin 2x;$$

$$ж) y = \sqrt{x^2 - 4x};$$

$$з) y = (3 + 2x)(2x - 3), y'(0,25) = ?$$

1. Найдите производную и дифференциал второго порядка заданных функций:

$$а) y = x^3;$$

$$б) y = \cos^2 x;$$

$$в) y = \ln(3x^2 - 2x + 5).$$

3 Исследуйте и постройте график данной функции.

$$y = 2x^3 - 6x + 5.$$

### **Практическая работа Исследование функции и построение графиков**

#### **Вариант – 1.**

1. Найти промежутки монотонности функции  $y = e^x - x$ .
2. Исследовать на экстремум функцию  $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 3$ .
3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции  $y = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 3$  на промежутке  $[2; 3]$ .
4. Найти промежутки выпуклости и точки перегиба функции  $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x - 4$ .

#### **Контрольные вопросы по теме**

1. Повторите определения возрастающей и убывающей функций. В чем заключается признак возрастания и убывания функций?
2. В чем заключаются необходимый и достаточный признаки существования экстремума? Перечислите порядок операций для отыскания максимума и минимума функции с помощью первой производной.
3. В чем различие между нахождением максимума и минимума функции и нахождением ее наибольшего и наименьшего значений?
4. Как пишется наибольшее и наименьшее значения функции на данном отрезке?
5. Как определяются геометрически и по знаку второй производной выпуклость и вогнутость кривой?
6. Что называется точкой перегиба и каковы необходимый и достаточный признаки ее существования? Сформулируйте правило нахождения точки перегиба.

7. Какой схемой рекомендуется пользоваться при построении графика функции?

**Практическая работа по теме: Интегрирование простейших функций. Вычисление простейших определенных интегралов.**

**Вариант 1**

1).  $\int (x^7 - 3 \sin x + 2) dx$

2).  $\int \frac{2 - \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}} dx$

3).  $\int \sqrt[3]{(3x^2 - 1)^2} x dx$

4).  $\int x 2^{x^2} dx$

5).  $\int_1^2 \frac{x-1}{x^3} dx$

6).  $\int_0^{n/2} \sqrt{\sin x} \cos x dx$

7).  $\int_0^{n/2} \sqrt{4 + 5 \sin x} \cos x dx$

8).  $2 \int_{-2}^2 (1+x)^2 dx$

**Самостоятельная проверочная аудиторная работа**

<p>Вариант №1. Вычислите: а) <math>\int x^2 e^{x^3+1} dx</math> б) <math>\int \frac{9x+10}{x^2-6x+10} dx</math> в) <math>\int (3x+7) \cos 5x dx</math> г) <math>\int \frac{5x-1}{x^3+1} dx</math>.</p> <p>2. Найдите производную: а) <math>y = (9x^2+4) \operatorname{arctg} 3x</math>; б) <math>y = \frac{\sqrt{2x^2-1}}{x^2+1}</math>; в) <math>y = \ln \operatorname{tg}^3 \frac{x}{2}</math>.</p> <p>3. Найдите точки экстремума функции: <math>y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 5</math>.</p>	<p>Вариант №2. Вычислите: а) <math>\int x e^{-x^2} dx</math> б) <math>\int \frac{4x-1}{x^2-4x+8} dx</math> в) <math>\int (2x+1) \sin 3x dx</math> г) <math>\int \frac{3x}{(x^2+3)(x+1)} dx</math></p> <p>2. Найдите производную: а) <math>y = (x^2+4) \operatorname{arctg} 7x</math>; б) <math>y = \frac{\sqrt{2x^2-1}}{x^2+1}</math>; в) <math>y = \ln \operatorname{tg}^3 \frac{x}{2}</math>.</p> <p>3. Найдите точки экстремума функции: <math>y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 5</math>.</p>
---	---

**Практическая работа по теме: Решение дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными.**

Решить дифференциальные уравнения и найти частные решения N номер по журналу.

$$a) \frac{N}{2} x^2 dx + (N - 5) y dy = 0; x = 0; y = 2$$

$$б) \frac{dy}{N - y} - \frac{dx}{x - N} = 0; x = 0; y = 1$$

$$в) (N + 2y) dx - (N - 5 - x) dy = 0; x = 0; y = 1$$

**Практическая работа по теме: Решение однородных дифференциальных уравнений первого порядка.**

**Задание 1** Найти общее решение дифференциального уравнения:

1в $(x^2 - y^2) y' = 2xy$	2в $y' \cos x = (y + 1) \sin x$
3в $xy' + xe^{xy} - y = 0$	4в $y' + y = x + 1$

**Задание 2** Найти общее решение дифференциального уравнения и частное решение, удовлетворяющее начальным условиям  $y = y_0$  при  $x = x_0$ :

1в $y' = -\frac{y}{2x}, \quad y = 2$ при $x = 0$ ;	2в $y' = \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}, \quad y = 1$ при $x = 1$ ;
3в $y' = \sqrt{y}\sqrt{x}, \quad y = 1$ при $x = 3$ ;	4в $y' = 2yx, \quad y = 2$ при $x = 1$ ;

**Задание 3** Решить следующие дифференциальные уравнения первого и второго порядка

$$4. \quad y' = \frac{1}{\cos^2 x} + x^4$$

$$5. \quad y' = -6y$$

$$6. \quad y' = \frac{x-1}{y^2}$$

$$7. \quad y' = \frac{x-1}{y^2}$$

**Практическая работа по теме: Решение дифференциальных уравнений второго порядка.**

**Задание 1**

$y'' - 6y' + 9y = 2x^2 - x + 3$	$y'' + y = \sin x - 2e^{-x}$
$y'' - 2y' + 2y = 2x$	$y'' + 3y' - 4y = e^{-4x} + xe$
$y'' - 3y' + 2y = 2e^x \cos \frac{x}{2}$	$y'' + 2y' - 3y = x^2 e^x$
$2y'' + 5y' = \cos^2 x$	$y'' - 4y' + 8y = e^{2x} + \sin 2x$
$y'' - 4y' + 4y = 8(x^2 + e^{2x} + \sin 2x)$	$y'' - 9y = e^{3x} \cos x$

**Задание 2** Найти общее решение дифференциального уравнения второго порядка

1в $y'' = \sin 2x$	2в $y'' = \frac{1}{\cos^2 x}$
--------------------	-------------------------------

3В $y'' = \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}$	4В $y'' = \frac{1}{\sin^2 x}$
--	-------------------------------

**Задание 3** Найти общее и частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям:

1В $y'' + 4y' = e^{-2x}; \quad y(0) = y'(0) = 0.$	3В $y'' - 6y' + 9y = x^2 - x + 3;$ $y(0) = \frac{4}{3}, \quad y'(0) = \frac{1}{27}.$
2В $y'' - 2y' + y = 16e^x; \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$	4В $y'' - 4y' = 6x^2 + 1; \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 3.$

### **Практическая работа по теме: ФНП**

#### **Задания**

1. Для выполнения строительных работ подрядчик намерен организовать бригаду в составе из  $x$  основных рабочих (будем их называть мастерами) и  $y$  подсобных рабочих. За один день бригада выполняет работы на сумму  $Q = 66x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{3}}$ . Дневная зарплата мастера равна 20, подсобного рабочего – 12. Оптимальным нужно считать такой состав бригады, при котором у подрядчика после выплаты зарплаты бригаде останется максимальная сумма  $P$ .

2. Для выполнения работ подрядчик намерен организовывать бригаду из 20 человек, из них  $x$  рабочих и  $y$  подсобников. За день работы бригады подрядчик получает от заказчика сумму  $Q = 0,5xy + 250$ . Дневная зарплата рабочего равна 10, подсобника – 8. Найдем наиболее оптимальную структуру бригады.

3. Производственная функция ( в денежном выражении ) имеет вид  $K(x, y) = 30\sqrt{x^3}\sqrt{y}$  ( $x$  - количество единиц первого ресурса,  $y$  – второго). Стоимость единицы первого ресурса – 5, второго – 10 ден. ед. Найти максимальную прибыль при использовании ресурсов.

4. Производственная функция равна  $\pi(x, y) = 30\sqrt{x^3}\sqrt{y}$ , стоимость единицы первого ресурса равна 5, второго-10. В силу бюджетных ограничений на ресурсы может быть потрачено не более 600 ден. ед. В этих условиях найти оптимальное для производителя значение  $(x, y)$  количества используемых ресурсов.

5. Функция полезности имеет вид:  $U(x, y) = 2\ln(x-1) + 3\ln(y-1)$ . Цена единицы первого блага равна 8, второго – 16. На приобретение этих благ может быть затрачена сумма равная 1000. Как следует распределить эту сумму между двумя благами, чтобы полезность от их приобретения была бы наибольшей?

### **Практическая работа по теме: Ряды**

1. Найти длину интервала сходимости ряда

$$x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \dots$$

2. Найти наименьшее значение  $x$  из области сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n(n+1)}.$$

3. Определить середину интервала сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}(2x-5)^n}{2n-1}.$$

4. Найти радиус сходимости ряда

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-9)^{-n} x^{2n}.$$

5. Выяснить, какие из приведенных рядов сходятся при любых значениях  $x$ :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n+1)^2} x^n; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n^{n+2}} x^n; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^{2n-1}}{(2n-1)!}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{n^2}.$$

6. Разложить функцию  $y = \ln \sqrt[3]{\frac{1+2x}{1-x}}$  в ряд по степеням  $x$ . В ответе дать коэффициент этого ряда при  $x^4$ .

7. Разложить функцию  $\frac{1}{x}$  по степеням  $(x+2)$ . В ответе дать коэффициент этого ряда при  $(x+2)^2$ .

8. При вычислении  $\sqrt[10]{1,14}$  было взято два члена биномиального ряда для функции при  $y = (1+x)^m$  при  $x = 0,14$ ,  $m = \frac{1}{10}$ . Выяснить, какая при этом была допущена погрешность:

1)  $\approx 0,1$ ; 2)  $\approx 0,01$ ; 3)  $\approx 0,001$ ; 4)  $\approx 0,0001$ .

9. Вычислить с точностью до 0,01

$$\int_0^{1/2} \frac{\sin x}{x} dx.$$

10. Найти максимальное значение  $x$ , при котором приближенная формула  $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2}$  (представляющая первые два члена разложения в ряд Маклорена функции  $y = \cos x$ ) дает ошибку, не превышающую 0,01. (Округлить полученное значение  $x$  до десятых.)

## В 2 – Оценочные средства для диагностирования сформированности уровня компетенций – «уметь»

### Проверочная работа по теме «Пределы».

#### Вариант 1

1. Вычислить предел функции:  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 21x + 36}{x^2 - 5x + 6}$ .

2. Вычислить предел функции:  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x + 8}{\sqrt{x^2 + 5} - 3}$ .

3. Вычислить предел функции:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x \cdot \operatorname{tg} 2x}{x^2}$ .

4. Вычислить предел функции:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{x}\right)^{\frac{x}{3}}$ .

Время на выполнение: 40 мин.

**Критерии оценивания:**

«отлично» - верно выполнено 4 задания;

«хорошо» - верно выполнено 3 задания;

«удовлетворительно» - верно выполнено 2 задания;

«неудовлетворительно» - верно выполнено менее 2 заданий.

**Проверочная работа по теме «Производная, физический смысл».**

**Вариант 1**

1. Найти производную функции  $y = \sin^6(4x^3 - 2)$ .

2. Найти производную третьего порядка функции  $y = \sin x - x \cos x$ .

3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = \frac{3}{x}$  в точке с абсциссой  $x_0 = -1$ ,  $x_0 = 1$ .

4. Зависимость между объемом выпуска готовой продукции  $y$  (млн. руб.) и объемом производственных фондов  $x$  (тыс. шт.) выражается уравнением  $y = 0,6x - 4$ . Найти эластичность выпуска продукции для предприятия, имеющего фонды в размере 40 млн. руб.

Производные		
Условия задач		Ответы
1.	Найти $y'(16)$ , если $y = \sqrt{x} \cos x$ .	$\frac{1}{8} \cos 16 - 4 \sin 16$
2.	Найти $y'(2)$ , если $y = \frac{x}{\ln x}$	$\frac{\ln 2 - 1}{\ln^2 2}$
3.	Для функции $y = \log_3(\sin 9x)$ найти $y'$ .	$\frac{9 \operatorname{ctg} 9x}{\ln 3}$
4.	Для функции $y = 7^{\operatorname{arctg} 4x}$ найти $y'$ .	$\frac{7^{\operatorname{arctg} 4x} \cdot 4 \ln 7}{1 + 16x^2}$
5.	Для функции $z = \frac{x^6}{\sqrt{y}} + x^3 y^2 + y$ найти $z'_x$ и $z'_y$ в точке $M(1;1)$ .	9 и 2,5
6.	Найти $\frac{dx}{dy}$ , если $x = t^2 \cos t$ , $y = t^2 \sin t$ .	$\frac{2 \cos t - t \sin t}{2 \sin t + t \cos t}$
7.	Найти $\frac{dy}{dx}$ , если $x^2 = \ln y + x y^2 + \ln x$ .	$\frac{2x^2 y - xy^3 - y}{2x^2 y^2 + x}$

8.	Дана функция $z = \sqrt{x} \cdot y^2$ , где $x = \cos t$ , $y = e^t$ . Найти $z'_t$ .	$\frac{e^{2t}(4\cos t - \sin t)}{2\sqrt{\cos t}}$
9.	Дана функция $z = uv^3$ , где $u = -5x + 3y + 1$ , $v = 2x + 4y - 1$ . Найти $z'_x(0;0)$ .	11
10.	Найти невертикальные асимптоты кривой $y = \frac{5x^2 + 4x}{x - 1}$ .	$y = 5x + 9$
11.	Исследовать на непрерывность функцию $y = \begin{cases} x - 5, x < 2 \\ x^2 + 5, x \geq 2 \end{cases}$ в точках $x=2$ и $x=5$ .	$x=2$ скачок $x=5$ точка непрер.
12.	Исследовать на непрерывность функцию $y = 2^{\frac{x-6}{5-x}}$ в точках $x=5$ и $x=6$ .	$x=5$ -разрыв II рода $x=6$ -точка непрер.
13.	Найти интервал(ы) убывания функции $y = 6x^7 - 7x^6$ .	(0;1)
14.	Найти интервал(ы) выпуклости функции $y = 2x^3 - 5x^4$ .	$(-\infty;0) \cup (0,2;+\infty)$
15.	Найти экстремум функции $z = xy + 3x$ , если $x + y - 5 = 0$ .	$z_{\max}(4;1)=16$
16.	Исследовать на экстремум функцию $z = 2x^3 - 3y^2 + 6xy$ в точках $A(0;0)$ и $B(-1;-1)$ .	$A$ – нет экстремума $B$ – точка максимума
17.	Найти производную функции $z = x^2y$ в точке $M(2;3)$ в направлении вектора $\vec{e} = (3;1)$ .	$4\sqrt{10}$
18.	Найти наибольшую скорость возрастания функции $z = x^3y + 2y^2$ в точке $M(1;1)$ .	$\sqrt{34}$
19.	Если кривая выпукла и возрастает на отрезке $[a;b]$ , то для $\forall x \in [a;b]$ А) $f''(x) > 0, f'(x) < 0$ ;                      Б) $f''(x) < 0, f'(x) > 0$ ; В) $f''(x) > 0, f'(x) > 0$ ;                      Г) $f''(x) < 0, f'(x) < 0$ ; Д) $f''(x) > 0, f'(x) = 0$ .	Б

Время на выполнение: 40 мин.

### Критерии оценивания

«отлично» - 85%-100% правильных ответов,

«хорошо»- 65%-85% правильных ответов,

«удовлетворительно»- 50%-65% правильных ответов,

«неудовлетворительно»- менее 50% правильных ответов

## Проверочная работа по теме «Неопределенный интеграл. Непосредственное интегрирование. Замена переменной».

### Вариант 1

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

1.  $\int \frac{3x^8 - x^5 + x^4}{x^5} dx.$

2.  $\int (6^x \cdot 3^{2x} - 4) dx.$

$$3. \int \left( \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx.$$

$$4. \int \frac{dx}{1+16x^2}.$$

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

$$5. \int (8x-4)^3 dx.$$

$$6. \int \frac{12x^3+5}{3x^4+5x-3} dx.$$

$$7. \int x^5 \cdot e^{x^6} dx.$$

8. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям:  $\int (x+5)\cos x dx$ .

9. Вычислите интеграл:  $\int 2^{8x+5} dx$

$$1) \frac{2^{8x+5}}{8 \ln 2} + C$$

$$2) \frac{2^{8x+5}}{4 \ln 2} + C$$

$$3) \frac{2^{8x}}{8 \ln 2} + C$$

$$4) -\frac{2^{8x+5}}{8 \ln 2} + C$$

Время на выполнение: 45 мин.

### Критерии оценивания

«отлично» - 85%-100% правильных ответов,

«хорошо»- 65%-85% правильных ответов,

«удовлетворительно»- 50%-65% правильных ответов,

«неудовлетворительно»- менее 50% правильных ответов

**Проверочная работа по теме «Определенный интеграл. Вычисление определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла».**

### Вариант 1

1. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^2 (4x^2 + x - 3) dx$ .

2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки:  $\int_2^3 (2x-1)^3 dx$ .

3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = -x^2 + 4$ ,  $y = 0$ ,  $x = -2$ ,  $x = 2$ .

4. Изменение производительности производства с течением времени от начала внедрения нового технологического процесса задается функцией  $z = 32 - 2^{-0,5t+5}$ , где  $t$  – время в месяцах. Найти объем продукции, произведенной: а) за первый месяц; б) за третий месяц; в) за шестой месяц; г) за последний месяц года, считая от начала внедрения рассматриваемого технологического процесса.

5. По данным исследований о распределении доходов в одной из сторон кривая Лоренца может быть описана уравнением  $y = \frac{x}{3-2x}$ , где  $x \in [0, 1]$ . Вычислить коэффициент Джинни  $k$ .

Время на выполнение: 45 мин.

### Критерии оценивания

«отлично» - 85%-100% правильных ответов,  
«хорошо»- 65%-85% правильных ответов,  
«удовлетворительно»- 50%-65% правильных ответов,  
«неудовлетворительно»- менее 50% правильных ответов

## Проверочная работа по теме «Обыкновенные дифференциальные уравнения»

### Вариант 1

1. Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений (для № 1-2).

1.  $y = c_1 e^{-5x} + c_2 e^x$ ,  $y'' + 4y' - 5y = 0$ .

2.  $y = \frac{8}{x}$ ,  $y' = -\frac{1}{8}y^2$ .

2. Решить следующие дифференциальные уравнения первого и второго порядка (для № 3-6).

3.  $y' = \frac{1}{\cos^2 x} + x^4$ .

4.  $y' = \frac{x-1}{y^2}$ .

5.  $y' - 3y + 5 = 0$ .

Время на выполнение: 45 мин.

### Критерии оценивания

«отлично» - 85%-100% правильных ответов,  
«хорошо»- 65%-85% правильных ответов,  
«удовлетворительно»- 50%-65% правильных ответов,  
«неудовлетворительно»- менее 50% правильных ответов

## Проверочная работа Вариант 1

1. Вычислите предел

1.1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 7x + 6}{6 - x - x^2}$

1.2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \cdot \operatorname{tg} 4x}{x^2}$

1.1: а) -2 в) 0  
б) 2 г)  $\infty$

1.2: а) 8 в) 6  
б) -8 г) -6

2. Если  $f(x) = x \cdot \ln x$ , то  $f'(1)$  равна

а) 1 в) 0  
б) -1/3 г) -2,5

3. Площадь фигуры, ограниченной линиями  $f(x) = 1 - x^2$  и  $y = 0$ , равна

а) 4/3 в) 32/3  
б) 8/3 г) 2/3

4. Найти общее решение уравнения  $y'' + 2y' + 10y = 0$

а)  $y = c_1 + c_2 e^{5x}$                       в)  $y = c_1 + c_2 e^{2x}$   
 б)  $y = e^{-x}(c_1 \cos 3x + c_2 \sin 3x)$     г)  $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{5x}$

5. Найти интервал сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n x^n}{2^n 3^n}$

- а) (-7;7)                                      в) (-3;3)  
 б) (-5;5)                                      г) (-6;6)

6. Вычислите интеграл  $\int \frac{\arctg x}{1+x^2} dx$

**Проверочная работа по теме «Ряды».**

№	Вариант 14.1	Вариант 14.1	Вариант 14.1
Найти область сходимости степенных рядов:			
1	$1 - \frac{x^2}{3 \cdot 2\sqrt{2}} + \frac{x^4}{3^2 3\sqrt{3}} - \frac{x^6}{3^3 \cdot 4\sqrt{4}} + \dots$	$1 - \frac{x}{5\sqrt{2}} + \frac{x^3}{5^2 3\sqrt{3}} - \frac{x^5}{5^3 \sqrt{4}} + \dots$	$1 - \frac{2x}{\sqrt{5 \cdot 5}} + \frac{4x^2}{\sqrt{9 \cdot 5^2}} - \frac{8x^3}{\sqrt{13 \cdot 5^3}} + \dots$
2	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)(2n-1)!}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} (x-2)^2$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} (x-4)^{2n-1}}{2n-1}$
Разложить в ряды по степеням x функции (с указанием области сходимости рядов):			
3	$y = \ln \sqrt[5]{\frac{1+3x}{1-3x}}$	$y = \frac{x-3}{(x+1)^2}$	$y = \frac{e^{x^3} - e^{-x^3}}{2x^3}$
4	$y = e^x \cos x$	$y = (1+e^x)^2$	$y = e^x \sin x$
Вычислить приближенное значение выражения, взяв два первых члена разложения функции f(x) степенной ряд; указать погрешность:			
5	$\cos 12^0;$ $f(x) = \cos x$	$\ln 0,9;$ $f(x) = \ln(1+x)$	$\sqrt[3]{30};$ $f(x) = (1+x)^m$
Вычислить приближенно с точностью до 0,001 определенный интервал:			
6	$\int_0^{1/3} \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}}$	$\int_0^1 \sin x^2 dx$	$\int_0^{0,2} \frac{e^{-2x} - 1}{x} dx$

Время на выполнение: 45 мин.

**Критерии оценивания**

- «отлично» - верно выполнено 6 задания,
- «хорошо»- выполнено 5 заданий с недочетами,
- «удовлетворительно»- верно выполнено 4 задания,
- «неудовлетворительно» - меньше 4-х или не выполнено ни одного задания.

**Проверочная работа Подготовка к экзамену**

№	Тренировочный тест (к экзамену по высшей математике – 2 семестр)					
	Задания	Варианты ответов				
		1	2	3	4	5
1	$\int_{-1}^{-\frac{2}{3}} \frac{dx}{(3x+1)^5} = \dots$	$-\frac{15}{64}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{5}{32}$	$-\frac{5}{64}$	$-\frac{3}{32}$
2	$\int (x+1) \ln 2x dx = \dots$	$\left(\frac{x^2}{2} + x\right) \ln 2x + c$	$x^2 \ln 2x + x - 1 + c$	$\left(\frac{x^2}{2} + x\right) \ln 2x - \frac{x^2}{4} - x + c$	$x^2 \ln 2x + 2x + c$	$\left(x^2 + x\right) \ln 2x - x^2 + 2x + c$
3 а	$\int \operatorname{tg}^7 x dx = \dots$	$\frac{\operatorname{tg}^8 x}{8} + \frac{\operatorname{tg}^6 x}{6} + \ln \cos x  + c$	$\frac{\operatorname{tg}^6 x}{6} - \frac{\operatorname{tg}^4 x}{4} + \frac{\operatorname{tg}^2 x}{2} + \ln \cos x  + c$	$\frac{\operatorname{tg}^8 x}{8} + c$	$\frac{\operatorname{tg}^6 x}{6} + \frac{\operatorname{tg}^4 x}{4} + \frac{\operatorname{tg}^2 x}{2} + c$	$\frac{\operatorname{tg}^6 x}{6} - \frac{\operatorname{tg}^4 x}{4} - \frac{\operatorname{tg}^2 x}{2} + \ln \cos x  + c$
3 б	$\int \sin^3 x \cos^8 x dx = \dots$	$\frac{\cos^{11} x}{11} - \frac{\cos^9 x}{9} + c$	$\frac{\sin^9 x}{9} - \frac{\sin^{11} x}{11} + c$	$\frac{\cos^9 x}{9} - \frac{\cos^{11} x}{11} + c$	$\frac{\sin^4 x}{4} + \frac{\cos^9 x}{9} + c$	$\frac{\cos^{11} x}{11} - \frac{\sin^4 x}{4} + c$
3 в	$\int \sin x \sin 7x dx = \dots$	$\frac{1}{2}(\sin 6x - \sin 8x) + c$	$\frac{1}{48}(3 \sin 8x - 4 \sin 6x) + c$	$\frac{1}{24}(3 \cos 8x - 4 \cos 6x) + c$	$\frac{1}{24}(4 \cos 6x - 3 \cos 8x) + c$	$\frac{1}{48}(4 \sin 6x - 3 \sin 8x) + c$
4	$\int \frac{(x+3)dx}{\sqrt{x^2 - 8x + 13}} = \dots$	$2\sqrt{x^2 - 8x + 16} - \ln x - 4 + \sqrt{x^2 - 8x + 13}  + c$	$\sqrt{x^2 - 8x + 16} + 7 \ln x - 4 + \sqrt{x^2 - 8x + 13}  + c$	$\sqrt{x^2 - 8x + 16} + 3 \ln x - 4 + \sqrt{x^2 - 8x + 13}  + c$	$2\sqrt{x^2 - 8x + 16} - 7 \ln x - 4 + \sqrt{x^2 - 8x + 13}  + c$	$3\sqrt{x^2 - 8x + 16} - \ln x - 4 + \sqrt{x^2 - 8x + 13}  + c$

5 а	$\int \frac{dx}{\left(\sqrt[3]{x+4}+2\right)\sqrt{x+4}} = \dots$	$(x+4)^{1/6} - 6\sqrt{2} *$ $\operatorname{arctg} \frac{(x+4)^{1/6}}{\sqrt{2}} + c$	$6(x+4)^{1/6} - 12$ $\operatorname{arctg} \frac{(x+4)^{1/6}}{\sqrt{2}} + c$	$(x+4)^{1/6} + 6\sqrt{2} *$ $\operatorname{arctg} \frac{(x+4)^{1/6}}{\sqrt{2}} + c$	$6(x+4)^{1/6} - 6\sqrt{2}$ $\operatorname{arctg} \frac{(x+4)^{1/6}}{\sqrt{2}} + c$	$6(x+4)^{1/6} - \sqrt{2} *$ $\operatorname{arctg} \frac{(x+4)^{1/6}}{\sqrt{2}} + c$
5 б	$\int \frac{dx}{1+\cos x+6\sin x} = \dots$	$\frac{1}{6} \ln \left  6 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1 \right  + c$	$\ln \left  6 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1 \right  + c$	$\frac{1}{3} \ln \left  6 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1 \right  + c$	$\frac{1}{2} \ln \left  6 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1 \right  + c$	$-\frac{1}{3} \ln \left  6 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1 \right  + c$
5 в	$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+36}} = \dots$	$\frac{1}{6} \ln \left  \operatorname{tg} \frac{\operatorname{arctg} \frac{x}{6}}{2} + 1 \right  + c$	$\frac{1}{3} \ln \left  \operatorname{tg} \frac{\operatorname{arctg} \frac{x}{6}}{2} + 1 \right  + c$	$\frac{1}{2} \ln \left  \operatorname{tg} \frac{\operatorname{arctg} \frac{x}{6}}{2} + 1 \right  + c$	$3 \ln \left  \operatorname{tg} \frac{\operatorname{arctg} \frac{x}{6}}{2} + 1 \right  + c$	$6 \ln \left  \operatorname{tg} \frac{\operatorname{arctg} \frac{x}{6}}{2} + 1 \right  + c$
5 г	$\int \frac{(x^2+5x+5)dx}{x^2(x^2+5)} = \dots$	$\ln \frac{x}{\sqrt{x^2+5}} + \frac{1}{x} + c$	$\ln \frac{\sqrt{x^2+5}}{x} - \frac{1}{x} + c$	$\ln \frac{x}{\sqrt{x^2+5}} - \frac{1}{x} + c$	$\ln \frac{\sqrt{x^2+5}}{x} + \frac{2}{x} + c$	$\ln \frac{\sqrt{x^2+5}}{x} + \frac{1}{x} + c$
7 б	Вычислить $\iint_D x dx dy$ , где D- ограничена линиями $x=y^2$ , $y=-1$ , $x=0$ .	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{11}$	$\frac{1}{4}$
8	Найти общее решение дифференциально го уравнения $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{e^{2x}}{\cos x}$ .	$\frac{e^{2x} + c}{\cos x}$	$\left( \frac{e^{2x} + c}{2} \right) \frac{1}{\sin x}$	$\frac{e^{2x} + c}{\sin x}$	$\left( \frac{e^{2x} + c}{2} \right) \frac{1}{\cos x}$	$\frac{(e^{2x} + c) \sin x}{2}$
9	Найти Общий Интеграл	$\operatorname{ctg} \frac{y}{x} = Cx^3$	$\operatorname{tg} \frac{y}{x} = \frac{C}{x}$	$\operatorname{tg} \frac{y}{x} = \frac{C}{x^2}$	$\operatorname{tg} \frac{y}{2x} = \frac{C}{x^2}$	$\operatorname{tg} \frac{y}{x} = Cx$

	дифференциально го уравнения $y' = \frac{y}{x} - 2 \sin \frac{y}{x}$					
1 0	Найти общее решение дифференциально го уравнения $y^4 + 4y^2 = 0$	$c_1 + c_2x + c_3e^{2x} + c_4e^{-2x}$	$c_1 + c_2x + c_3x^2 + c_4x^3$	$x^2(c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x) + c_3 + c_4x$	$c_1 + c_2x + c_3e^{2x} + c_4xe^{2x}$	$c_1 + c_2x + c_3 \cos 2x + c_4 \sin 2x$
1 1 а	Указать вид частного решения дифференциально го уравнения $y^2 + 16y = x \sin 4x$	$(Ax^2 + Bx) \sin 4x$	$(Ax^2 + B) \cos 4x + (Cx + D) \sin 4x$	$(Ax^2 + Bx) \cos 4x + (Cx^2 + Dx) \sin 4x$	$(Ax^2 + B) \cos 4x$	$(Ax^2 + B) \sin 4x$
1 1 б	Среди перечисленных ДУ найти уравнения в полных дифференциалах: А) $(5 - x^2 + 3xy^2)dx - (2y^2 + 3x^3y)dy = 0$ Б) $(xy^4 + x^2 - 3)dx + (y^2 + 2x^2y^3)dy = 0$ В) $(2x^2 + y^2 - 3)dx + (y^2 + 2x^2y)dy = 0$	А и В	А и Б	Только А	Б и В	Только Б
1 2	Определить какие ряды сходятся: А)	В	А	Б и В	Все расходятся	А и В

	$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{4n}{n+3} \right)^n$					
	Б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^4}{(n+4)^4}$					
	В) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^{1/3}}$					
1 3	Исследовать на сходимость ряды: А) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+5)^1}$ Б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+3)^{1/3}}$	Оба расходятся	А сходится условно Б сходится абсолютно	Оба сходятся	А сходятся абсолютно Б сходятся условно	Оба сходятся условно
1 4	Найти область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{n^3 6^n}$	[-6;6]	(-11;1)	[-11;1]	(-6;6]	(-11;1]
1 5	Найти коэффициенты вк разложения по синусам функции: $f(x) = \begin{cases} 0, 0 \leq x \leq 2 \\ 2, 2 \leq x \leq 6 \end{cases}$	$\frac{2}{k\pi} \left( \sin \frac{k\pi}{3} - (-1)^k \right)$	$\frac{2}{k\pi} \left( \cos \frac{k\pi}{3} - (-1)^k \right)$	$\frac{4}{k\pi} \left( \sin \frac{k\pi}{3} - (-1)^k \right)$	$\frac{4}{k\pi} \left( \cos \frac{2k\pi}{3} - (-1)^k \right)$	$\frac{4}{k\pi} \left( \cos \frac{k\pi}{3} - (-1)^k \right)$

Время на выполнение: 45 мин.

**Критерии оценивания**

«отлично» - верно выполнено 14-15 заданий;

«хорошо» - верно выполнено 12-13 заданий;

«удовлетворительно» - верно выполнено 10-11 задания, но имеются недочеты;

«неудовлетворительно» - верно выполнено менее 9 заданий.



**Задание 8** Выполните действия в алгебраической форме. Результаты запишите в тригонометрической и показательной формах

<b>1 в</b> $\frac{1+i}{1-2i} - \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{5}i\right)$	$\frac{(1-3i)(1+3i)}{-3-i} - 2i^{19}$
---	---------------------------------------

**Задание к контрольной работе № 2**

**Задание 1** Вычислить неопределенные интегралы

<b>1 в а)</b> $\int \sqrt[5]{3x+4} dx$ ; б) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-8}}$ ; в) $\int x^2 \ln 2x dx$ ; г) $\int \frac{(x+2)dx}{x^2-9}$ ;
д) $\int 5^{\sin x} \cos x dx$ ; е) $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2-5x+9}}$ .

**Задание 2** Вычислить определенный интеграл

<b>1 в</b> $\int_0^2 (3x^2-1) dx$	$\int_{25}^{49} \frac{\sqrt{x} dx}{x-6}$	$\int_0^1 x * e^{-2x} dx$
-----------------------------------	--	---------------------------

**Задание 3** Вычислить: а) площадь области, ограниченной данными линиями; б) объем тела, образованного вращением вокруг оси Oх кривой L

№ вар	Задание
<b>1</b>	$x^2 - y = 0, \quad x = -1, \quad y = 0.$

**Задание 4** Вычислить несобственный интеграл или определить его расходимость.

№ вар	Задание
<b>1</b>	а) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2+1}$ ; б) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$ .

**Задание 5** Найти общее решение дифференциального уравнения и частное решение, удовлетворяющее начальным условиям  $y = y_0$  при  $x = x_0$ .

№ вар	Задание
<b>1</b>	а) $y' = y^2, \quad y(1) = 3,$

№ вар	Задание
	б) $y'' + 2y' - 8y = x^2 + x + 1,$ $y'(0)=1, \quad y(0)=1.$

**Задание 6** Исследовать числовые ряды на сходимость, используя: а) признак Даламбера; б) признак Коши.

Вариант	Задание
1	а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{3n+4} \right)^n$

**Задание № 7.** Найти радиус и интервал сходимости степенного ряда. Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости.

Вариант	Задание
1	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)2^n}$

**Задание 8** Вычислить определенный интеграл с точностью до  $\varepsilon = 10^{-3}$ , разложив подынтегральную функцию в степенной ряд и затем почленно проинтегрировав.

$$1 \text{ в } \int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx \quad \int_0^{1/\sqrt{3}} x^2 \arctg x dx$$

**Блок С - Оценочные средства для диагностирования сформированности уровня компетенций – «владеть»**

***Практическая работа по теме: Решение прикладных задач.***

- 1 Определить объем выпуска продукции за первые пять часов при производительности  $f(t) = 11,3e^{-0,417t}$ , где  $t$  – время в часах.
- 2 Найти объем продукции, выпущенной предприятием за год (258 рабочих дней), если ежедневная производительность этого предприятия задана функцией  $f(t) = -0,0033t^2 - 0,089t + 20,96$ , где  $1 \leq t \leq 8$ ,  $t$ - время в часах.
- 3 При непрерывном производстве химического волокна производительность  $f(t)$  (т/ч) растет с момента запуска 10 часов, а затем остается постоянной. Сколько волокна дает аппарат в первые сутки после запуска, если  $f(t) = e^{t/5} - 1$  при  $t \in [0, 10]$ .
- 4 Найти объем выпуска продукции за четыре года, если в функции Кобба- Дугласа  $A(t) = e^{3t}, L(t) = (t + 1), K(t) = 10, a_0 = \alpha = \beta = \gamma = 1$ .
- 5 Кривые Лоренца распределения дохода в некоторых странах могут быть заданы уравнениями:

а)  $y=0,85x^2+0,15x$ ; б)  $y=2^x-1$ ; в)  $y=0,7x^3+0,3x^2$ .

Какую часть дохода получают 10% наиболее низкооплачиваемого населения? Вычислить коэффициенты Джини для этих стран.

6 Уравнение спроса на некоторый товар имеет вид  $p=134-x^2$ . Найти выигрыш потребителей, если равновесная цена равна 70.

7 Уравнение спроса на некоторый товар имеет вид  $p=\frac{100}{x+5}$ . Найти выигрыш потребителей, если равновесное количество товара равно 10.

8 Найти выигрыш потребителей и поставщиков товара, законы спроса и предложения на который имеют следующий вид:

а)  $p=250-x^2$ ,  $p = \frac{1}{3}x + 20$ ;

б)  $p=240-x^2$ ,  $p = x^2+2x+20$ .

### Решение задач экономического содержания

Задача 1 на тему «Производство общественных благ»

*Функция и график функции*

На окраине в переулке проживают две семьи. Спрос первой семьи на освещение  $Q^d_1=10-P$ , а спрос второй равен  $Q^d_2=10-2P$ . Предельные издержки на производство электроэнергии равны 5 ден. ед. Определите функцию спроса на освещение переулка и изобразите данную функцию графически. Общественно оптимальный объем освещения переулка; сравните графически для случая освещения частного блага и общественного блага.

Задача 2 на тему «Спрос и предложение»

*Преобразования графиков*

Производители телевизоров перепрофилировали часть мощностей предприятий на выпуск деталей для компьютеров, полагая, что новое производство будет более прибыльным. Это привело к изменению на 100 рублей средней цены на телевизоры, составлявшей первоначально 1 тыс. рублей. По старой цене производители реализовали ежедневно 5 тыс. телевизоров. Сколько телевизоров в день продается по новой цене, если коэффициент эластичности спроса на них равен 2,5?

Задача 3 на тему «Рынок труда»

*Преобразования графиков*

Полиграфисты добились повышения заработной платы. Одновременно снизились заработки в некоторых других отраслях, в результате чего средние доходы населения остались неизменными. После этого и средняя цена, и количество выпущенных газет изменились на 10%. Как и насколько изменилась выручка издателей газет, если все отпечатанные газеты распродаются?

Задача 4 на тему «Издержки производства в краткосрочном периоде»

*Преобразования графиков*

Фармацевтическая фирма провела удачную рекламную кампанию, популяризирующую лекарство «Айболит». Одновременно из-за повышения требований и экологической безопасности производства этой фирме пришлось

изменить технологию выпуска «Айболита». Как изменились средние совокупные издержки производства в результате внедрения новой технологии, если цена на лекарство осталась на прежнем уровне?

#### Задача 5 на тему «Себестоимость производства»

##### *Функция*

Стоимость  $p$  доставки груза определяется затратами на его погрузку и разгрузку и затратами на транспортировку, зависящими от расстояния  $x$ . Груз можно доставить по железной дороге или автомобилем. Стоимость погрузочно-разгрузочных работ в железнодорожный вагон и в автомобиль составляет  $a_1$  и  $a_2$  руб соответственно,  $a_2 < a_1$ . Транспортные затраты на железной дороге равны  $b_1$  руб/км, при перевозке по шоссе –  $b_2$  руб/км,  $b_1 < b_2$ . Выясним, как выгоднее доставить груз на расстояние  $x$  км.

#### Задача 6 на тему «Функционирование рыночного механизма»

##### *Функция*

В автомобильном хозяйстве есть автомобили 10 типов. Качество автомобилей каждого типа в том или ином хозяйстве можно записать в виде вектора  $N = (n_1, n_2, \dots, n_{10})$ , где  $n_1$  – количество автомобилей 1-ого типа,  $n_2$  – количество автомобилей 2-ого типа и т.д. Поставьте вопросы к задаче.

#### Задача 7 на тему «Рынок ценных бумаг»

##### *Логарифмическая производная*

В обращение сроком на 1 год выпущен вексель. Его рыночная стоимость меняется линейно  $V(t) = \frac{t+3}{4}b_1$  от 75% на момент выпуска до 100% на момент погашения, где  $t$  – время в долях года,  $b_1$  – конечная стоимость векселя. (Предположительно, что преобладающая ставка процента  $r$  на денежном рынке равна  $2/7$  – 29%). Когда в течение года владельцу выгодно продать вексель.

#### Задача 8 на тему «Рынок земли»

##### *Функция и предел функции*

Предложение земли равно  $Z^s=120$ . Сельскохозяйственный спрос на землю составляет  $Z^d_A=120-p$ . Несельскохозяйственный спрос на землю имеет вид :  $Z^d_N=60-p$ . Определите: а) цену земли, если участок будет продан; б) что больше годовая рента, если ставка равна 6%; или земельная рента, если ежегодные амортизационные отчисления составят 0,6 тыс руб, а вложенный капитал 12 тыс руб.

#### Задача 9 на тему «Издержки производства»

##### *Предел последовательности и функции*

Себестоимость изделия состоит из двух частей: основные затраты  $P$ , т.е. стоимость материалов, оборудования, энергии, труда рабочих и т.п., затраченных на изготовление изделия, и накладные расходы на оплату труда уплачивающего и обслуживающего персонала, которые в целом на предприятии составляют  $G$ . Если считать, что предприятие производит только изделия одного вида, то себестоимость

$C$  единицы продукции есть функция от количества  $x$  произведенной продукции  $C=f(x)=P+G/x$  Прокомментируйте  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = P$ .

Задача 10 на тему «Фирма в системе рыночных отношений»

*Предел последовательности и функции*

Предприятие работает по договору, согласно которому ежемесячно 50 единиц произведенных изделий отдаются владельцу помещения, предоставившему производственные площади. Предприятие намерено получать ежемесячно фиксированный доход в размере  $P$  от продажи произведенных изделий. Если в месяц производится  $x$  изделий ( $x \geq 50$ ), то для получения дохода  $P$  цена изделия должна быть  $p=P/(x-50)$ . Что можно сказать при выполнении условия:  $p \rightarrow \infty$  при  $x \rightarrow 50$ .

Задача 11 на тему «Механизм функционирования рынка»

*Предел последовательности и функции*

Стоимость билета на электропоезд зависит от так называемого тарифного пояса. В пределах одного пояса стоимость билета одинакова, хотя в пределах этого пояса может оказаться несколько станций или остановочных пунктов. Примерное представление функции, выражающей зависимость стоимости билета  $C$  от

расстояния  $x$  в километрах, следующее:  $C = f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 5 \\ 2, & 5 < x \leq 10 \\ 3, & 10 < x \leq 15 \\ 4, & 15 < x \leq 20 \\ \dots\dots\dots \end{cases}$

Объясните, почему направляясь к границе двух поясов с равного расстояния, но противоположных сторон, стоимость билетов будет различна.

*Справка* Если функция  $y = f(x)$  задает производительность в момент времени  $x$ , то наличие у этой функции горизонтальной асимптоты при  $x \rightarrow +\infty$  означает, что с течением времени (при больших  $x$ ) производство стабилизируется. Если функция  $y = f(x)$  задает объем продукции, произведенной к моменту времени  $x$ , то наличие у этой функции наклонной асимптоты при  $x \rightarrow +\infty$  означает, что с течением времени (при больших значениях  $x$ ) производство стабилизируется.

Задача 12 на тему «Механизм функционирования рынка»

*Предел последовательности и функции*

Объем продажи  $Q$  зависит от времени  $t$ :  $Q = 0,002t^2 * \arctgt$ , цена меняется по закону  $p=100/t$ . Как изменяется (и докажете) выручка при больших значениях  $t$ , т.е.  $t \rightarrow +\infty$ .

Задача 13 на тему «Рынок капитала»

*Предел последовательности и функции*

Что выгоднее положить сумму 5000 ден ед в банк под 10 сложных процентов, начисляемых один раз в год и получить сумму через 5 лет или сумму 5000 ден ед в банк под 5% годовых, начисляемых непрерывно и получить сумму через 4 года?

Задача 14 на тему «Рынок ценных бумаг»

*Предел последовательности и функции*

Владелец бессрочной облигации стоимостью 100 долларов получает ежегодно выплату 5%. Найдём, какова рыночная стоимость облигации, если инфляция составляет 3% в год.

Задача 15 на тему «Предприятие как субъект рынка»

*Функция*

Автопредприятие занимается доставкой товаров из базы в магазины, расположенные в деревнях вдоль дороги. Дорога пересекается рекой, через которую имеется паромная переправа. Стоимость доставки груза по дороге составляет  $p$  руб/км. Стоимость переправы автомобиля на пароме через реку –  $q$  руб,  $a$  – расстояние от базы до реки. Чему равна стоимость  $u$  доставки груза на расстояние  $x$  км.

Задача 16 на тему «Банковская система»

*Предел последовательности и функции*

Коммерческий банк аккумулирует средства предприятий в среднем на 6 месяцев. За это время он успевает три раза «прокрутить» эти деньги в виде краткосрочных кредитов, выдаваемых частным предпринимателям на три месяца под 4% в месяц. Получит ли банк прибыль и в каком размере. Что выгоднее банку: кредитовать из собственных средств предприятия на условиях ставки 20% годовых или заниматься указанной деятельностью.

Задача 17 на тему «Издержки производства в краткосрочном периоде»

*Предел последовательности и функции*

Постоянные издержки  $F$  (не зависящие от числа  $x$  единиц произведенной продукции) составляют 125 тыс. руб. в месяц, а переменные издержки  $V(x)$  (пропорциональные  $x$ ) – 700 руб. за каждую единицу продукции. Цена единицы продукции 1200 руб. а) Найти объем продукции  $x$ , при котором прибыль равна нулю (если такое возможно, то как Вы понимаете такую экономическую ситуацию); б) 105 тыс. руб. в месяц.

Задача 18 на тему «Капитал»

*Предел последовательности и функции*

Предприятие купило автомобиль стоимостью 150 тыс. руб. Ежегодная норма амортизации составляет 9%. Составьте формулу зависимости стоимости и амортизации автомобиля и найдите стоимость автомобиля через 4,5 года.

Задача 19 на тему «Фирма в системе экономических отношений»

*Дифференциальные исчисления Наибольшее и наименьшее значения функции*

Предприятие производит  $X$  единиц некоторой однородной продукции в месяц. Установлено, что зависимость финансовых накоплений предприятия от объема выпуска выражается формулой:  $f(x) = -0,02x^3 + 600x - 1000$ . При каких значениях объема продукции предприятие получит наибольшие финансовые накопления.

Задача 20 на тему «Рынок капитала»

*Дифференциальные исчисления Наибольшее и наименьшее значения функции*

Имеется запас меда стоимостью  $C$  рублей. Известно, что с течением времени

стоимость меда повышается по закону  $v(t) = c * e^{\frac{\sqrt{t}}{2}}$ , а затраты на хранение настолько меньше объема, что ими можно пренебречь, с другой стороны, если мед продать, а деньги положить в банк, то на вырученную сумму непрерывно будут начисляться 10% годовых. То есть сумма  $v_0$ , положенная в банк в момент времени  $t = 0$ , через  $t$  лет станет равной  $V(t) = v_0 * e^{\frac{t}{10}}$ . Определите момент времени  $t_0$ , в который наиболее выгодно продать имеющийся запас меда и положить деньги в банк, чтобы через  $t$  лет сумма, накапливаемая на счете, была максимальной.

Задача 21 на тему «Потребление и сбережение: взаимосвязь и различия»

*Дифференциальные исчисления*

Зависимость между издержками производства  $y$  и объемом выпускаемой продукции  $x$  на фирме «А» выражается функцией  $y = 50x - 0,05x^3$ , на фирме «В» -  $y(x) = 0,1x^3 - 1,2x^2 + 5x + 250$  (ден.ед). Определите в какой фирме средние и предельные издержки производства выше при объеме продукции 10 ед.

Задача 22 на тему «Потребление и сбережение: взаимосвязь и различия»

*Дифференциальные исчисления*

Функция потребления некоторой страны имеет вид  $C(x) = 15 + 0,25x + 0,36x^{4/3}$ , где  $x$  – совокупный национальный доход (ден.ед.). Найти: а) предельную склонность к потреблению; б) предельную склонность к сбережению, если национальный доход составляет 27 ден.ед.

Задача 23 на тему «Потребление и сбережение»

*Дифференциальные исчисления*

Функция потребления некоторой страны «А» имеет вид:

$C(x) = 13 + 0,25x + 0,37x^{4/5}$ , где  $x$  – совокупный национальный доход. Функция сбережения страны «В» имеет вид:  $S(x) = 25 - 0,53x - 0,41x^{2/3}$ , где  $x$  – совокупный национальный доход. Сравните а) предельную склонность к потреблению и предельную склонность к сбережению двух стран, если национальный доход составляет страны «А» -32, страны «В» -27

Задача 24 на тему «Спрос и предложение»

*Функция. Свойства функции*

Функция  $q = 1220 - 10p$  – функция спроса и предложения  $s = -100 + 50p$ , где  $q$  и  $s$  – количество товара, соответственно покупаемого и предлагаемого на продажу в единицу времени,  $p$  – цена единицы товара. Функция общих издержек равна  $ТС = 80 + q^2$ . Найти: а) равновесную цену, т.е. цену, при которой спрос и предложение уравниваются и объем выпуска; б) объем предложения и прибыль одного предприятия; в) объем предложение одного предприятия, зная, что на потребление налагается налог на 10 лет.

Задача 25 на тему «Производственная деятельность фирмы»

*Дифференциальные исчисления*

Объем продукции  $u$  (усл. ед.) цеха в течение рабочего дня представляет функцию  $u = f(t)$ , где  $t$  – время (ч). вычислить производительность труда  $z(t)$ , скорость  $V(t)$  и темп  $T(t)$  ее изменения через  $t_1$  (ч) после начала работы и за  $t_2$  (ч) до ее окончания.  $u(t) = -\frac{5}{9}t^3 + \frac{15}{2}t^2 + 100t + 30$  (усл.ед.)  $t_1 = 1$  час  $t_2 = 1$  час.

Задача 26 на тему «Издержки производства»

*Дифференциальные исчисления Наибольшее и наименьшее значения функции*

Магазин реализует равномерно в течение года  $N$  единиц товара. Товар поступает на склад магазина партиями, новая партия поступает после того, как продана вся предыдущая. Издержки хранения единицы товара составляют  $p$  долларов в месяц. Доставка одной партии товара на склад обходится в  $q$  долларов. Найдем, при каком размере партии издержки на доставку и хранение товара минимальны. Приведите пример.

Задача 27 на тему «Расчет издержек и прибыли»

*Дифференциальные исчисления*

Выручка от продажи конфет составляет  $p = 100x - 0,5x^2$ , где  $x$  – объем проданной продукции (тыс. ед.). Где средняя и предельная выручка больше, если продано 10 тыс. ед. или 60 тыс. ед.

Задача 28 на тему «Расчет издержек и прибыли»

*Дифференциальные исчисления*

Изменение технологии производства мотоциклов привело к снижению средних переменных издержек на 20%, после чего цена единицы продукции была снижена на 10%. Постоянные и совокупные издержки не менялись. Чему равна выручка производителей мотоциклов, если ее прирост после изменения технологии составил 37500 тыс. рублей?

Задача 29 на тему «Потребление и сбережение: взаимосвязь и различия»

*Дифференциальные исчисления*

Функция потребления некоторой страны имеет вид  $C(x) = 15 + 0,25x + 0,36x^{4/3}$ , где  $x$  – совокупный национальный доход (ден.ед.). Найти: а) предельную склонность к потреблению; б) предельную склонность к сбережению, если национальный доход составляет 27 ден.ед.

Задача 30 на тему «Расчет издержек и прибыли»

*Дифференциальные исчисления*

Из-за сокращения сырьевой базы фирма «DEMO» уменьшила объем выпуска продукции. Постоянные и средние переменные издержки после этого не изменились, а средние совокупные издержки выросли на 30 руб./шт. Первоначальная величина средних постоянных издержек составляла 120 руб./шт. На сколько процентов фирма

должна увеличить цену единицы продукции, чтобы осталась неизменной выручка от продажи продукции?

Задача 31 на тему «Расчет издержек и прибыли»

*Дифференциальные исчисления*

В начале года средние постоянные издержки производства продукции на предприятии составляли 180 руб./шт. К концу года выпуск продукции сократился на 20%, постоянные издержки остались на прежнем уровне, средние переменные издержки выросли на 5%, а средние совокупные издержки изменились на 60 руб./шт. Чему равнялись средние переменные издержки предприятия «W» в конце года?

Задача 32 на тему «Производственная деятельность фирмы»

*Дифференциальные исчисления*

Объем производства зимней обуви  $u$ , выпускаемой некоторой фирмой, может быть описан уравнением  $u(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{7}{2}t^2 + 6t + 2100$  (ед.), где  $t$  – календарный месяц года. Вычислить производительность труда, скорость и темп ее изменения: а) в начале года ( $t = 0$ ); б) в середине года ( $t = 6$ ); в) в конце года ( $t = 12$ ).

Задача 33 на тему «Производственная деятельность фирмы»

*Дифференциальные исчисления*

Производительность труда бригады может быть описана уравнением  $y = -2,5t^2 + 15t + 100$ , где  $0 \leq t \leq 8$  – рабочее время в часах. Вычислить скорость и темп изменения производительности труда при  $t=2$  и  $t=7$ .

Задача 34 на тему «Производственная деятельность фирмы»

*Функция. Свойства функции*

Зависимость между спросом  $q$  и ценой  $p$  за единицу продукции, выпускаемой некоторым предприятием, дается соотношением  $q = 18 - \sqrt{p}$ . Какие рекомендации о цене за единицу продукции можно дать руководителям предприятия при  $p = 100$  и  $p = 150$  ден.ед.?

Задача 35 на тему «Производственная деятельность фирмы»

*Дифференциальные исчисления*

Зависимость между себестоимостью готовой продукции предприятия  $y$  (млн. руб.) и объемом выпускаемых изделий  $x$  (тыс. шт.) выражается уравнением:  $y = \sqrt{x+4} - 2$ . Найти эластичность себестоимости продукции предприятия, выпускающего 12 тыс.шт. изделий. Какие рекомендации можно дать руководителям предприятий об изменении величины объема выпускаемой продукции?

Задача 36 на тему «Потребление и сбережение»

*Дифференциальные исчисления*

Как зависит от времени  $t$  производительность  $q$ , если количество произведенного за время  $t$  продукта задается формулой  $Q(t) = 3t + \sin(t/3)$ .

Задача 37 на тему «Потребление и сбережение»

*Дифференциальные исчисления*

Объем сбыта  $y$  у продукции зависит от цены  $p$ ,  $y = 40 - 2p$ . При этом издержки  $I$  определяются формулой  $I(y) = y^2 + 2y + 7$ . Найдем оптимальный объем производства и соответствующие ему значения прибыли и издержек.

Задача 38 на тему «Фирма в системе рыночных отношений»

*Дифференциальные исчисления Наибольшее и наименьшее значения функции*

Предприниматель намерен производить и продавать некоторую продукцию. Начальные расходы на организацию дела составят 10 000 ден. ед. Расходы на производство единицы продукции зависят от количества произведенной продукции  $x$  и равны  $d(x) = 2000 + \frac{1000}{x^2}$ . Цена единицы продукции зависит от предложения и равна  $p(x) = 3000 - 0.5x$ . Найти, какое количество продукции нужно произвести, чтобы получить максимальную прибыль, и величину этой прибыли.

Задача 39 на тему «Издержки производства»

*Дифференциальные исчисления, возрастание и убывание функции*

Пусть количество произведенной продукции –  $Q(t) = 50t + 0,5\ln(16 + t^2)$  При каких значениях  $t$  производство ускорено, при каких замедлено.

Задача 40 на тему «Механизм функционирования рынка»

*Дифференциальные исчисления Наибольшее и наименьшее значения функции*

В 2008 году акционерное общество «Никифоров и К» получило максимально возможную прибыль, выпустив и реализовав 1296 тонн продукции. Средние переменные издержки на предприятии не зависели от объема выпуска и составили 2 тыс. рублей на тонну. Постоянные издержки были равны 400 тыс. рублей. Связь между объемом продаж  $Q$  (в тоннах), который совпадает с объемом производства, и ценой на продукцию  $P$  (в тыс. рублей за тонну) описывается функцией:  $Q(P) = -P^2 - 2P + q$ , где  $q$  (в тоннах) – максимально возможный годовой объем потребления продукции АО «Никифоров и К». Определить размер прибыли, полученной акционерным обществом «Никифоров и К» в 2008 году, учитывая, что в течении года цена на продукцию не менялась.

Задача 41 на тему «Механизм функционирования рынка»

*Дифференциальные исчисления Наибольшее и наименьшее значения функции*

Средние совокупные издержки производства мыла  $c^t$  (в тыс. рублей на тонну) на Мухинском мыловаренном заводе изменяются в зависимости от объемов годового выпуска (в тоннах) по закону:  $c^t(Q) = \frac{4Q + 700}{Q + 120}$ . Связь между годовым объемом продаж, равным величине годового выпуска  $Q$  и ценой мыла  $P$  (в тыс. рублей за тонну) описывается формулой:  $Q(P) = \frac{2400 - 120P}{P + 2}$ . Реализовав по фиксированной цене все сваренное за год мыло, завод получил максимально возможную прибыль. Какова была при этом выручка предприятия.

Задача 42 на тему «Международная торговля»

*Дифференциальные исчисления*

Страна «X» может произвести за год не более 150 тыс. тонн угля и не более 350 тыс. тонн нефти. Страна «Y» может произвести за год не более 200 тыс. тонн угля и не более 500 тыс. тонн нефти. Государство «X» первоначально производило и потребляло за год 210 тыс. тонн нефти, а государство «Y» — 40 тыс. тонн угля. После специализации и торгового обмена выигрыш в потреблении обеих стран по каждому продукту составил 1 тыс. тонн в год. Найдите: какая страна экспортирует уголь и в каком объеме; какая страна импортирует нефть и в каком объеме.

Задача 43 на тему «Теория спроса и предложения»

*Дифференциальные исчисления*

За день законопослушный предприниматель Иван Петров может продать не более 90 кг гвоздей. Он закупил оптом значительно больше товара по цене 3,8 руб/кг. Максимальная торговая наценка по законодательству равна 60%. Как показал предыдущий опыт, функция спроса на данный товар может быть представлена в виде  $Q(P) = -P^2 - P + 110$ , где  $Q$  - объем продаж (кг за рабочий день),  $P$  - цена (руб/кг). Какую наибольшую выручку может получить предприниматель за первый рабочий день, продавая гвозди по постоянной цене.

Задача 44 на тему «Производственная функция»

*Функции нескольких переменных*

Фирма с производственной функцией  $Q = 60K^{1/4}L^{3/4}$ , стоимостью единицы труда  $w = 1$  ден. ед., стоимостью единицы капитала  $r = 27$  ден. ед., (стоимостью способа производства  $C = wL + rK$ , при котором используется труд и капитал в объемах  $L$  и  $K$ ) выпустила 180 ед. окончательного продукта. Найти наименьшую стоимость этого выпуска.

Задача 45 на тему «Рынок труда»

*Функции нескольких переменных*

Для выполнения работ подрядчик намерен организовывать бригаду из 20 человек, из них  $x$  рабочих и  $y$  подсобников. За день работы бригады подрядчик получает от заказчика сумму  $Q = 0,5xy + 250$ . Дневная зарплата рабочего равна 10, подсобника – 8. Найдём наиболее оптимальную структуру бригады.

Задача 46 на тему «Теория потребительского поведения»

*Функции нескольких переменных*

Определите оптимальную корзину потребления двух благ, чтобы полезность от их приобретения была бы наибольшей, если функция полезности имеет вид:  $U(x, y) = 2\ln(x-1) + 3\ln(y-1)$ . Цена единицы первого блага равна 8, второго – 16. На приобретение этих благ может быть затрачена сумма равная 1000.

Задача 47 Задачи на тему «Монополист-производитель»

*Функции нескольких переменных*

Идентифицированы функция издержек  $C(x) = 10 + x^2$ , а также функция

$K(p, x) = x/(1+p^2/16)$  – количество реализованного товара при установленной цене за единицу, равной  $p$  ( $p > p_0$ ). Найти оптимальные значения  $x$  и  $p$  для монополиста-производителя.

Задача 48 на тему «Производственная функция»

*Функции нескольких переменных*

Производственная функция (в денежном выражении) имеет вид  $Q(x, y) = 30\sqrt{x^3}\sqrt{y}$  ( $x$  - количество единиц первого ресурса,  $y$  – второго). Стоимость единицы первого ресурса – 5, второго – 10 ден. ед. Найти максимальную прибыль при использовании ресурсов.

Задача 49 на тему «Производственная функция»

*Функции нескольких переменных*

Производственная функция равна  $\pi(x, y) = 30\sqrt{x^3}\sqrt{y}$ , стоимость единицы первого ресурса равна 5, второго-10. В силу бюджетных ограничений на ресурсы может быть потрачено не более 600 ден. ед. В этих условиях найти оптимальное для производителя значение  $(x, y)$  количества используемых ресурсов. Задачу решите несколькими способами.

Задача 50 на тему «Теория потребительского поведения»

*Функции нескольких переменных*

Потребитель имеет возможность потратить сумму 1000 ден. ед. на приобретение  $x$  единиц первого товара и  $y$  единиц второго товара. Заданы функция полезности  $U=0,5\ln(x-2)+2\ln(y-1)$ ; и цены ;  $p_1=0,2$ ,  $p_2 = 4$  за единицу соответственно первого и второго товаров. Найти значения  $(x, y)$ , при которых полезность для потребителя будет наибольшей.

Задача 51 на тему «Предельная полезность»

*Функции нескольких переменных*

Фирма, производящая продукцию на 3 заводах, решила выпускать в месяц не менее 210 ед. продукции при наименьших суммарных затратах. Сколько продукции ежемесячно следует выпускать на каждом заводе, если затраты заводов по выпуску  $x_i$  продукции в месяц имеют вид:

$$C_1(x_1) = x_1 + x_1^2/20; C_2(x_2) = x_2 + x_2^2/40; C_3(x_3) = 2x_3 + x_3^2/60.$$

Задача 52 на тему «Потребительские излишки»

Определенный интеграл

Известно, что кривая предложения некоторого товара имеет вид  $p = 4q^3 + 2$ , а равновесие на рынке данного товара достигается при объеме продаж  $Q^* = 3$ . Определите добавочную выгоду производителя при продаже такого количества продукции.

Задача 53 на тему «Распределение доходов населения»

Определенный интеграл

По данным исследований в распределении доходов в одной из стран зависимость процента доходов от процента имеющегося населения может быть описана уравнением:  $y = 1 - \sqrt{1 - x^2}$ , где  $x$  – доля населения,  $y$  – доля доходов населения. Вычислить значение  $k$ , показывающее распределение доходов среди населения.

Задача 54 на тему «Производительность труда»

Определенный интеграл

Определить объем выпуска продукции за первые пять часов при производительности  $f(t) = 11,3e^{-0,417t}$ , где  $t$  – время в часах.

Задача 55 «Проценты»

Определенный интеграл

Определить дисконтированный доход за три года (капиталовложения задаются формулой  $f(t) = 10 + t$ ) при процентной ставке 8%, если первоначальные капиталовложения составили 10 млн. руб., и намечается ежегодно увеличивать капиталовложения на 1 млн. руб.

Задача 56 «Производственная деятельность фирмы»

Определенный интеграл

Изменение производительности производства с течением времени от начала внедрения нового технологического процесса задается функцией  $z = 32 - 2^{-0,5t+5}$ , где  $t$  – время в месяцах. Найти объем продукции, произведенной: а) за первый месяц; б) за третий месяц; в) за шестой месяц; г) за последний месяц года, считая от начала внедрения рассматриваемого технологического процесса. Сделайте вывод.

Задача 57 на тему «Производительность труда»

Определенный интеграл

Зависимость производительности от времени задается функцией  $q(t) = 3 + 2/t$ . Выясним, как зависит от времени количество производимой продукции  $Q(t)$ , если известно, что к моменту времени  $t_0 = 1$  было выпущено продукции в объеме  $Q_0 = 50$ .

Задача 58 на тему «Затраты производства»

Определенный интеграл

Затраты предприятия на содержание управленческого аппарата зависят от времени  $x$  по закону  $f(x) = 10 + 5 \sin^2 \frac{5\pi}{12} x$ . Найти затраты  $P$  за время  $0 \leq x \leq 12$ .

Задача 59 на тему «Инвестиции производства»

Дифференциальные уравнения

Выяснить, по истечении какого промежутка времени объем реализованной продукции удвоится по сравнению с первоначальным, если значение коэффициента пропорциональности  $k$  равно 0,1. На сколько процентов следует увеличить норму инвестиций, чтобы промежуток времени, необходимого для удвоения объема реализованной продукции, уменьшился на 20%.

Задача 60 на тему «Рынок труда»  
Дифференциальные уравнения

Изменение численности населения горнорудного поселка с течением времени описывается уравнением:  $y' = 0,3y(2 - 10^{-4}y)$ , где  $y = y(t)$ ,  $t$  – время (лет). В начальный момент времени население поселка составляло 500 человек. Каким оно станет через три года?

Задача 61 на тему «Теория спроса»  
Дифференциальные уравнения

Найти функцию спроса, если  $E_p = -2 = \text{const}$  и  $y(3) = 1/6$ .

Задача 62 на тему «Функция равновесия спроса и предложения»  
Дифференциальные уравнения

Функция спроса и предложения имеют вид:  $y = 25 - 2p + 3 \frac{dp}{dt}$ ,  $x = 15 - p + 4 \frac{dp}{dt}$ . Найти зависимость равновесной цены от времени, если в начальный момент  $p = 9$ .

Задача 63 на тему «Функция спроса и предложения»  
Дифференциальные уравнения

Найти функцию спроса, если известно значение цены  $p$  при некотором спросе  $y$  и эластичность имеет следующий вид:  $E_p = \frac{y-100}{y}$ ,  $0 < y < 100$ ,

$$p = 90 \text{ при } y = 10$$

### Решение кейс - заданий

#### Кейс-задания: Кейс 1 подзадача 1

В процессе производства используются два вида ресурсов: капитал  $K$  и труд  $L$ . Функция выпуска имеет вид  $Z = a * K^{0,5} * L^{0,5}$  на аренду фондов (капитала) и оплату труда выделено 40 у.е., стоимость аренды единицы фондов равна 5 у.е., ставка заработной платы 4 у.е. При решении задачи на максимизацию объема выпуска функция Лагранжа имеет вид ...

- a)  $Y(K, L, \lambda) = a * K^{0,5} * L^{0,5} + \lambda (40 - 5K - 4L)$
- в)  $Y(K, L, \lambda) = (40 - 5K - 4L) + \lambda * a * K^{0,5} * L^{0,5}$
- с)  $Y(K, L, \lambda) = a * K^{0,5} * L^{0,5} + \lambda (5K + 4L) - 40$
- d)  $Y(K, L, \lambda) = 5K + 4L + \lambda (a * K^{0,5} * L^{0,5} - 40)$

#### Кейс 1 подзадача 2

В процессе производства используются два вида ресурсов: капитал  $K$  и труд  $L$ . Функция выпуска имеет вид  $Z = a * K^{0,5} * L^{0,5}$  на аренду фондов (капитала) и оплату труда выделено 40 у.е., стоимость аренды единицы фондов равна 5 у.е., ставка заработной платы 4 у.е. Наибольший объем выпуска достигается при значении  $L$ , равном ...

- a) 8

- в) 5
- с) 10

### Кейс 1 подзадача 3

В процессе производства используются два вида ресурсов: капитал  $K$  и труд  $L$ . Функция выпуска имеет вид  $Z = a * K^{0,5} * L^{0,5}$  на аренду фондов (капитала) и оплату труда выделено 40 у.е., стоимость аренды единицы фондов равна 5 у.е., ставка заработной платы 4 у.е. Установите соответствие между значениями параметра  $a$  и наибольшим значением объема выпуска.

- 1.  $a = 1$
- 2.  $a = 3$
- 3.  $a = 5$
- $2\sqrt{5}, 6\sqrt{5}, 10\sqrt{5}, 8\sqrt{5}, 4\sqrt{5}$
- а) 1-  $2\sqrt{5}$ , 2 -  $6\sqrt{5}$ , 3-  $10\sqrt{5}$
- в) 1-  $8\sqrt{5}$ , 2 -  $6\sqrt{5}$ , 3-  $10\sqrt{5}$
- с) 1-  $4\sqrt{5}$ , 2 -  $6\sqrt{5}$ , 3-  $2\sqrt{5}$

### Кейс 2 подзадача 1

В процессе производства используются два вида ресурсов: капитал  $K$  и труд  $L$ . Функция выпуска имеет вид  $Z = a * K^{0,5} * L^{0,5}$  на аренду фондов (капитала) и оплату труда выделено 80 у.е., стоимость аренды единицы фондов равна 4 у.е., ставка заработной платы 5 у.е. При решении задачи на максимизацию объема выпуска функция Лагранжа имеет вид ...

- а)  $Y(K, L, \lambda) = 4K + 5L + \lambda (a * K^{0,5} * L^{0,5} - 80)$
- в)  $Y(K, L, \lambda) = (80 - 4K - 5L) + \lambda * a * K^{0,5} * L^{0,5}$
- с)  $Y(K, L, \lambda) = a * K^{0,5} * L^{0,5} + \lambda (4K + 5L) - 80$
- д)  $Y(K, L, \lambda) = a * K^{0,5} * L^{0,5} + \lambda (80 - 4K - 5L)$

### Кейс 2 подзадача 2

В процессе производства используются два вида ресурсов: капитал  $K$  и труд  $L$ . Функция выпуска имеет вид  $Z = a * K^{0,5} * L^{0,5}$  на аренду фондов (капитала) и оплату труда выделено 80 у.е., стоимость аренды единицы фондов равна 4 у.е., ставка заработной платы 5 у.е. Наибольший объем выпуска достигается при значении  $L$ , равном ...

- а) 8
- в) 5
- с) 10

### Кейс 2 подзадача 3

В процессе производства используются два вида ресурсов: капитал  $K$  и труд  $L$ . Функция выпуска имеет вид  $Z = a * K^{0,5} * L^{0,5}$  на аренду фондов (капитала) и оплату труда выделено 80 у.е., стоимость аренды единицы фондов равна 4 у.е., ставка заработной платы 5 у.е. Установите соответствие между значениями параметра  $a$  и наибольшим значением объема выпуска.

1.  $a = 1$
  2.  $a = 3$
  3.  $a = 5$
- $4\sqrt{5}, 6\sqrt{5}, 8\sqrt{5}, 12\sqrt{5}, 20\sqrt{5}$
- а) 1-  $4\sqrt{5}$ , 2 -  $12\sqrt{5}$ , 3-  $20\sqrt{5}$   
 в) 1-  $8\sqrt{5}$ , 2 -  $6\sqrt{5}$ , 3-  $20\sqrt{5}$   
 с) 1-  $4\sqrt{5}$ , 2 -  $6\sqrt{5}$ , 3-  $12\sqrt{5}$

### Кейс 3 подзадача 1

В процессе производства используются два вида ресурсов: капитал  $K$  и труд  $L$ . Функция выпуска имеет вид  $Z = a * K^{0,5} * L^{0,5}$  на аренду фондов (капитала) и оплату труда выделено 60 у.е., стоимость аренды единицы фондов равна 3 у.е., ставка заработной платы 4у.е. При решении задачи на максимизацию объема выпуска функция Лагранжа имеет вид ...

- а)  $Y(K,L, \lambda) = 3K+4L + \lambda(a * K^{0,5} * L^{0,5} - 60)$   
 в)  $Y(K,L, \lambda) = (60-3K-4L) + \lambda * a * K^{0,5} * L^{0,5}$   
 с)  $Y(K,L, \lambda) = a * K^{0,5} * L^{0,5} + \lambda(3K+4L) - 60$   
 д)  $Y(K,L, \lambda) = a * K^{0,5} * L^{0,5} + \lambda(60-3K-4L)$

### Кейс 3 подзадача 2

В процессе производства используются два вида ресурсов: капитал  $K$  и труд  $L$ . Функция выпуска имеет вид  $Z = a * K^{0,5} * L^{0,5}$  на аренду фондов (капитала) и оплату труда выделено 60 у.е., стоимость аренды единицы фондов равна 3 у.е., ставка заработной платы 4у.е. Наибольший объем выпуска достигается при значении  $K$ , равном ...

- а) 8
- в) 5
- с) 10

### Кейс 3 подзадача 3

В процессе производства используются два вида ресурсов: капитал  $K$  и труд  $L$ . Функция выпуска имеет вид  $Z = a * K^{0,5} * L^{0,5}$  на аренду фондов (капитала) и оплату труда выделено 60 у.е., стоимость аренды единицы фондов равна 3 у.е., ставка заработной платы 4у.е. Установите соответствие между значениями параметра  $a$  и наибольшим значением объема выпуска.

1.  $a = 1$
  2.  $a = 3$
  3.  $a = 5$
- $5\sqrt{3}, 10\sqrt{3}, 15\sqrt{3}, 20\sqrt{3}, 25\sqrt{3}$
- а) 1-  $5\sqrt{3}$ , 2 -  $15\sqrt{3}$ , 3-  $25\sqrt{3}$   
 в) 1-  $25\sqrt{3}$ , 2 -  $20\sqrt{3}$ , 3-  $5\sqrt{3}$   
 с) 1-  $10\sqrt{3}$ , 2 -  $5\sqrt{3}$ , 3-  $25\sqrt{3}$

### Кейс4 подзадача 1

В процессе производства используются два вида ресурсов: капитал  $K$  и труд  $L$ . Функция выпуска имеет вид  $Z = a * K^{0,5} * L^{0,5}$  на аренду фондов (капитала) и оплату труда выделено 90 у.е., стоимость аренды единицы фондов равна 3 у.е., ставка заработной платы 5 у.е. При решении задачи на максимизацию объема выпуска функция Лагранжа имеет вид ...

б)  $Y(K,L, \lambda) = a * K^{0,5} * L^{0,5} + \lambda (90 - 3K - 5L)$

в)  $Y(K,L, \lambda) = (90 - 3K - 5L) + \lambda * a * K^{0,5} * L^{0,5}$

с)  $Y(K,L, \lambda) = a * K^{0,5} * L^{0,5} + \lambda (3K + 5L) - 90$

д)  $Y(K,L, \lambda) = 3K + 5L + \lambda (a * K^{0,5} * L^{0,5} - 90)$

### Кейс 4 подзадача 2

В процессе производства используются два вида ресурсов: капитал  $K$  и труд  $L$ . Функция выпуска имеет вид  $Z = a * K^{0,5} * L^{0,5}$  на аренду фондов (капитала) и оплату труда выделено 90 у.е., стоимость аренды единицы фондов равна 3 у.е., ставка заработной платы 5 у.е. Наибольший объем выпуска достигается при значении  $K$ , равном ...

а) 8

в) 5

с) 15

### Кейс 4 подзадача 3

В процессе производства используются два вида ресурсов: капитал  $K$  и труд  $L$ . Функция выпуска имеет вид  $Z = a * K^{0,5} * L^{0,5}$  на аренду фондов (капитала) и оплату труда выделено 90 у.е., стоимость аренды единицы фондов равна 3 у.е., ставка заработной платы 5 у.е. Установите соответствие между значениями параметра  $a$  и наибольшим значением объема выпуска.

1.  $a = 1$

2.  $a = 3$

3.  $a = 5$

$3\sqrt{15}, 6\sqrt{15}, 9\sqrt{15}, 12\sqrt{15}, 15\sqrt{15}$

а) 1- $3\sqrt{15}$ , 2 - $9\sqrt{15}$ , 3-  $15\sqrt{15}$

в) 1- $6\sqrt{15}$ , 2 - $12\sqrt{15}$ , 3-  $3\sqrt{15}$

с) 1- $15\sqrt{15}$ , 2 - $5\sqrt{3}$ , 3-  $6\sqrt{15}$

### Кейс 5 подзадача 1

В процессе производства используются два вида ресурсов: капитал  $K$  и труд  $L$ . Функция выпуска имеет вид  $Z = a * K^{0,5} * L^{0,5}$  на аренду фондов (капитала) и оплату труда выделено 60 у.е., стоимость аренды единицы фондов равна 5 у.е., ставка заработной платы 3 у.е. При решении задачи на максимизацию объема выпуска

функция Лагранжа имеет вид ...

$$a) Y(K, L, \lambda) = 5K + 3L + \lambda(a * K^{0,5} * L^{0,5} - 60)$$

$$в) Y(K, L, \lambda) = (60 - 5K - 3L) + \lambda * a * K^{0,5} * L^{0,5}$$

$$с) Y(K, L, \lambda) = a * K^{0,5} * L^{0,5} + \lambda(5K + 3L) - 60$$

$$d) Y(K, L, \lambda) = a * K^{0,5} * L^{0,5} + \lambda(60 - 5K - 3L)$$

### Кейс 5 подзадача 2

В процессе производства используются два вида ресурсов: капитал  $K$  и труд  $L$ . Функция выпуска имеет вид  $Z = a * K^{0,5} * L^{0,5}$  на аренду фондов (капитала) и оплату труда выделено 60 у.е., стоимость аренды единицы фондов равна 5 у.е., ставка заработной платы 3 у.е. Наибольший объем выпуска достигается при значении  $K$ , равном ...

а) 8

в) 6

с) 15

### Кейс 5 подзадача 3

В процессе производства используются два вида ресурсов: капитал  $K$  и труд  $L$ . Функция выпуска имеет вид  $Z = a * K^{0,5} * L^{0,5}$  на аренду фондов (капитала) и оплату труда выделено 60 у.е., стоимость аренды единицы фондов равна 5 у.е., ставка заработной платы 3 у.е. Установите соответствие между значениями параметра  $a$  и наибольшим значением объема выпуска.

1.  $a = 1$

2.  $a = 3$

3.  $a = 5$

$2\sqrt{15}, 4\sqrt{15}, 6\sqrt{15}, 8\sqrt{15}, 10\sqrt{15},$

а) 1- $2\sqrt{15}$ , 2- $6\sqrt{15}$ , 3- $10\sqrt{15}$

в) 1- $4\sqrt{15}$ , 2- $8\sqrt{15}$ , 3- $3\sqrt{15}$

с) 1- $10\sqrt{15}$ , 2- $5\sqrt{3}$ , 3- $2\sqrt{15}$

### Кейс-задание 6

Зависимость объема выпуска  $Y$  от количества используемых трудовых ресурсов  $L$  определяется функцией  $Y = F(L)$  как

$$Y = F(L) = \begin{cases} 0, & L = 0, \\ a, & L = 1, \\ a + \frac{3}{4}F(L-1), & L > 1. \end{cases}$$

### Кейс 6 подзадача 1 – выберите один вариант ответа

Объем выпуска при  $L = n$  можно вычислить по формуле ...

**Варианты ответов:**

а)  $Y(n) = 4a \left( 1 - \left( \frac{3}{4} \right)^n \right)$

в)  $Y(n) = a \left( 1 - \left( \frac{3}{4} \right)^n \right)$

с)  $Y(n) = \frac{a}{4} \left( 1 - \left( \frac{3}{4} \right)^n \right)$

д)  $Y(n) = \frac{4a}{3} \left( 1 - \left( \frac{1}{4} \right)^n \right)$

**Кейс 6 подзадача 2** Если  $a = 12$ , то  $Y = 32 \frac{13}{16}$  при  $L$ , равном ...

- ВВЕДИТЕ ОТВЕТ В ПОЛЕ

**Кейс 6 подзадача 3 – выберите два и более вариантов ответа.**

При  $a = 12$  объема выпуска не превзойдет величин ...

- а) 48
- б) 49
- с) 47
- д) 46

**Кейс-задание 7**

В начальный момент времени стоимость основных фондов равна 20 у.е. и убывает с течением времени вследствие износа оборудования со скоростью

$$\frac{dK}{dt} = -\frac{24}{(t+2)^2}, \text{ где } t \geq 0 \text{ – это время, измеряемое в годах.}$$

**Кейс 7 подзадача 1 – выберите один вариант ответа.** Изменение стоимости основных фондов можно представить в виде ...

**Варианты ответов:**

а)  $K(t) = \frac{24}{t+2} + 8$

б)  $K(t) = \frac{24}{t+2} + 32$

с)  $K(t) = -\frac{24}{t+2} + 8$

$$d) \quad K(t) = -\frac{48}{(t+2)^3} + 26$$

**Кейс 7 подзадача 2** – Установите соответствие между моментом времени  $t$  и стоимостью основных фондов.

1.  $t = 1$
2.  $t = 2$
3.  $t = 4$

**Варианты ответов:**

- a) 16
- b) 14
- c) 12
- d) 2
- e) 4

**Кейс 7 подзадача 3** – введите ответ в поле

Стоимость основных фондов уменьшится в два раза за \_\_\_\_\_ полных лет.

**Кейс-задания 8** Для уборки снега на улицах города используются снегоуборочные машины. Они работают в течение светлого времени суток с 6 до 18 часов ( $6 < t < 18$ ) с постоянной скоростью уборки снега  $400 \text{ м}^3/\text{ч}$ . Изменение объема снега, выпадающего на улицы города в городе в течение суток, можно описать уравнением

$$\frac{dS}{dt} = 120t - 5t^2 \quad \text{где } S(t) \text{ – объем снега (в } \text{м}^3\text{), выпавшего за время } t \text{ (в часах), } 0 \leq t \leq 24$$

В момент времени  $t=0$  на улицах города лежит  $1000 \text{ м}^3$  снега.

**Кейс 8 подзадача 1** Пусть  $V(t)$  – объем снега, лежащего на улицах города в момент времени  $t$ , тогда математическая модель для нахождения  $V(t)$  может иметь вид ...

$$a) \quad V(t) = \begin{cases} 1000 + \int_0^t (120t - 5t^2) dt, & 0 \leq t \leq 6 \\ 1000 + \int_0^t (120t - 5t^2) dt - 400 \int_6^t dt, & 6 < t < 18 \\ 60t^2 - \frac{5t^3}{3} - 3800, & 18 \leq t \leq 24 \end{cases}$$

$$b) \quad V(t) = \begin{cases} 1000 + 120t - 5t^2, & 0 \leq t \leq 6 \\ 1000 + 120t - 5t^2 - 400 \int_6^t dt, & 6 < t < 18 \\ 120t - 5t^2 - 3800, & 18 \leq t \leq 24 \end{cases}$$

$$V(t) = \begin{cases} 400 + \int_0^t (120t - 5t^2) dt, & 0 \leq t \leq 6 \\ 400 + \int_0^t (120t - 5t^2) dt - 1000 \int_6^t dt, & 6 < t < 18 \\ 60t^2 - \frac{5t^3}{3} - 3800, & 18 \leq t \leq 24 \end{cases}$$

c)

$$V(t) = \begin{cases} 1000 + 120t - 5t^2, & 0 \leq t \leq 6 \\ 400 + 120t - 5t^2 - 1000 \int_6^t dt, & 6 < t < 18 \\ 120t - 5t^2 - 3800, & 18 \leq t \leq 24 \end{cases}$$

d)

**Кейс 8 подзадача 2** Установите соответствие между временем  $t$  и объемом снега, лежащего на улицах города  $V(t)$

1. Объем снега, лежащего на улицах города в момент времени  $t = 6$  часов.
2. Объем снега, лежащего на улицах города в момент времени  $t = 12$  часов.

a)  $t = 6, t = 12, V(t) = 2800, V(t) = 4360$

в)  $t = 6, t = 12, V(t) = 2800, V(t) = 2860$

с)  $t = 6, t = 12, V(t) = 3300, V(t) = 2960$

**Кейс 8 подзадача 3** Пусть снегоуборочные машины не работали в обеденное время ( $12 < t < 13$ ) тогда объем снега, лежащего на улицах города в конце дня ( $t = 24$  ч), будет равен \_\_\_\_\_ м<sup>3</sup>

a)  $V(t) = 8120$

в)  $V(t) = 2860$

с)  $V(t) = 9150,$

**Кейс-задания 9** При доходе потребителя, равном  $M = 6$  у.е., потребление некоторого блага составляет  $X = 45$  ед. Известно, что скорость изменения спроса по доходу равна  $\frac{dX}{dM} = \frac{42}{(M+1)^2}$

**Кейс 9 подзадача 1** Функция спроса по доходу выражается зависимостью ...

a)  $X(M) = -\frac{42}{M+1} + 51$

в)  $X(M) = -\frac{42}{M+1} + 39$

- c)  $X(M) = \frac{42}{M+1} + 39$
- d)  $X(M) = -\frac{84}{(M+1)^3} + 45,245$

**Кейс 9 подзадача 2** Объем спроса при  $M = 5$  равен ...

- a) 44  
 в) 45  
 с) 42

**Кейс 9 подзадача 3** Наибольшее значение объема потребления **не** превзойдет величины ...

- a) 51, 52  
 в) 46,47  
 с) 31, 30

**Кейс-задания 10.**

При доходе потребителя, равном  $M = 3$  у.е., потребление некоторого блага составляет  $X = 35$  ед. Известно, что скорость изменения спроса по доходу равна

$$\frac{dX}{dM} = \frac{44}{(M+1)^2}$$

**Кейс 1 подзадача 1** Функция спроса по доходу выражается зависимостью ...

- a)  $X(M) = -\frac{44}{M+1} + 46$
- в)  $X(M) = -\frac{44}{M+1} + 24$
- с)  $X(M) = \frac{44}{M+1} + 24$
- d)  $X(M) = \frac{44}{M+1} - 46$

**Кейс 10 подзадача 2** Объем спроса при  $M = 10$  равен ...

- a) 44  
 в) 45  
 с) 42

**Кейс 10 подзадача 3** Наибольшее значение объема потребления **не** превзойдет величины ...

- a) 51, 52  
 в) 46,47  
 с) 31, 30

### Кейс-задания 11

Цена  $p$  (у.е.) на продукцию линейно падает с увеличением объема  $x$  (ед.) предъявления готовой продукции на рынке как  $p(x) = 11 - 0,2x$ , а затраты  $C$  (у.е.) зависят от объема производства как  $C(x) = -0,1x^2 + 3x$ .

**Кейс 11 подзадача 1** Функция прибыли равна ...

- a)  $\Pi(x) = -0,1x^2 + 8x$
- в)  $\Pi(x) = 0,1x^2 - 8x$
- с)  $\Pi(x) = 0,1x^2 - 3,2x + 11$
- d)  $\Pi(x) = -0,1x^2 + 14x$

**Кейс 11 подзадача 2** Наибольшее значение прибыли равно \_\_\_ у.е.

- a) 144
- в) 150
- с) 160

**Кейс 11 подзадача 3** Пусть предприятие платит налог, который является акцизом со ставкой  $t$ , то есть  $G = t \cdot x$ . Установите соответствие между значениями ставки  $t$  и объемом производства, при котором достигается наибольшая прибыль.

- a)  $t = 0,1, V(t) = 39,5; t = 0,3, V(t) = 38,5; t = 0,5, V(t) = 37,5.$
- в)  $t = 0,1, V(t) = 37,5; t = 0,3, V(t) = 38,5; t = 0,5, V(t) = 39,5.$
- с)  $t = 0,1, V(t) = 38,5; t = 0,3, V(t) = 39,5; t = 0,5, V(t) = 38,5.$

**Провести исследование по теме:**

**Групповые и/или индивидуальные творческие задания/проекты**

**Темы проектов:**

1. Математика и литература – два крыла одной культуры
2. Математика в танцах и музыке
3. Математика и здоровый образ жизни
4. Математика в пифагорейской философской школе
5. Эталоны математических пропорций в жизни
6. Математика в архитектуре
7. Математика и иллюзия
8. Математика в экономике
9. Зачем экономистам нужна математика
10. Математика и юриспруденция

**Блок D - Оценочные средства, используемые в рамках промежуточного контроля знаний, проводимого в форме экзамена или зачёта.**

**Вопросы к экзамену**

1. Понятие множества.
2. Постоянные и переменные величины. Определение функции. Область определения функции. Способы задания.
3. Понятие функции. Основные свойства функции
4. Элементарные функции. Классификация функций. Преобразование графиков.
5. Числовые последовательности. Классификация последовательностей
6. Предел числовой последовательности. Основные теоремы о пределах последовательности.
7. Предел функции в точке. Односторонние пределы функции в точке.
8. Бесконечно большие и бесконечно малые величины. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими величинами.
9. Предел функции в бесконечности.
10. Основные теоремы о пределах функции.
11. Первые и второй замечательные пределы.
12. Раскрытие неопределенностей вида  $0/0$ ,  $\infty/\infty$ ,  $0^*\infty$ ,  $\infty-\infty$ ,  $0^0$ ,  $1^\infty$ ,  $\infty^0$ .
13. Непрерывность функции в точке и на интервале. Точки разрыва функции.
14. Комплексные числа Исходные определения. Геометрическое изображение комплексных чисел. Комплексная плоскость.
15. Основные действия над комплексными числами.
16. Возведение комплексного числа в степень.
17. Извлечение корня из комплексного числа.
18. Показательная и тригонометрическая формы комплексного числа.
19. Задачи, приводящие к понятию производной. Производная функции: ее геометрический и механический смысл.
20. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Производная функции, заданной неявно.
21. Производная степенно-показательной функции. Производная функции заданной параметрически.
22. Производные высших порядков. Механический смысл производной второго порядка.
23. Дифференциал функции: его геометрический смысл.
24. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Ферма).
25. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Ролля).
26. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Лагранжа).
27. Правило Лопиталя (применение производной к вычислению пределов).
28. Возрастание и убывание функций. Экстремумы функций
29. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.
30. Выпуклость функции. Точки перегиба.
31. Асимптоты графика функции.
32. Общая схема исследования функций и построения их графиков.

33. Множества в  $n$ -мерном пространстве.
34. Функции нескольких переменных. Геометрическое изображение функции двух переменных.
35. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Свойства непрерывных функций.
36. Дифференцируемость функции нескольких переменных.
37. Частные производные функции нескольких переменных.
38. Дифференциал функции нескольких переменных.
39. Дифференцирование неявных и сложных функций.
40. Производная по направлению Градиент.
41. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
42. Экстремумы функции двух переменных.
43. Наибольшее и наименьшее значение функции нескольких переменных.
44. Неопределенный интеграл, его свойства.
45. Таблица основных интегралов.
46. Интегрирование заменой переменной.
47. Интегрирование по частям.
48. Интегрирование рациональных дробей.
49. Интегрирование тригонометрических функций:  $\int R(\sin x, \cos x) dx$
50. Интегрирование некоторых видов иррациональностей:  $\int R(x, \sqrt[m]{\frac{ax+b}{cx+d}}) dx$ ,  
 $\int R(x, \sqrt[m]{ax^2 + bx + c}) dx$
51. Определенный интеграл, его свойства. Криволинейная трапеция.
52. Формула Ньютона – Лейбница.
53. Вычисление определенных интегралов способом подстановки и по частям.
54. Приближенное вычисление определенных интегралов.
55. Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площадей фигур, объемов тел.
56. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования.
57. Несобственные интегралы от неограниченных функций.
58. Несобственные интегралы от разрывных функций.
59. Дифференциальные уравнения (общие понятия). Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
60. Дифференциальные уравнения первого порядка (общие понятия). Изоклины.
61. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
62. Задачи Коши.
63. Дифференциальные уравнения с разделяющимися и разделенными переменными.
64. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
65. Дифференциальные уравнения, приводящиеся к однородным.
66. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
67. Уравнение Бернулли.
68. Дифференциальные уравнения высших порядков (общие понятия). Задача Коши.
69. Понятия о краевых задачах для дифференциальных уравнений. Уравнения, допускающие понижение порядка.

70. Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
71. Дифференциальные уравнения вида  $y^{(n)} = f(x)$ .
72. Дифференциальные уравнения второго порядка, приводимые к уравнения первого порядка.
73. Однородные линейные уравнения (определения и общие свойства).
74. Однородные линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
75. Неоднородные линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
76. Понятие числового ряда. Сумма ряда, частичная сумма, остаток ряда,
77. Сходимость и расходимость числового ряда.
78. Необходимые условия сходимости. Свойства сходящихся рядов.
79. Признаки сравнения рядов. Эталонные ряды.
80. Ряды с положительными членами. Признак Даламбера и Коши.
81. Интегральный признак Коши - Маклорена.
82. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
83. Абсолютная и условная сходимость.
84. Ряды с комплексными членами.
85. Функциональные ряды. Степенные ряды. Теорема Абеля.
86. Радиус сходимости. Интервал сходимости. Область сходимости.
87. Приложение степенных рядов к приближенным вычислениям.
88. Ряды Тейлора и Маклорена.
89. Разложение в степенной ряд элементарных функций.

### Раздел 3 - Организационно-методическое обеспечение контроля учебных достижений

#### Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

4-балльная шкала	Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно
100 балльная шкала	85-100	70-84	50-69	0-49
Бинарная шкала	Зачтено			Не зачтено

#### Оценивание выполнения практических заданий

4-балльная шкала	Показатели	Критерии
Отлично	1. Полнота выполнения практического задания; 2. Своевременность выполнения задания; 3. Последовательность и рациональность выполнения задания;	Задание решено самостоятельно. При этом составлен правильный алгоритм решения задания, в логических рассуждениях, в выборе формул и решении нет ошибок, получен верный ответ, задание решено рациональным способом.
Хорошо	4. Самостоятельность решения; 5. Многовариантность решения; 6. Оформление работы	Задание решено с помощью преподавателя. При этом составлен правильный алгоритм решения задания, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор формул для решения; есть объяснение решения, но задание решено нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ.
Удовлетворительно		Задание решено с подсказками преподавателя. При этом задание понято правильно, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе формул или в математических расчетах; задание решено не полностью или в общем виде.
Неудовлетворит		Задание не решено.

4-балльная шкала	Показатели	Критерии
Отлично		

### Оценивание выполнения тестов

4-балльная шкала	Показатели	Критерии
Отлично	1. Полнота выполнения тестовых заданий; 2. Своевременность выполнения;	Выполнено 90-100 % заданий предложенного теста, в заданиях открытого типа дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос.
Хорошо	3. Правильность ответов на вопросы; 4. Самостоятельность тестирования;	Выполнено 80-89 % заданий предложенного теста, в заданиях открытого типа дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос; однако были допущены неточности в определении понятий, терминов и др.
Удовлетворительно		Выполнено 65-79 % заданий предложенного теста, в заданиях открытого типа дан неполный ответ на поставленный вопрос, в ответе не присутствуют доказательные примеры, текст со стилистическими и орфографическими ошибками.
Неудовлетворительно		Выполнено 64 % заданий предложенного теста, на поставленные вопросы ответ отсутствует или неполный, допущены существенные ошибки в теоретическом материале (терминах, понятиях).

### Оценивание ответа на экзамене

4-балльная шкала	Показатели	Критерии
Отлично	1. Полнота изложения теоретического материала; 2. Полнота и правильность решения практического задания; 3. Правильность и/или аргументированность	Дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, самостоятельно, и исчерпывающе отвечает на

4-балльная шкала	Показатели	Критерии
	изложения (последовательность действий); 4. Самостоятельность ответа;	дополнительные вопросы, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса, решил предложенные практические задания без ошибок.
Хорошо	5. Культура речи;	Дан развернутый ответ на поставленный вопрос, где студент демонстрирует знания, приобретенные на лекционных и семинарских занятиях, а также полученные посредством изучения обязательных учебных материалов по курсу, дает аргументированные ответы, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе. Решил предложенные практические задания с небольшими неточностями.
Удовлетворительно		Дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа и решении практических заданий.
Неудовлетворительно		Дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов, неумением

4-балльная шкала	Показатели	Критерии
		давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Выводы поверхностны. Решение практических заданий не выполнено, т.е студент не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.

### Методика оценивания

Интегральный показатель уровня учебных достижений (аддитивная свертка оценок с учетом коэффициентов значимости)

$$I = \sum_{i=1}^n b_i * O_i, \text{ где } b_i - \text{коэффициент значимости (вес);}$$

$O_i$  – оценка обучающегося по  $i$ -му оценочному средству.

Таким образом, оценка по дисциплине формируется из оценок работы студента в течение семестра по всем типам контроля, указанных в таблице 1.2., а также оценки, полученной студентом при сдаче дифференцированного зачета.

Результирующая оценка за дисциплину рассчитывается следующим образом:

$$O_{результ} = 0,1 * O_{тесты} + 0,2 * O_{ типовые задачи.} + 0,2 * O_{ творческие задания} + 0,5 * O_{ экзамен.}$$

### Шкала для определения итоговой оценки

Интервалы значений интегрального показателя уровня учебных достижений	Итоговая оценка
$4,5 \leq I \leq 5$	5 (отлично)
$3,5 \leq I < 4,5$	4 (хорошо)
$2,5 \leq I < 3,5$	3 (удовлетворительно)
$I < 2,5$	2 (неудовлетворительно)